



Leseprobe

Wolfgang H. Müller, Ferdinand Ferber

Übungsaufgaben zur Technischen Mechanik

ISBN (Buch): 978-3-446-44542-0

ISBN (E-Book): 978-3-446-44555-0

Weitere Informationen oder Bestellungen unter

<http://www.hanser-fachbuch.de/978-3-446-44542-0>

sowie im Buchhandel.

Inhaltsverzeichnis

1	Statik	1
1.1	Grundbegriffe.....	1
1.1.1	Einordnung und Gliederung der Mechanik	1
1.1.2	Zum Kraftbegriff.....	2
1.1.3	Einteilung der Kräfte	3
1.1.4	Das Schnitt- und Wechselwirkungsprinzip	4
1.2	Kräfte in einem Angriffspunkt	4
1.2.1	Lineare Gleichungssysteme und zugehörige Lösungsverfahren	4
1.2.2	Trigonometrisches Grundwissen.....	9
1.2.3	Ein zentrales Kräftesystem: Pendelstützen mit im Knoten angreifenden Lasten	10
1.2.4	Zentrale Kräftegruppe: Eine Öse.....	13
1.2.5	Zentrale Kräftegruppe an der Umlenkrolle	14
1.2.6	Zentrale Kräftegruppe: Ozeandampfer im Schlepp	16
1.2.7	Gewichte an Pendelstützen mit angreifender Kraft.....	17
1.3	Allgemeine Kräftesysteme: Gleichgewicht des starren Körpers	18
1.3.1	Mehrscheibensystem unter Eigengewicht I.....	18
1.3.2	Mehrscheibensystem unter Eigengewicht II	20
1.3.3	Hebebühne unter äußerer Last.....	23
1.3.4	Dreidimensionales Stabwerk.....	25
1.3.5	Kräfte- und Momentengleichgewicht am Hebel	27
1.3.6	Statisch bestimmt gelagerte Platte.....	28
1.3.7	Hebel im mechanischen Gleichgewicht	31
1.3.8	Tetraeder unter externer Last	32
1.3.9	Allgemeine Kräftegruppe im Raum: Seiltrommel	34
1.4	Der Schwerpunkt	37
1.4.1	Grundwissen an Differenzial- und Integralrechnung	37
1.4.2	Berechnung der Schwerpunkte von Rotationskörpern mithilfe der 1. GULDINSchen Regel.....	42
1.4.3	Träger unter externen Lasten I	44
1.4.4	Träger unter externen Lasten II	46
1.4.5	Schwerpunkt eines asymmetrischen Trägerprofils	48
1.4.6	Berechnung der Oberfläche eines Rotationskörpers mithilfe der 2. GULDINSchen Regel.....	50

1.4.7	Lagerreaktionen am Balken unter Streckenlast	51
1.4.8	Tragwerk unter Dreieckslast.....	53
1.4.9	GERBER-Träger unter Punkt- und Gleichstreckenlast.....	54
1.4.10	Flächenmittelpunkt	56
1.4.11	Inhomogene Kreisscheibe mit Aussparung	58
1.4.12	Halbkreisscheibe mit rechteckiger Aussparung.....	60
1.5	Lager-, Trag- und Fachwerke	61
1.5.1	Stabkräfte in einem Baukran	61
1.5.2	Kräfte in einem Stabwerk	62
1.5.3	Belastetes Fachwerk	64
1.5.4	Fachwerkscheibe.....	67
1.5.5	Fachwerkrahmen mit an einem Seil hängender Last.....	68
1.6	Der biegesteife Träger	71
1.6.1	Schnittgrößen am eingespannten Träger unter Last I	71
1.6.2	Schnittgrößen am eingespannten Träger unter Last II.....	72
1.6.3	Schnittgrößen am gelenkig gelagerten Träger unter örtlich variabler Streckenlast I	75
1.6.4	Schnittgrößen am gelenkig gelagerten Träger unter örtlich variabler Streckenlast II.....	76
1.6.5	Schnittgrößen am abgeknickten Träger I.....	78
1.6.6	Schnittgrößen am abgeknickten Träger II	81
1.6.7	Schnittgrößen am gekrümmten Träger I.....	84
1.6.8	Balken mit Streckenlast I.....	86
1.6.9	Schnittgrößen am gekrümmten Träger II	89
1.6.10	Tragwerk mit Streckenlast I.....	90
1.6.11	Balken mit Streckenlast II	94
1.6.12	Tragwerk mit Streckenlast II	96
1.7	Reibungsphänomene	100
1.7.1	COULOMBSche Reibung zwischen Keil und Klotz.....	100
1.7.2	Reibung zwischen Leiter und Wand.....	102
1.7.3	Selbstsperrung durch Hebelwirkung.....	104
1.7.4	Malergeüst.....	106
1.7.5	Vertikal verschiebbare Bühne zwischen zwei Wänden.....	108
1.7.6	Waschmaschinentrommel.....	109
2	Festigkeitslehre.....	112
2.1	Einführung, Begriffe	112

