



Inhaltsverzeichnis

Hans-Jochen Bartsch

Taschenbuch mathematischer Formeln für Ingenieure und  
Naturwissenschaftler

ISBN (Buch): 978-3-446-43800-2

ISBN (E-Book): 978-3-446-43735-7

Weitere Informationen oder Bestellungen unter

<http://www.hanser-fachbuch.de/978-3-446-43800-2>

sowie im Buchhandel.

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Logik, Mengen, Zahlensysteme</b>	<b>21</b>
1.1	Aussagenlogik	21
1.1.1	Allgemeines	21
1.1.2	Ein- und zweistellige BOOLEsche Funktionen	23
1.1.3	BOOLEsche Algebra	25
1.1.4	Normalformen	27
1.2	Prädikatenlogik	29
1.3	Mengen	30
1.3.1	Allgemeines	30
1.3.2	Mengenoperationen	33
1.3.3	Beziehungen, Gesetze, Rechenregeln	35
1.3.4	Relationen	36
1.3.5	Intervalle	38
1.3.6	Unschärfe Mengen	38
1.4	Zahlensysteme	40
1.4.1	Polyadische Zahlensysteme	40
1.4.2	Römisches Zahlensystem	45
<b>2</b>	<b>Arithmetik</b>	<b>46</b>
2.1	Menge der reellen Zahlen	46
2.1.1	Standard-Zahlenmengen	46
2.1.2	Grundoperationen an reellen Zahlen	48
2.1.2.1	Die vier Grundrechenarten	48
2.1.2.2	Proportionen, Verhältnisgleichungen	52
2.1.2.3	Prozentrechnung	53
2.1.2.4	Näherung	54
2.1.2.5	Fehlerrechnung	55
2.1.2.6	Betrag und Signum	56
2.1.2.7	Summen- und Produktzeichen	57
2.1.3	Potenzen und Wurzeln	59
2.1.4	Logarithmen	61
2.1.5	Fakultät und Binomialkoeffizient	63
2.2	Menge der komplexen Zahlen	66
2.2.1	Grundbegriffe	66
2.2.2	Darstellungsformen komplexer Zahlen	69
2.2.3	Grundrechenarten mit komplexen Zahlen	70
2.2.4	Potenzen und Wurzeln komplexer Zahlen	71
2.2.5	Natürliche Logarithmen komplexer Zahlen	73
2.3	Kombinatorik	74
2.3.1	Permutationen	74

2.3.2	Variationen . . . . .	76
2.3.3	Kombinationen . . . . .	77
2.4	Folgen . . . . .	79
2.4.1	Allgemeines . . . . .	79
2.4.2	Schranken, Grenzen, Grenzwert einer Folge . . . . .	80
2.4.3	Arithmetische und geometrische Folgen . . . . .	83
2.4.4	Finanzmathematik . . . . .	86
2.4.4.1	Zinsrechnung . . . . .	86
2.4.4.2	Zinseszinsrechnung . . . . .	87
2.4.4.3	Rentenrechnung . . . . .	88
2.4.4.4	Schulden tilgung, Annuität . . . . .	89
<b>3</b>	<b>Gleichungen und Ungleichungen . . . . .</b>	<b>91</b>
3.1	Allgemeines . . . . .	91
3.2	Lineare algebraische Gleichungen und Ungleichungen . . . . .	96
3.2.1	Lineare Gleichungen und Ungleichungen mit einer Variablen . . . . .	96
3.2.2	Lineare Gleichungen und Ungleichungen mit mehreren Variablen . . . . .	98
3.3	Nichtlineare Gleichungen . . . . .	101
3.3.1	Nichtlineare algebraische Gleichungen . . . . .	101
3.3.1.1	Quadratische Gleichungen und Ungleichungen mit einer Variablen . . . . .	101
3.3.1.2	Quadratisches Gleichungssystem mit zwei Variablen . . . . .	103
3.3.1.3	Kubische Gleichungen . . . . .	104
3.3.1.4	Gleichungen 4. Grades . . . . .	106
3.3.1.5	Symmetrische Gleichungen . . . . .	106
3.3.1.6	Algebraische Gleichungen $n$ -ten Grades . . . . .	107
3.3.1.7	HORNER-Schema . . . . .	108
3.3.1.8	Wurzelgleichungen mit einer Variablen . . . . .	111
3.3.2	Transzendente Gleichungen . . . . .	111
3.3.2.1	Exponentialgleichungen . . . . .	111
3.3.2.2	Logarithmische Gleichungen . . . . .	112
3.3.2.3	Goniometrische Gleichungen . . . . .	113
3.3.2.4	Betragsgleichungen und -ungleichungen . . . . .	114
3.4	Numerische Verfahren . . . . .	114
3.4.1	Bisektionsverfahren . . . . .	115
3.4.2	Fixpunktiteration . . . . .	116
3.4.3	NEWTONSches (Tangenten-)Näherungsverfahren . . . . .	118
3.4.4	Sekantenmethode (Regula falsi) . . . . .	119
3.5	Nichtlineare Gleichungssysteme . . . . .	120
3.6	Grafische Lösung von Gleichungen . . . . .	123