2.2 Zug- und Druckbeanspruchung	115
2.2.1 Parallelschaltung elastischer Stäbe.....	115
2.2.2 Verlängerung eines Drahtseils unter Eigengewicht	117
2.2.3 Zweifach eingespannter Stab	118
2.2.4 Thermospannungen in einem eingespannten Stab	119
2.2.5 Wärmespannungen in hintereinander geschalteten Stäben	120
2.2.6 Symmetrisch parallel geschaltete elastische Stäbe unter thermischer Last.....	122
2.2.7 Parallel geschaltete Stäbe unter thermischer Last.....	124
2.3 Schubbeanspruchung und HOOKEsches Gesetz	126
2.4 Biegebeanspruchung des Balkens.....	128
2.4.1 Flächenträgheitsmoment eines sechseckigen Stabquerschnitts.....	128
2.4.2 Flächenträgheitsmoment eines zusammengesetzten Trägerprofils	130
2.4.3 Spannungsnachweis eines Trägers unter schiefer Biegung.....	131
2.5 Schub infolge Querkraft beim Biegeträger	134
2.5.1 Spannungsnachweis für einen symmetrisch belasteten Träger mit Lamelle.....	134
2.5.2 Spannungsnachweis für einen Träger mit Lamelle	137
2.5.3 Spannungsnachweis für ein Kastenprofil.....	141
2.5.4 Spannungsnachweis für einen Doppel-T-Träger unter Querlast.....	144
2.5.5 Spannungsnachweis für eine Lasttraverse.....	146
2.6 Die elastische Linie des Biegeträgers (Biegelinie)	149
2.6.1 Durchbiegung des Mastes einer Windkraftanlage	149
2.6.2 Biegelinie eines beidseitig eingespannten Trägers.....	152
2.6.3 Durchbiegung eines abgestuften Trägers	156
2.7 Axiale Verdrehung/Torsion.....	159
2.7.1 Auslegung dreier Trägerprofile unter Torsion	159
2.7.2 Torsion rechteckiger Querschnitte	160
2.8 Zusammengesetzte Beanspruchung	161
2.8.1 Träger unter Biege- und Torsionsbelastung	161
2.8.2 Das Grundproblem des MOHRschen Spannungskreises.....	163
2.8.3 Scheibe im ebenen Spannungszustand.....	164
2.9 Stabilitätsprobleme	166
2.9.1 Auslegung auf gleiche Knicksicherheit.....	166
2.9.2 Gleiche Sicherheit zweier Knickstäbe.....	167
2.9.3 Auslegung auf vorgegebene Knicksicherheit.....	168

2.9.4	Hintereinandergeschaltete Knickstäbe.....	169
2.9.5	Die exakte Lösung des 1. EULER-Falls.....	171
3	Dynamik.....	176
3.1	Punktförmige Masse.....	176
3.1.1	Ein Marschflugkörper.....	176
3.1.2	Kinematik eines Massenschwerpunkts.....	178
3.1.3	Kinematik eines Zusammenstoßes.....	180
3.1.4	Kinematik kombinierter Bewegungen.....	181
3.1.5	Dynamik des Schleuderballs.....	182
3.1.6	Dynamik der Überschlagschiffschaukel.....	185
3.1.7	Die CORIOLIS-Kraft.....	188
3.1.8	Dynamik des Raketenschlittens im Looping.....	190
3.1.9	Gebremste Flugbewegung im Erdschwerefeld.....	197
3.1.10	Arbeit längs der schiefen Ebene.....	200
3.2	Die Dynamik von Massenpunktsystemen.....	206
3.2.1	Abbremsen eines Düsenjägers auf einem Flugzeugträger.....	206
3.2.2	Doppelter Flaschenzug vektoriell gerechnet.....	208
3.2.3	Fallendes Seil und fallende Kette.....	211
3.3	Die Dynamik des starren Körpers.....	214
3.3.1	Starrkörperkinematik.....	214
3.3.2	Starrkörperkinematik kommunizierender Walzen.....	216
3.3.3	Eine Hebevorrichtung.....	218
3.3.4	Eine beschwingte Schlittenfahrt.....	220
3.3.5	Ein Fallrad.....	221
3.3.6	Bewegung einer Tänzerwalze.....	222
3.3.7	Massenträgheitsmoment von Voll- und Hohlkugel.....	224
3.3.8	Die Bewegung des Rades oder die <i>Rota Aristotelis</i>	225
3.4	Schwingungen.....	230
3.4.1	Ein schwingfähiges Mehrkörpersystem.....	230
3.4.2	Das verstellbare Uhrpendel.....	231
3.4.3	Pendel mit Drehfeder.....	232
3.4.4	Passive Entstörung eines Messgeräts.....	233
3.4.5	Schwingungstilgung beim Zweimassenschwinger.....	235
3.4.6	Schwingender Starrkörper.....	236

4	Kontinuumsmechanik.....	238
4.1	Bilanzgleichungen der Masse.....	238
4.2	Bilanzgleichungen des Impulses	239
4.2.1	Spannungstensor und Fließspannung.....	239
4.2.2	Koordinatentransformationen.....	240
4.2.3	Hauptspannungen.....	242
4.2.4	Fließkriterium im Hauptspannungsraum.....	246
4.2.5	Die MOHRschen Kreise	248
4.2.6	EUKLIDische Transformationen.....	250
4.2.7	Invarianz der Bilanzgleichungen.....	254
4.3	Einfache Materialgleichungen	256
4.3.1	Die BERNOULLische Höhenformel	256
4.3.2	Kompressible Flüssigkeiten	257
4.3.3	Kompressibilität in Festkörpern.....	259
4.4	Bilanzgleichungen des Drehimpulses	260
4.4.1	Eigenschaften und Anwendungen des total antimetrischen Tensors ..	260
4.4.2	Der total antimetrische Tensor und seine Anwendung beim Spatprodukt	261
4.4.3	Der total antimetrische Tensor und seine Anwendung beim Doppelkreuzprodukt.....	262
4.4.4	Eine Anwendung des antimetrischen Tensors	263
4.5	Einführung in die lineare Elastizitätstheorie.....	265
4.5.1	Lösung der Schwingungsgleichung für eine Gitarrensaite	265
4.5.2	Balkenschwingung.....	268
4.5.3	Saitenschwingung.....	272
4.5.4	Scherung eines Klotzes aus linear-elastischem Material	274
4.6	Einführung in die Hydromechanik	276
4.6.1	Ein mit Wasser gefüllter Eimer in Rotation.....	276
4.6.2	Kommunizierende Röhren	278
4.6.3	COUETTE-Strömung.....	279
4.6.4	HAGEN-POISEUILLE-Strömung	281
5	Energiemethoden	282
5.1	Energiebilanz.....	282
5.1.1	Die Wärmeleitungsgleichung.....	282
5.1.2	Wärmeleitung in einem vorgewärmten Balken.....	283

5.1.3	Kolben im Schwerfeld	289
5.2	Entropiebilanz und zweiter Hauptsatz.....	292
5.2.1	Entropie des idealen Gases	292
5.2.2	Entropieproduktion beim fallenden Kolben	293
5.3	Die Sätze von CASTIGLIANO, BETTI und MAXWELL	295
5.3.1	Eine Anwendung des 1. Satzes von CASTIGLIANO I.....	295
5.3.2	Eine Anwendung des 1. Satzes von CASTIGLIANO II	297
5.3.3	Eine Anwendung des 1. Satzes von CASTIGLIANO III.....	299
5.3.4	Formänderungsenergie am Balken unter Querkraftsbelastung.....	301
5.3.5	Anwendung der Sätze von BETTI und MAXWELL auf statisch unbestimmte Systeme	303
5.4	Energiefunktionale und ihre Extrema.....	307
5.5	Das Prinzip der virtuellen Verschiebung (PdvV).....	310
5.5.1	Berechnung von Gleichgewichtslagen mithilfe des Prinzips der virtuellen Verschiebung.....	310
5.5.2	Nürnberger Schere.....	312
5.5.3	Fachwerk.....	312
5.6	Das Prinzip der virtuellen Kräfte (PdvK).....	313
5.6.1	Anwendung des Prinzips der virtuellen Kraft in Fachwerken.....	313
5.6.2	Beispiel zum PdvK: Reine Normalkraftbelastung in Fachwerken....	315
5.6.3	Absenkung eines Punkts auf einem Balken auf zwei Stützen	317
5.6.4	Deformation in einem Viertelkreisbogen	319
5.6.5	Absenkung einer Kreiswelle.....	319
5.6.6	Behandlung eines einfach statisch unbestimmten Systems mithilfe des Prinzips der virtuellen Kraft	321
5.6.7	Zweifach statisch unbestimmter Träger unter Gleichstreckenlast....	324
5.7	Dynamische Energieprinzipie.....	326
5.7.1	Gedämpfte schwingende Walze	326
5.7.2	Gedämpftes Starrkörpersystem.....	329
5.7.3	Multistarrkörpersystem.....	331
	Stichwort- und Namensregister	334
	Hinweise zur beigefügten CD-ROM	339

Vorwort

*L'exemple est un dangereux leurre;
Où la guêpe a passé, le moucheron de-
meure.*

Jean DE LA FONTAINE (1621-1695) in 'Fables (II, XVI)'

Diese Aufgabensammlung soll das Lehrbuch *Technische Mechanik für Ingenieure* ergänzen und den Studenten Übungsmaterial bereitstellen, um den zu den jeweiligen Kapiteln gehörigen Stoff unmittelbar zu vertiefen. Die Übungen sind parallel zu unseren Vorlesungen an der Universität Paderborn, der Heriot-Watt University in Edinburgh und an der Technischen Universität Berlin entstanden. Insbesondere gehen die Aufgaben zu den Kapiteln 3 bis 10 auf Notizen und Vorlesungen von Herrn Professor Helmut Wild, Paderborn, zurück, dem wir für seine Anregungen herzlich danken. Weiterhin gebührt Herrn Kollegen Prof. Dr.-Ing. Albert Duda Dank für eine erste Durchsicht des Manuskripts und viele Verbesserungsvorschläge.

Vom Stoffumfang her sind unsere Übungen auf zwei Semesterwochenstunden ausgelegt. Sicherlich werden sich bei Verwendung der Aufgaben in der täglichen Lehre viele weitere Wünsche einstellen. Zum Beispiel haben wir es in dieser Auflage des Übungsbuches versäumt, Aufgaben zum Thema D'ALEMBERTSche und LAGRANGESche Mechanik bereitzustellen. In diesem Zusammenhang können wir vorläufig nur empfehlen, die mit dem NEWTONSchen Konzept ausführlich bearbeiteten Aufgaben der Kapitel 14 und 15 mit diesen Methoden entsprechend durchzurechnen und die präsentierte Lösung unter anderen Gesichtspunkten wiederzuentdecken. Ferner sind manche Abschnitte im Moment etwas unterbesetzt, wie zum Beispiel die Kapitel 11 bis 13, also die Themen Knickstab und Punktkinematik und – kinetik. Unser Ziel ist es, während der kommenden Semester hierzu im Stil des Buches weitere ausgearbeitete Aufgaben auf unserer webpage anzubieten: <http://mechanik.tu-berlin.de/mueller/lehre.htm>. Hier werden wir auch über die zu erwartenden Druckfehler berichten und Informationen in Form einer permanent zu aktualisierenden Errataliste anbieten.