<b>4</b>	<b>Elementare Geometrie</b>	<b>124</b>
4.1	Planimetrie, ebene Trigonometrie	124
4.1.1	Winkel	124
4.1.2	Teilungen, Ähnlichkeit, Kongruenz, Symmetrie	126
4.1.3	Dreieck	129
4.1.3.1	Schiefwinkliges Dreieck	130
4.1.3.2	Gleichschenkliges und gleichseitiges Dreieck	135
4.1.3.3	Rechtwinkliges Dreieck	136
4.1.4	Vierecke	138
4.1.4.1	Trapez	138
4.1.4.2	Parallelogramme	139
4.1.4.3	Unregelmäßige Vierecke mit Umkreis bzw. Inkreis	140
4.1.5	Vielecke (Polygone)	141
4.1.5.1	Ebene sternförmige $n$ -Ecke	141
4.1.5.2	Regelmäßige (reguläre) Vielecke	141
4.1.5.3	Einige bestimmte regelmäßige Vielecke	142
4.1.5.4	Konstruktion der einfachen regelmäßigen Vielecke	143
4.1.6	Der Kreis	144
4.1.6.1	Sätze zum Kreis	144
4.1.6.2	Kreisberechnungen	145
4.2	Geometrische Körper (Stereometrie)	147
4.2.1	Allgemeines	147
4.2.2	Ebenflächig begrenzte Körper (Polyeder, Vielfache)	149
4.2.2.1	Prismatische Körper	149
4.2.2.2	Pyramide, Pyramidenstumpf	150
4.2.2.3	Prismoid	151
4.2.2.4	Die fünf regelmäßigen Polyeder	152
4.2.3	Krummflächig begrenzte Körper	154
4.2.3.1	Zylinder, Zylinderabschnitt	154
4.2.3.2	Kegel, Kegelstumpf	155
4.2.3.3	Kugel	156
4.2.3.4	Tonne, Torus	158
4.2.3.5	Fraktale Geometrie	158
4.3	Sphärische Trigonometrie	160
4.3.1	Allgemeines	160
4.3.2	Rechtwinkliges sphärisches Dreieck	161
4.3.3	Schiefwinkliges sphärisches Dreieck	162
4.3.4	Berechnung sphärischer Dreiecke	164
4.3.5	Mathematische Geografie	165
<b>5</b>	<b>Lineare Algebra</b>	<b>168</b>
5.1	Vektorraum	168

5.2	Matrizen . . . . .	172
5.2.1	Matrizenarten, Definitionen . . . . .	172
5.2.1.1	Allgemeines . . . . .	172
5.2.1.2	Quadratische Matrizen . . . . .	174
5.2.1.3	Inverse Matrix, (Um)kehrmatrix $A^{-1}$ . . . . .	180
5.2.1.4	Rang einer Matrix . . . . .	181
5.2.1.5	Matrizennormen . . . . .	182
5.2.1.6	Grenzwert, Differenzialquotient, Integral . . . . .	183
5.2.2	Matrizengesetze . . . . .	183
5.2.2.1	Gleichheit und Summe zweier Matrizen . . . . .	183
5.2.2.2	Multiplikation von Matrizen . . . . .	183
5.2.3	Matrizengleichungen . . . . .	186
5.2.4	Eigenwerte und Eigenvektoren quadratischer Matrizen . . . . .	187
5.2.5	Numerische Verfahren . . . . .	190
5.2.5.1	HOUSEHOLDER-Orthogonalisierung (-Transformation) . . . . .	190
5.2.5.2	QR-Verfahren . . . . .	191
5.2.5.3	Vektoriteration (Potenzmethode, v.-MISES- Verfahren) . . . . .	192
5.3	Determinanten . . . . .	193
5.3.1	Determinante einer quadratischen Matrix . . . . .	193
5.3.2	Berechnung von Determinanten . . . . .	194
5.3.3	Rechenregeln für Determinanten . . . . .	196
5.3.4	Praktische Berechnung einer Determinante . . . . .	197
5.4	Lineare Gleichungssysteme . . . . .	198
5.4.1	Allgemeines . . . . .	198
5.4.2	Lösbarkeit linearer Gleichungssysteme . . . . .	199
5.4.3	Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme . . . . .	201
5.4.3.1	Einfacher und verketteter GAUSSscher Algorithmus . . . . .	202
5.4.3.2	GAUSSscher Algorithmus für Systeme mit gleicher Matrix $A$ und $m$ rechten Seiten . . . . .	206
5.4.3.3	GAUSS-JORDAN-Verfahren zur Matrixinversion . . . . .	207
5.4.3.4	GAUSSscher Algorithmus für symmetrische, positiv definite Koeffizientenmatrix, CHOLE- SKY-Verfahren . . . . .	208
5.4.3.5	Gleichungssysteme mit symmetrischer, tridiagonaler, positiv definiter Matrix . . . . .	209
5.4.3.6	GAUSS-SEIDELsches Iterationsverfahren . . . . .	209
5.4.3.7	Austauschverfahren . . . . .	213
5.4.4	CRAMERSche Regel . . . . .	213
5.4.5	Überbestimmte lineare Gleichungssysteme . . . . .	214
5.5	Lineare Optimierung . . . . .	216
5.5.1	Allgemeines . . . . .	216