Wir wurden auch mehrfach darauf angesprochen, warum wir unsere Leser denn duzen. Darauf ist zu erwidern, dass selbst wenn wir dies täten, es keineswegs diminutiv, deklassierend oder gar kommunistisch-klassenkämpferisch gemeint wäre. Vielmehr jedoch gebrauchen wir Ausdrücke wie „Stelle auf“, „Erarbeite“, etc. im Sinne eines kategorischen Imperativs und meinen eigentlich „Man stelle auf“, „Man erarbeite“. Um vorzubeugen: Letztere Erklärung ist durchaus im nicht-antifeministischen Sinne zu verstehen!

Abschließend bedanken wir uns herzlich für die angenehme Zusammenarbeit mit Herrn Dipl.-Phys. Jochen Horn vom Carl Hanser Verlag, der das Werden dieses Buches aufmerksam begleitet hat und mit Rat und Tat stets aktiv und äußerst hilfreich zur Seite stand.

Wolfgang H. Müller und Ferdinand Ferber im Sommer 2004

Vorwort zur 2. Auflage

... deinde quia longum iter est per praecepta, breve et efficax per exempla.

Lucius Annaeus SENECA (1-65) in ‘Epistulae morales ad Lucilium (I, VI [5])’

Nachdem wir unser Lehrbuch der modularen Struktur angepasst haben, war eine entsprechende Korrektur des Aufgabenbuches überfällig. Diese Lücke haben wir hiermit geschlossen. Parallel zum Lehrbuch findet man in fünf Kapiteln gegliedert Aufgaben zu den an der Technischen Universität Berlin für die Studierenden der Ingenieurwissenschaften angebotenen Modulen Statik, Festigkeitslehre, Dynamik, Kontinuumsmechanik und Energiemethoden.

Weiterhin wurden die Aufgaben thematisch nach den im Kapitel jeweils folgenden Unterpunkten sortiert. Wir stellen nicht ohne Stolz fest, dass zu jedem Unterkapitel Übungsaufgaben bereitstehen. Außerdem ist zu vermelden, dass im Rahmen der beiliegenden CD dem starken Wunsch der Studierenden Rechnung getragen wurde, sog. „Quickies“ üben zu können. Diese Kurz- oder auch Theoriefragen stellen erfahrungsgemäß in der Klausur eine sehr große Hürde dar und werden, obwohl sie es nach überlegtem Studium des Lehrbuches nicht sein sollten, als extrem schwierig empfunden. Entsprechend groß ist die Furcht, sich nicht darauf vorbereiten zu können. Dieses wird nun möglich.

Abschließend gilt unser Dank noch allen unseren studentischen Helfern, nämlich den Damen und Herren cand.-ing. Matti Blume, Claudia Gertheinrich, Stefan Jannikoy, Anna Japs, Saskia Krech, Felix-Joachim Müller, den wissenschaftlichen Mitarbeitern Dipl.-Ing.’s Emek Abali, Andreas Brandmair und Holger Worrack, Herrn Dipl.-Ing. Guido Harneit für die Rechneradministration und Softwareunterstützung sowie – wie immer last but not least – Herrn Dipl.-Phys. Jochen Horn vom Carl Hanser Verlag.

Wolfgang H. Müller und Ferdinand Ferber im Juli 2009

Vorwort zur 3. Auflage

Книги читай, однако помни — книга книгой, а своим мозгом двигай!

Максим Горький (1868-1936)

In der vorliegenden 3. Auflage unseres Aufgabenbuches haben wir zunächst einmal versucht, alle durch Assistenten und Studenten bisher gefundenen Druck- und Rechenfehler auszumerzen. Es ist zu vermuten, dass trotz dieser Anstrengung nicht alle beseitigt wurden. Darüber hinaus haben wir uns sehr bemüht, neue Fehler einzubauen, denn insbesondere zu den Kapiteln über Kontinuumsmechanik und Energiemethoden sind weitere Aufgaben hinzugekommen. Folglich gilt es das obige Zitat zu beherzigen und selber zu denken, denn nur selber rechnen macht schlau, und man soll ja nicht alles glauben, was in den Büchern steht.

Für die Mitarbeit an der neuen Auflage möchten wir Assistenten und studentischen Hilfskräften danken, insbesondere den Herren Dr.-Ing. B. Emek Abali, Matti Blume, Anton Köllner, M.Eng. (Hons) und Felix Reich, M.Sc. und Herrn Dipl.-Ing. Guido Harneit für die Rechneradministration und Softwareunterstützung. Für viel Verständnis und Geduld während der Anfertigung dieses Buches ist außerdem Frau Ute Eckardt vom Hanser Verlag Dank zu sagen.

Wolfgang H. Müller und Ferdinand Ferber im Juli 2015

1.6 Der biegesteife Träger

1.6.1 Schnittgrößen am eingespannten Träger unter Last I

Problemstellung

Für den in Abb. 1.6.1 dargestellten, mit den Kräften F_1 und F_2 belasteten Biegeträger sind alle Schnittgrößen zu bestimmen und über dem Träger zu zeichnen. Markante Schnittpunkte sind zahlenmäßig anzugeben.

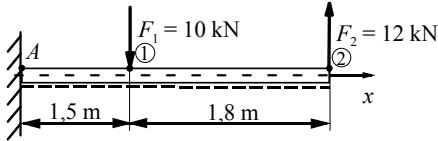


Abb. 1.6.1: Eingespannter Träger unter äußerer Last.

Lösung

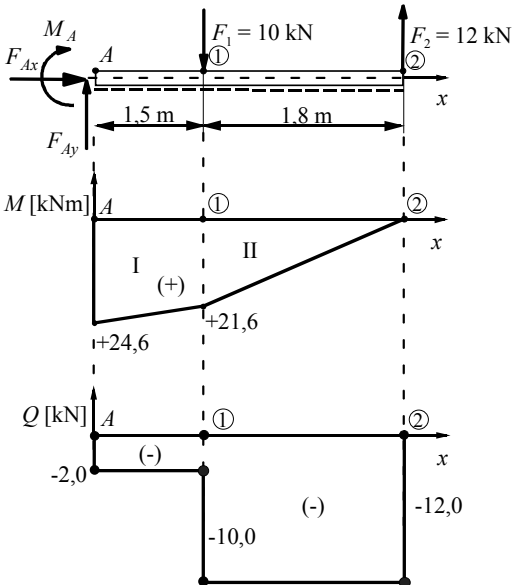


Abb. 1.6.2: Freischnitt und Schnittgrößen am Träger.

Die gesuchten Schnittflächen sind in Abb. 1.6.2 bereits eingezeichnet. Es soll nun erläutert werden, wie sie zustande gekommen sind. Um die Flächen sowohl vom linken als auch vom rechten Trägerende her entwickeln zu können, empfiehlt es sich in einem ersten Schritt die Schnittgrößen im Lager A zu ermitteln. Dies geschieht wie üblich durch Freischnitt bei A und Auswerten der entsprechenden Gleichgewichtsbedingungen:

$$\sum F_x = 0: F_{Ax} = 0, \quad (1.6.1)$$

und daraus folgt sofort, dass die Normalkraft in jedem Punkt der Balkenachse verschwinden muss (daher wurde sie oben auch nicht eingezeichnet):

$$N(x) = 0. \quad (1.6.2)$$

Dies hätte man übrigens auch vom rechten Balkenende her kommend sehen können, denn nirgends wird normal zum Balkenquerschnitt eine Kraft eingeleitet. Als nächstes:

$$\sum F_y = 0: F_{Ay} = F_1 - F_2 = -12 \text{ kN} + 10 \text{ kN} = -2 \text{ kN}. \quad (1.6.3)$$

Ob dies eine positive oder negative Querkraft am linken Schnittufer zur Folge hat, entscheiden wir durch Ableitung der Momentenfläche. Daher studieren wir zuerst die dritte Gleichgewichtsbedingung:

$$\begin{aligned} \sum M^{(A)} = 0: M_A &= -F_1 \cdot 1,5 \text{ m} + F_2 \cdot 3,3 \text{ m} = \\ &= -10 \text{ kN} \cdot 1,5 \text{ m} + 12 \text{ kN} \cdot 3,3 \text{ m} = 24,6 \text{ kNm}. \end{aligned} \quad (1.6.4)$$

Man beachte, dass die Auswertung dieser Gleichung zunächst nicht das Vorzeichen der Momentenfläche zu entscheiden hilft. Wir entscheiden das Vorzeichen vielmehr über die in der Abbildung dargestellten, gestrichelte Linie, die für ein positives Biegemoment definierte **Zugzone des Balkens**. Wenn wir beispielsweise die Momentenfläche von links her entwickeln, so ist festzuhalten, dass das Moment M_A besagte Linie aufbiegt, und das gibt zu einer positiven Momentenfläche Anlass. Der Wert dieser Fläche bleibt jedoch nicht erhalten, wenn wir nach rechts fortschreiten, da die Kraft F_{Ay} beginnt, aufgrund ihres negativen Vorzeichens das Moment abzubauen, und zwar linear und um so mehr, je weiter wir nach rechts gehen. An der Stelle 1 besitzt die Momentenfläche nur mehr den Wert:

$$M_1 = 24,6 \text{ kNm} - 2 \text{ kN} \cdot 1,5 \text{ m} = 21,6 \text{ kNm}. \quad (1.6.5)$$

Dies hätte man auch von rechts kommend sehen können, sogar etwas schneller:

$$M_1 = +12 \text{ kN} \cdot 1,8 \text{ m} = 21,6 \text{ kNm}, \quad (1.6.6)$$

denn dort häuft die Kraft F_2 linear immer mehr positives Moment auf, denn sie beansprucht die gestrichelte Linie auf Zug. Somit ist die in der Abbildung gezeichnete (überall linear verlaufende) Momentenfläche einsichtig. Das Vorzeichen und Aussehen der Querkraftfläche ermitteln wir aus der Beziehung:

$$\frac{dM(x)}{dx} = Q(x). \quad (1.6.7)$$

Es ergeben sich zwei konstante, negative Bereiche der Stärke:

$$\text{Bereich I: } \frac{21,6 - 24,6}{1,5} \text{ kN} = -2 \text{ kN}, \quad (1.6.8)$$

$$\text{Bereich II: } \frac{0 - 21,6}{1,8} \text{ kN} = -12 \text{ kN}. \quad (1.6.9)$$