5.5.2	Grafische Lösung für zwei Variable	218
5.5.3	Simplexalgorithmus	219
5.6	Abbildungen	223
5.6.1	Lineare Abbildungen	223
5.6.2	Affine Abbildungen	226
5.6.2.1	Allgemeines	226
5.6.2.2	Allgemeine, nicht winkeltreue affine Abbildungen	231
5.6.2.3	Ähnlichkeitsabbildungen	234
5.6.2.4	Kongruenzabbildungen	235
5.7	Koordinatentransformation	238
5.7.1	Allgemeines	238
5.7.2	Orthogonale Koordinatentransformation in der Ebene	239
5.7.3	Orthogonale Koordinatentransformation im Raum	240
<b>6</b>	<b>Vektoren, Analytische Geometrie</b>	<b>244</b>
6.1	Vektoren, Grundlagen	244
6.2	Vektoralgebra	249
6.2.1	Addition und Subtraktion von Vektoren	249
6.2.2	Multiplikation von Vektoren	251
6.2.2.1	Multiplikation eines Vektors mit einem Skalar	251
6.2.2.2	Skalarprodukt (inneres Produkt, Punktprodukt)	251
6.2.2.3	Vektorprodukt (äußeres Produkt, Kreuzprodukt)	253
6.2.2.4	Mehrfache Produkte von Vektoren	255
6.3	Koordinatensysteme	256
6.3.1	Allgemeines	256
6.3.2	Ebene (2D-)Koordinatensysteme	257
6.3.3	Räumliche (3D-)Koordinatensysteme	258
6.4	Punkte, Kurven 1. Ordnung	261
6.4.1	Punkte	261
6.4.2	Gerade, Strahl, Strecke	262
6.4.2.1	Punktmengen, Teilung einer Strecke	262
6.4.2.2	Gleichungen einer Geraden in der ( $x, y$ )-Ebene	264
6.4.2.3	Gleichungen einer Geraden im Raum	266
6.4.2.4	Abstand eines Punktes von einer Geraden	269
6.4.3	Mehrere Geraden	270
6.4.3.1	Schnittpunkt zweier Geraden	270
6.4.3.2	Schnittwinkel zweier Geraden	272
6.4.3.3	Abstand zweier Geraden	274
6.4.3.4	Drei und mehr Geraden	275
6.5	Ebenen	276
6.5.1	Eine Ebene	276
6.5.1.1	Gleichungen einer Ebene im Raum	276