1.6.2 Schnittgrößen am eingespannten Träger unter Last II

Problemstellung

Für den in Abb. 1.6.3 dargestellten, einseitig eingespannten und über der Länge von 4 m mit der Gleichstreckenlast $q_0 = 3 \text{ kN/m}$ belasteten Biegeträger sind alle Schnittgrößen zu bestimmen und über dem Träger zu zeichnen. Markante Punkte (A und m) sind zahlenmäßig zu charakterisieren.

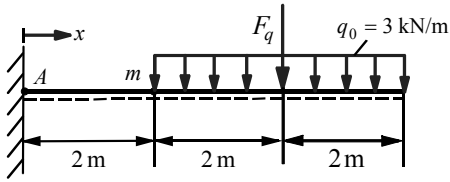


Abb. 1.6.3: Eingespannter Träger unter äußerer Last.

Lösung

Die gesuchten Schnittflächen sind in Abb. 1.6.4 bereits eingezeichnet worden. Es soll nun erläutert werden, wie sie zustande kommen. Um die Flächen sowohl vom linken als auch vom rechten Trägerende her entwickeln zu können, empfiehlt es sich in einem ersten Schritt, die Schnittgrößen im dreiwertigen Lager A zu ermitteln. Dies geschieht wie üblich durch Freischnitt bei A und Auswerten der entsprechenden Gleichgewichtsbedingungen. Doch zuvor ersetzen wir die Gleichstreckenlast durch eine Ersatzkraft der Stärke:

$$F_q = 3 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot 4 \text{ m} = 12 \text{ kN}, \quad x_q = 2 \text{ m} + 2 \text{ m} = 4 \text{ m}. \quad (1.6.10)$$

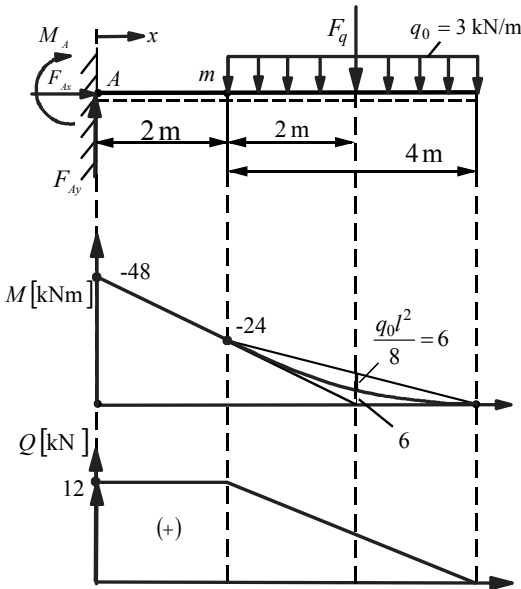


Abb. 1.6.4: Eingespannter Träger unter äußerer Last.

Dann bilden wir entlang der Achsrichtung des Balkens:

$$\sum F_x = 0: F_{Ax} = 0, \quad (1.6.11)$$

und daraus folgt, dass die Normalkraft in jedem Punkt der Balkenachse verschwinden muss (daher wurde sie oben auch nicht eingezeichnet). Wir schreiben:

$$N(x) = 0. \quad (1.6.12)$$

Dies hätte man übrigens auch vom rechten Balkenende her kommend sehen können, denn nirgends wird normal zum Balkenquerschnitt eine Kraft eingeleitet. Als Nächstes:

$$\sum F_y = 0: F_{Ay} = F_q = 12 \text{ kN}. \quad (1.6.13)$$

Ob dies eine positive oder negative Querkraft am linken Schnittpunkt zur Folge hat, entscheiden wir durch Ableitung der Momentenfläche. Daher werten wir zuerst die dritte Gleichgewichtsbedingung aus:

$$\sum M^{(A)} = 0: M_A = -F_q \cdot x_q = -12 \text{ kN} \cdot 4 \text{ m} = -48,0 \text{ kNm}. \quad (1.6.14)$$

Man beachte, dass die Auswertung dieser Gleichung das Vorzeichen der Momentenfläche entscheidet. Dieses ermitteln wir über die in der Abbildung eingezeichnete gestrichelte Linie, die für ein positives Biegemoment definierte Zugzone des Balkens. Entwickeln wir die Momentenfläche von links kommend, so ist festzuhalten, dass das Moment M_A besagte Linie aufgrund des negativen Vorzeichens zusammendrückt, also auf eine negative Momentenfläche führt. Der Wert dieser Fläche bleibt jedoch nicht erhalten, wenn wir nach rechts gehen, denn die Kraft F_{Ay} beginnt aufgrund ihres positiven Vorzeichens Moment aufzubauen und zwar linear immer mehr, je weiter wir nach rechts gehen. An der Stelle m besitzt die Momentenfläche schließlich noch den Wert:

$$M_m = -48,0 \text{ kNm} + 12 \text{ kN} \cdot 2,0 \text{ m} = -24,0 \text{ kNm}. \quad (1.6.15)$$