	6.5.1.2	Richtungskosinus der Normalen einer Ebene . . . . .	280
	6.5.1.3	Abstand eines Punktes $P_1$ von einer Ebene . . . . .	281
	6.5.1.4	Durchstoßpunkt $D$ einer Geraden durch eine Ebene . . . . .	282
	6.5.1.5	Winkel $\varphi$ zwischen Gerade und Ebene . . . . .	283
	6.5.2	Zwei Ebenen . . . . .	284
	6.5.3	Drei und mehr Ebenen . . . . .	285
	6.5.4	Flächeninhalt, Schwerpunkt, Volumen . . . . .	285
6.6	Kurven 2. Ordnung (Kegelschnitte) . . . . .		287
	6.6.1	Allgemeines . . . . .	287
	6.6.2	Kreis . . . . .	289
	6.6.2.1	Gleichungen des Kreises . . . . .	289
	6.6.2.2	Schnittpunkte einer Geraden mit einem Kreis . . . . .	291
	6.6.2.3	Tangente und Normale eines Kreises . . . . .	292
	6.6.2.4	Polare eines Punktes in Bezug auf einen Kreis . . . . .	292
	6.6.2.5	Potenz $p$ eines Punktes in Bezug auf einen Kreis . . . . .	293
	6.6.2.6	Kreisbüschel . . . . .	294
	6.6.3	Ellipse . . . . .	294
	6.6.3.1	Gleichungen der Ellipse . . . . .	294
	6.6.3.2	Schnittpunkte einer Geraden mit einer Ellipse . . . . .	296
	6.6.3.3	Tangente, Normale und Durchmesser einer Ellipse . . . . .	297
	6.6.3.4	Polare eines Punktes in Bezug auf eine Ellipse . . . . .	298
	6.6.3.5	Krümmung einer Ellipse . . . . .	298
	6.6.3.6	Haupt- und Nebenkreis einer Ellipse . . . . .	299
	6.6.3.7	Flächeninhalt und Umfang von Ellipse, Ellipsensegment und Ellipsensektor . . . . .	299
	6.6.3.8	Ellipsenkonstruktionen . . . . .	300
	6.6.4	Parabel . . . . .	302
	6.6.4.1	Gleichungen der Parabel . . . . .	302
	6.6.4.2	Schnittpunkte einer Geraden mit einer Parabel . . . . .	304
	6.6.4.3	Tangente und Normale einer Parabel . . . . .	305
	6.6.4.4	Polare eines Punktes in Bezug auf eine Parabel . . . . .	305
	6.6.4.5	Krümmung einer Parabel . . . . .	306
	6.6.4.6	Parabelsegment, Parabelbogen, Brennstrahl . . . . .	306
	6.6.4.7	Parabelkonstruktionen . . . . .	307
	6.6.5	Hyperbel . . . . .	308
	6.6.5.1	Gleichungen der Hyperbel . . . . .	309
	6.6.5.2	Schnittpunkt einer Geraden mit einer Hyperbel . . . . .	311
	6.6.5.3	Tangente und Normale einer Hyperbel . . . . .	312
	6.6.5.4	Polare eines Punktes in Bezug auf eine Hyperbel . . . . .	313

6.6.5.5	Krümmung einer Hyperbel . . . . .	314
6.6.5.6	Hyperbelsegment und Hyperbelsektor . . . . .	315
6.6.5.7	Hyperbelkonstruktionen . . . . .	315
6.7	Flächen 2. Ordnung . . . . .	317
6.7.1	Allgemeines . . . . .	317
6.7.2	Kugel . . . . .	318
6.7.3	Ellipsoid . . . . .	319
6.7.4	Hyperboloid . . . . .	320
6.7.5	Kegel . . . . .	322
6.7.6	Zylinder . . . . .	323
6.7.7	Paraboloid . . . . .	324
6.8	Hauptachsentransformation . . . . .	326
<b>7</b>	<b>Funktionen und Kurven . . . . .</b>	<b>335</b>
7.1	Allgemeines . . . . .	335
7.1.1	Funktionen mit einer unabhängigen Variablen . . . . .	335
7.1.2	Funktionen mit mehreren Variablen . . . . .	339
7.2	Rationale Operationen mit Funktionen . . . . .	341
7.3	Grenzwerte, unbestimmte Ausdrücke . . . . .	342
7.3.1	Grenzwert einer Funktion . . . . .	342
7.3.2	Unbestimmte Ausdrücke . . . . .	345
7.4	Eigenschaften reeller Funktionen . . . . .	347
7.4.1	Ausgewählte Eigenschaften . . . . .	347
7.4.2	Nullstellen einer Funktion . . . . .	350
7.4.3	Stetigkeit einer Funktion . . . . .	351
7.5	Ausgewählte Funktionen . . . . .	354
7.6	Rationale Funktionen . . . . .	356
7.6.1	Ganzrationale Funktionen (Polynome) . . . . .	356
7.6.2	Interpolation . . . . .	359
7.6.2.1	Allgemeines . . . . .	359
7.6.2.2	Interpolationsformel von LAGRANGE . . . . .	360
7.6.2.3	Interpolationsformel von NEWTON . . . . .	361
7.6.2.4	Interpolation durch kubische Splines . . . . .	363
7.6.3	Gebrochenrationale Funktionen . . . . .	366
7.7	Nichtrationale Funktionen . . . . .	368
7.7.1	Allgemeine Potenzfunktionen . . . . .	368
7.7.2	Exponentialfunktionen . . . . .	369
7.7.3	Logarithmusfunktionen . . . . .	372
7.7.4	Winkelfunktionen, trigonometrische Funktionen . . . . .	373
7.7.4.1	Allgemeines . . . . .	373
7.7.4.2	Goniometrische Beziehungen . . . . .	377
7.7.4.3	Allgemeine Sinusfunktion (harmonische Schwingung) . . . . .	381
7.7.4.4	Modulation . . . . .	382

7.7.4.5	Überlagerung (Superposition) von Schwingungen . . . . .	384
7.7.4.6	Komplexe Zeigerdarstellung von Sinusgrößen . . . . .	388
7.7.5	Zyklometrische Funktionen, Arkusfunktionen . . . . .	390
7.7.6	Hyperbelfunktionen . . . . .	394
7.7.7	Areafunktionen . . . . .	399
7.8	Algebraische Kurven höherer Ordnung . . . . .	401
7.8.1	Kurven 3. Ordnung . . . . .	402
7.8.2	Kurven 4. Ordnung . . . . .	403
7.9	Zykloiden (Rollkurven) . . . . .	405
7.9.1	Gewöhnliche (gespitzte) Zykloide . . . . .	405
7.9.2	Epizykloiden . . . . .	406
7.9.3	Hypozykloiden . . . . .	408
7.10	Spirallinien . . . . .	410
7.10.1	Logarithmische Spirale . . . . .	410
7.10.2	ARCHIMEDISCHE Spirale . . . . .	411
7.10.3	Hyperbolische Spirale . . . . .	411
7.11	Weitere ebene Kurven . . . . .	412
7.11.1	Kettenlinie . . . . .	412
7.11.2	Traktrix . . . . .	413
7.12	Komplexe Funktionen . . . . .	413
7.12.1	Allgemeines . . . . .	413
7.12.2	Konforme Abbildungen . . . . .	416
7.12.2.1	Lineare und quadratische konforme Abbildungen . . . . .	416
7.12.2.2	MÖBIUS-Abbildung und Inversion . . . . .	417
<b>8</b>	<b>Differenzialrechnung . . . . .</b>	<b>421</b>
8.1	Funktionen einer Variablen . . . . .	421
8.1.1	Allgemeines . . . . .	421
8.1.2	Erste Ableitungen der elementaren Funktionen . . . . .	423
8.1.3	Differenziationsregeln, Ableitungsregeln . . . . .	424
8.1.3.1	Grundregeln . . . . .	424
8.1.3.2	Höhere Ableitungen und Differenziale . . . . .	426
8.1.3.3	Differenziation impliziter Funktionen $F(x, y) = 0$ . . . . .	427
8.1.3.4	Differenziation von Funktionen in Parameterform . . . . .	428
8.1.3.5	Differenziation von Funktionen in Polarkoordinaten . . . . .	428
8.1.4	Grafische Differenziation . . . . .	429
8.1.5	Numerische Differenziation . . . . .	429
8.1.6	Logarithmische Differenziation . . . . .	430
8.1.7	Mittelwertsätze . . . . .	431

8.2	Funktionen mehrerer Variablen . . . . .	432
8.2.1	Partielle Ableitung 1. Ordnung . . . . .	432
8.2.2	Höhere partielle Ableitungen . . . . .	433
8.2.3	Totale Ableitungen für zwei Variable . . . . .	434
8.3	Anwendungen, Differenzialgeometrie . . . . .	436
8.3.1	Ebene Kurven . . . . .	436
8.3.1.1	Bogenelement, Differenzial der Bogenlänge . . . . .	436
8.3.1.2	Tangente und Normale . . . . .	436
8.3.1.3	Zwei Kurven . . . . .	438
8.3.1.4	Monotonie und Krümmungsverhalten einer Funktion . . . . .	439
8.3.1.5	Lokale Extrema von Funktionen . . . . .	443
8.3.1.6	Besondere Punkte einer Kurve . . . . .	447
8.3.1.7	Asymptoten . . . . .	449
8.3.1.8	Einhüllende Kurven (Envelope) . . . . .	450
8.3.1.9	Kurvendiskussion . . . . .	450
8.3.2	Raumkurven . . . . .	450
8.3.2.1	Darstellungen in kartesischen Koordinaten . . . . .	450
8.3.2.2	Bogenelement einer Raumkurve . . . . .	451
8.3.2.3	Tangente und Normale einer Raumkurve . . . . .	451
8.3.2.4	Krümmung einer Raumkurve . . . . .	455
8.3.2.5	Windung (Torsion) . . . . .	456
8.3.3	Flächen im Raum . . . . .	457
8.3.4	Extremstellen von Funktionen mit mehreren Variablen . . . . .	464
<b>9</b>	<b>Integralrechnung . . . . .</b>	<b>467</b>
9.1	Allgemeines . . . . .	467
9.1.1	Unbestimmtes Integral . . . . .	467
9.1.2	Bestimmtes Integral (RIEMANNSches Integral) . . . . .	468
9.1.3	Uneigentliche Integrale . . . . .	471
9.2	Grundintegrale, Stammintegrale . . . . .	473
9.3	Integrationsregeln und -verfahren . . . . .	474
9.3.1	Grundregeln der Integralrechnung . . . . .	474
9.3.2	Integration durch Substitution . . . . .	474
9.3.3	Partielle Integration (Produktintegration) . . . . .	478
9.3.4	Integration nach Partialbruchzerlegung . . . . .	478
9.3.5	Integration nach Reihenentwicklung . . . . .	481
9.3.6	Grafische Integration . . . . .	483
9.4	Numerische Integration . . . . .	484
9.4.1	Allgemeines . . . . .	484
9.4.2	NEWTON-COTES-Formeln . . . . .	485
9.4.2.1	Rechteckformel . . . . .	487
9.4.2.2	Sehnentrapezformel . . . . .	488
9.4.2.3	SIMPSONSche Formel, KEPLERSche Fassformel . . . . .	489