Dies hätte man auch von rechts kommend sehen können, sogar etwas schneller:

$$M_m = -12 \text{ kN} \cdot 2,0 \text{ m} = -24,0 \text{ kNm}, \quad (1.6.16)$$

denn dort häuft die Kraft F_q über der Strecke 2 m linear immer mehr negatives Moment auf, da sie die gestrichelte Linie zusammendrückt. Somit sind bereits einige Teile der oben gezeichneten Momentenfläche einsichtig. Was noch fehlt, ist die genaue mathematische Beschreibung der Momentenfläche im Bereich der Gleichstreckenlast. Sie ist dort durch eine Parabel zweiter Ordnung gegeben, die vom negativen Wert M_m auf den Wert Null ansteigt (denn ganz rechts muss die Momentenfläche wegen des freien Trägerendes verschwinden). Wir wollen auf die genaue mathematische Analyse verzichten und nur ihre ungefähre Form ermitteln, indem wir den Punkt m und den Endpunkt miteinander verbinden und, wie gezeichnet, eine Parabel der Tiefe:

$$\frac{q_0 l^2}{8} = 3 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot \frac{4^2}{8} \text{ m}^2 = 6 \text{ kN} \quad (1.6.17)$$

einsetzen. Das Vorzeichen und Aussehen der Querkraftfläche ermitteln wir aus der Beziehung:

$$\frac{dM(x)}{dx} = Q(x). \quad (1.6.18)$$

So resultiert links ein konstanter, positiver Bereich der Stärke:

$$\frac{-24,0 - (-48,0)}{2,0} \text{ kN} = 12 \text{ kN}. \quad (1.6.19)$$

Danach muss die Querkraft linear auf Null abnehmen, denn die Gleichstreckenlast beginnt (von rechts kommend) am rechten Trägerende Querkraft anzuhäufen. Oder anders gesagt: Die Ableitung einer quadratischen Parabel (die Momentenfläche in diesem Bereich) kann nur eine lineare Funktion sein.

1.6.3 Schnittgrößen am gelenkig gelagerten Träger unter örtlich variabler Streckenlast I

Problemstellung

Auf dem dargestellten Balken ist über seiner kompletten Länge l eine nichtlineare, sinusförmige Streckenlast angebracht. Bestimme alle Schnittgrößen und zeichne sie über dem Balken.

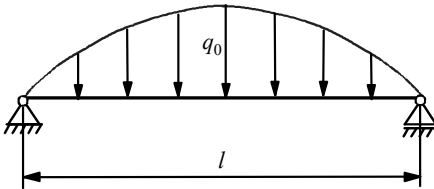


Abb. 1.6.5: Gelenkig gelagerter Träger unter äußerer Last.

Lösung

Um die gesuchten Schnittflächen berechnen und zeichnen zu können, müssen wir als Erstes eine mathematische Gleichung für die Streckenlast $q(x)$ aufstellen. Da es sich um eine sinusförmige Belastung handeln soll, liegt es nahe, den folgenden Ansatz mit den beiden noch unbekanntenen Parametern A und B zu wählen:

$$q(x) = A \sin(Bx). \quad (1.6.20)$$

Diese Parameter werden so bestimmt, dass folgende Randbedingungen erfüllt sind:

$$q(x=l) = 0 = A \sin(Bl) \Rightarrow Bl = \pi \Rightarrow B = \frac{\pi}{l} \Rightarrow q(x) = A \sin\left(\pi \frac{x}{l}\right) \quad (1.6.21)$$

und:

$$q\left(x = \frac{l}{2}\right) = q_0 = A \sin\left(\pi \frac{l}{2l}\right) = A \Rightarrow A = q_0 \Rightarrow q(x) = q_0 \sin\left(\pi \frac{x}{l}\right). \quad (1.6.22)$$

Offenbar ist die Normalkraftverteilung für den vorliegenden Fall identisch Null, denn es existieren ja keine in Stabachsenrichtung weisenden Kräfte, weder aufgrund der Lager noch durch Einleitung entlang dem Balken. Die Schnittgrößen Querkraft- und Momentenverteilung folgen per Integration aus den folgenden Gleichungen:

$$\frac{dQ(x)}{dx} = -q(x) \Rightarrow Q(x) = -\int q(x) dx + C_1, \quad (1.6.23)$$

$$\frac{dM(x)}{dx} = Q(x) \Rightarrow M(x) = \int Q(x) dx + C_2 = -\int \left[\int q(x) dx \right] dx + C_1 x + C_2.$$

Konkret ergibt sich:

$$Q(x) = -q_0 \int \sin\left(\pi \frac{x}{l}\right) dx + C_1 = q_0 \frac{l}{\pi} \cos\left(\pi \frac{x}{l}\right) + C_1, \quad (1.6.24)$$

denn es gilt:

$$\int \sin(ax) dx = -\frac{1}{a} \cos(ax). \quad (1.6.25)$$

Weiterhin ist:

$$M(x) = \int Q(x) dx + C_2 = q_0 \frac{l^2}{\pi^2} \sin\left(\pi \frac{x}{l}\right) + C_1 x + C_2, \quad (1.6.26)$$

da:

$$\int \cos(ax) dx = \frac{1}{a} \sin(ax). \quad (1.6.27)$$

Als Letztes müssen noch die beiden Integrationskonstanten C_1 und C_2 aus Randbedingungen festgelegt werden. Mögliche Randbedingungen sind das Verschwinden der Momentenfläche am Trägeranfang und -ende:

$$M(x=0) = 0 \Rightarrow C_2 = 0, \quad M(x=l) = 0 \Rightarrow C_1 \cdot l = 0 \Rightarrow C_1 = 0. \quad (1.6.28)$$