9.4.2.4	NEWTONsche 3/8-Formel . . . . .	490
9.4.2.5	Tangententrapezformel . . . . .	491
9.4.3	GAUSSSches Quadraturverfahren . . . . .	491
9.4.4	ROMBERG-Quadraturverfahren . . . . .	492
9.5	Bereichsintegrale, Gebietsintegrale . . . . .	495
9.5.1	Zweidimensionales Bereichsintegral, Doppelintegral . . . . .	495
9.5.2	Raumintegral, Volumenintegral, Dreifachintegral . . . . .	498
9.6	Anwendungen der Integralrechnung . . . . .	499
9.6.1	Geometrische Anwendungen . . . . .	499
9.6.1.1	Flächeninhalte (Quadratur) . . . . .	499
9.6.1.2	Bogenlänge (Rektifikation) . . . . .	502
9.6.1.3	Mantelflächen von Rotationskörpern (Komplanation) . . . . .	502
9.6.1.4	Volumen von Rotationskörpern (Kubatur) . . . . .	502
9.6.1.5	Volumen eines Körpers . . . . .	503
9.6.2	Technisch-physikalische Anwendungen . . . . .	504
9.6.2.1	Bewegungen, Kinematik . . . . .	504
9.6.2.2	Arbeit . . . . .	504
9.6.2.3	Zeitlich veränderliche Ströme und Spannungen . . . . .	505
9.6.2.4	Momente 1. Grades . . . . .	505
9.6.2.5	Schwerpunkte . . . . .	507
9.6.2.6	Momente 2. Grades (Festigkeitslehre) . . . . .	509
9.6.2.7	Massenmomente 2. Grades (Dynamik) . . . . .	510
<b>10</b>	<b>Vektoranalysis . . . . .</b>	<b>512</b>
10.1	Vektorfunktionen . . . . .	512
10.2	Felder . . . . .	513
10.3	Gradient eines skalaren Feldes . . . . .	516
10.4	Divergenz eines Vektorfeldes . . . . .	518
10.5	Rotation eines Vektorfeldes . . . . .	520
10.6	Kurvenintegrale (Linienintegrale) . . . . .	522
10.6.1	Kurvenintegral erster Art . . . . .	522
10.6.2	Kurvenintegral (zweiter Art) . . . . .	523
10.7	Flächenintegrale (Oberflächenintegrale) . . . . .	528
10.7.1	Flächenintegral erster Art . . . . .	528
10.7.2	Flächenintegral zweiter Art . . . . .	529
10.8	Integralsätze . . . . .	531
10.8.1	GAUSSScher Integralsatz . . . . .	531
10.8.2	STOKESScher Integralsatz . . . . .	533
<b>11</b>	<b>Differenzialgleichungen . . . . .</b>	<b>536</b>
11.1	Allgemeines . . . . .	536
11.1.1	Differenzialgleichungen, Arten . . . . .	536
11.1.2	Gewöhnliche Differenzialgleichungen . . . . .	537

11.2	Differenzialgleichungen 1. Ordnung . . . . .	542
11.2.1	Differenzialgleichungen mit trennbaren Variablen . . . . .	542
11.2.2	Gleichgradige Differenzialgleichungen 1. Ordnung . . . . .	544
11.2.3	Lineare Differenzialgleichungen 1. Ordnung . . . . .	545
11.2.3.1	Homogene lineare Differenzialgleichungen 1. Ordnung . . . . .	545
11.2.3.2	Inhomogene lineare Differenzialgleichungen 1. Ordnung . . . . .	546
11.2.4	Totale Differenzialgleichungen . . . . .	548
11.2.5	Integrierender Faktor . . . . .	549
11.2.6	BERNOULLISCHE Differenzialgleichung . . . . .	550
11.2.7	RICCATISCHE Differenzialgleichung . . . . .	550
11.2.8	CLAIRAUTSCHE Differenzialgleichung . . . . .	551
11.3	Differenzialgleichungen 2. Ordnung . . . . .	552
11.3.1	Sonderfälle, Erniedrigung der Ordnung . . . . .	552
11.3.2	Homogene lineare Differenzialgleichungen 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten . . . . .	554
11.3.3	Homogene lineare Differenzialgleichungen 2. Ordnung mit veränderlichen Koeffizienten . . . . .	555
11.3.4	Inhomogene lineare Differenzialgleichungen 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten . . . . .	556
11.3.5	Inhomogene lineare Differenzialgleichungen 2. Ordnung mit veränderlichen Koeffizienten . . . . .	560
11.3.6	BESSELSche Differenzialgleichung . . . . .	562
11.3.7	Anwendungsfall Schwingungen . . . . .	564
11.4	Differenzialgleichungen $n$ -ter Ordnung . . . . .	567
11.5	Lineare Differenzialgleichungssysteme . . . . .	571
11.6	Näherungslösungen für Differenzialgleichungen 1. Ordnung . . . . .	573
11.6.1	Verfahren unbestimmter Koeffizienten . . . . .	573
11.6.2	Iterationsverfahren . . . . .	575
11.7	Anfangswertprobleme . . . . .	576
11.7.1	Allgemeines . . . . .	576
11.7.2	Explizite Einschrittverfahren . . . . .	579
11.7.2.1	Polygonzugverfahren von EULER-CAUCHY . . . . .	579
11.7.2.2	HEUN-Verfahren . . . . .	581
11.7.2.3	Klassisches Verfahren von RUNGE-KUTTA . . . . .	581
11.7.2.4	Einbettungsformeln . . . . .	582
11.7.3	Mehrschrittverfahren . . . . .	582
11.7.3.1	Explizitverfahren von ADAMS-BASHFORTH . . . . .	583
11.7.3.2	Prädiktor-Korrektor-Verfahren von ADAMS- MOULTON . . . . .	583
11.7.4	Extrapolationsverfahren von BULIRSCH-STOER-GRAGG . . . . .	585
11.8	Randwertprobleme . . . . .	585
11.8.1	Allgemeines . . . . .	585

11.8.2	Schießverfahren	587
11.8.3	Direkte Differenzenapproximation	588
11.9	Partielle Differenzialgleichungen	591
11.9.1	Allgemeines	591
11.9.2	Partielle Differenzialgleichung 1. Ordnung	591
11.9.3	Partielle Differenzialgleichung 2. Ordnung	593
<b>12</b>	<b>Reihen, F- und L-Transformation</b>	<b>595</b>
12.1	Unendliche Reihen	595
12.1.1	Unendliche Zahlenreihen	595
12.1.2	Summen einiger konvergenter Zahlenreihen	598
12.1.3	Potenzreihen	599
12.1.3.1	Allgemeines	599
12.1.3.2	Entwicklung von Funktionen in Potenzreihen	601
12.1.4	Numerische Berechnung von Reihen	604
12.1.5	Zusammenstellung fertig entwickelter Reihen	605
12.1.6	Näherungsformeln	609
12.2	FOURIER-Reihen	611
12.2.1	FOURIER-Reihe einer periodischen Funktion	611
12.2.2	Numerische harmonische Analyse	617
12.2.3	Ausgewählte FOURIER-Reihen	618
12.3	FOURIER-Transformation	624
12.4	LAPLACE-Transformation	627
12.4.1	LAPLACE-Transformation, Allgemeines	627
12.4.2	Rechenregeln der LAPLACE-Transformation	629
12.4.3	Anwendungen der LAPLACE-Transformation	632
12.4.3.1	Lösung gewöhnlicher Differenzialgleichungen	632
12.4.3.2	Test linearer Übertragungsglieder	636
12.4.4	Korrespondenztabelle der LAPLACE-Transformationen	639
<b>13</b>	<b>Statistik, Stochastik</b>	<b>643</b>
13.1	Beschreibende (deskriptive) Statistik	643
13.1.1	Grundbegriffe	643
13.1.2	Lageparameter	647
13.1.3	Streuungsparameter	652
13.1.4	Korrelation	655
13.1.5	Lineare Ausgleichsrechnung	657
13.1.5.1	Methode der kleinsten Quadrate	657
13.1.5.2	Ausgleichende Gerade	658
13.1.5.3	Ausgleichende Parabel	659
13.1.5.4	Multiple Regression	660
13.1.6	Fehlerfortpflanzung	661
13.2	Wahrscheinlichkeitsrechnung	665
13.2.1	Zufallsexperiment und Ereignis	665
13.2.2	Definition der Wahrscheinlichkeit	667

13.2.3	Sätze über Wahrscheinlichkeiten . . . . .	668
13.2.4	Bedingte Wahrscheinlichkeit und unabhängige Ereignisse . . . . .	670
13.2.5	Zufällige Variable . . . . .	673
13.2.6	Kenngößen von zufälligen Variablen . . . . .	676
13.2.6.1	Erwartungswert . . . . .	676
13.2.6.2	Varianz und Standardabweichung . . . . .	678
13.2.6.3	Schiefe und Exzess . . . . .	680
13.2.7	Ausgewählte diskrete Verteilungen . . . . .	681
13.2.7.1	Diskrete Gleichverteilung . . . . .	681
13.2.7.2	BERNOULLI-Verteilung . . . . .	682
13.2.7.3	Binomialverteilung . . . . .	682
13.2.7.4	POISSON-Verteilung . . . . .	685
13.2.7.5	Hypergeometrische Verteilung . . . . .	687
13.2.7.6	Geometrische Verteilung . . . . .	688
13.2.8	Ausgewählte stetige Verteilungen . . . . .	689
13.2.8.1	Stetige Gleichverteilung (Rechteckverteilung) . . . . .	689
13.2.8.2	Normalverteilung . . . . .	689
13.2.8.3	Exponentialverteilung . . . . .	695
13.2.8.4	$\chi^2$ -Verteilung . . . . .	696
13.2.8.5	$t$ -Verteilung (STUDENT-Verteilung) . . . . .	697
13.3	Schließende (induktive) Statistik . . . . .	698
13.3.1	Grundbegriffe . . . . .	698
13.3.2	Punktschätzungen . . . . .	699
13.3.3	Intervallschätzungen . . . . .	701
13.3.3.1	Konfidenzintervall für den Anteil $p$ . . . . .	702
13.3.3.2	Konfidenzintervalle für den Erwartungswert $\mu$ . . . . .	703
13.3.3.3	Konfidenzintervall für die Varianz $\sigma^2$ . . . . .	706
13.3.4	Hypothesentests . . . . .	707
13.3.4.1	Allgemeines über Tests . . . . .	707
13.3.4.2	Test über den Anteil $p$ . . . . .	709
13.3.4.3	Tests über den Erwartungswert $\mu$ . . . . .	712
13.3.4.4	Test über die Varianz $\sigma^2$ . . . . .	715
13.3.4.5	$\chi^2$ -Anpassungstest . . . . .	716
<b>14</b>	<b>Integraltabellen . . . . .</b>	<b>719</b>
14.1	Integrale rationaler Funktionen . . . . .	720
14.1.1	Integrale mit $ax + b$ . . . . .	720
14.1.2	Integrale mit $ax + b, cx + d$ . . . . .	723
14.1.3	Integrale mit $ax^2 + bx + c$ . . . . .	724
14.1.4	Integrale mit $a^2 \pm x^2$ . . . . .	726
14.1.5	Integrale mit $a^3 \pm x^3$ . . . . .	729
14.1.6	Integrale mit $a^4 + x^4, a^4 - x^4$ . . . . .	730

14.2	Integrale nichtrationaler Funktionen	730
14.2.1	Integrale mit $\sqrt{x^n}$ und $(a^2 \pm b^2x)^m$	730
14.2.2	Integrale mit $\sqrt{(ax + b)^n}$	731
14.2.3	Integrale mit $\sqrt{(ax + b)^n}, \sqrt{(cx + d)^m}$	733
14.2.4	Integrale mit $\sqrt{(a^2 + x^2)^n}$	735
14.2.5	Integrale mit $\sqrt{(a^2 - x^2)^n}$	738
14.2.6	Integrale mit $\sqrt{(x^2 - a^2)^n}$	740
14.2.7	Integrale mit $\sqrt{(ax^2 + bx + c)^n}$	743
14.3	Integrale transzendenter Funktionen	746
14.3.1	Integrale mit $e^{ax}$ (Exponentialfunktionen)	746
14.3.2	Integrale der Hyberbelfunktionen	747
14.3.3	Integrale mit $\ln x$ (logarithmische Funktion)	749
14.3.4	Integrale mit $\sin ax$	750
14.3.5	Integrale mit $\cos ax$	753
14.3.6	Integrale mit $\sin ax$ und $\cos ax$ bzw. $\cos bx$	756
14.3.7	Integrale mit $\tan ax$ bzw. $\cot ax$	760
14.3.8	Integrale der Arkusfunktionen	762
14.3.9	Integrale der Areafunktionen	763
14.4	Bestimmte und uneigentliche Integrale	764
<b>Anhang</b>		<b>772</b>
<b>Sachwortverzeichnis</b>		<b>783</b>