Wir können also zusammenfassen:

$$Q(x) = q_0 \frac{l}{\pi} \cos\left(\pi \frac{x}{l}\right), \quad M = q_0 \frac{l^2}{\pi^2} \sin\left(\pi \frac{x}{l}\right). \quad (1.6.29)$$

Die graphische Darstellung der Schnittgrößen findet sich in Abb. 1.6.6.

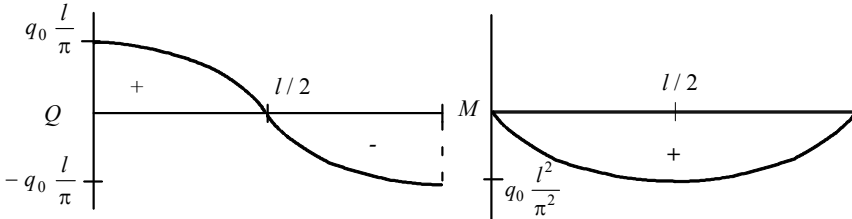


Abb. 1.6.6: Verlauf der Schnittgrößen über dem Träger.

1.6.4 Schnittgrößen am gelenkig gelagerten Träger unter örtlich variabler Streckenlast II

Problemstellung

Der dargestellte Balken steht über seiner kompletten Länge l unter einer trapezförmigen Streckenlast. Bestimme alle Schnittgrößen und zeichne sie über dem Balken.

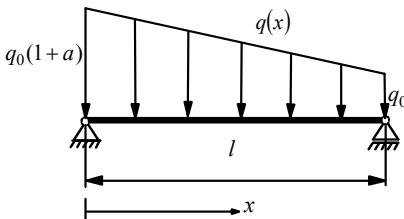


Abb. 1.6.7: Gelenkig gelagerter Träger unter trapezförmiger Streckenlast.

Lösung

Um die gesuchten Schnittflächen berechnen und zeichnen zu können, müssen wir als Erstes eine mathematische Gleichung für die Streckenlast $q(x)$ aufstellen. Da es sich um eine trapezförmige, also lineare Belastung handeln soll, liegt es nahe, eine Geradengleichung mit den beiden noch unbekanntem Parametern m und b zu wählen:

$$q(x) = m x + b. \quad (1.6.30)$$

Diese Parameter werden an die Form des Trapezes angepasst, sodass folgende Randbedingungen erfüllt sind:

$$q(x=0) = q_0(1+a) = b \Rightarrow b = q_0(1+a) \quad (1.6.31)$$

und:

$$q(x=l) = q_0 = m l + q_0(1+a) \Rightarrow m = -\frac{a}{l} q_0. \quad (1.6.32)$$

Es ergibt sich:

$$q(x) = q_0 \left[1 + a \left(1 - \frac{x}{l} \right) \right]. \quad (1.6.33)$$

Offenbar ist die Normalkraftverteilung für den vorliegenden Fall identisch Null, da im vorliegenden Problem keine senkrecht zum Flächenquerschnitt stehenden Kräfte existieren. Die Querkraft- und die Momentenverteilung folgen per Integration aus den folgenden Gleichungen:

$$\frac{dQ(x)}{dx} = -q(x) \Rightarrow Q(x) = -\int q(x) dx + C_1, \quad (1.6.34)$$

$$\frac{dM(x)}{dx} = Q(x) \Rightarrow M(x) = \int Q(x) dx + C_2 = -\int \left[\int q(x) dx \right] dx + C_1 x + C_2.$$

Konkret ergibt sich:

$$\begin{aligned} Q(x) &= -\int \left\{ q_0 \left((1+a) - a \frac{x}{l} \right) \right\} dx + C_1 = -q_0 \left[(1+a)x - a \frac{x^2}{2l} \right] + C_1 = \\ &= -\frac{q_0 l}{2} \left[2(1+a) \frac{x}{l} - a \left(\frac{x}{l} \right)^2 \right] + C_1. \end{aligned} \quad (1.6.35)$$

Weiterhin ist:

$$M(x) = -\int \left\{ \frac{q_0 l}{2} \left[2(1+a) \frac{x}{l} - a \left(\frac{x}{l} \right)^2 \right] \right\} dx + C_1 x + C_2 = \quad (1.6.36)$$

$$-\frac{q_0 l}{2} \left[2(1+a) \frac{x^2}{2l} - a \frac{x^3}{3l^2} \right] + C_1 x + C_2 = \frac{q_0 l^2}{6} \left[-3(1+a) \left(\frac{x}{l} \right)^2 + a \left(\frac{x}{l} \right)^3 \right] + C_1 x + C_2.$$

Als Letztes müssen noch die beiden Integrationskonstanten C_1 und C_2 aus Randbedingungen festgelegt werden. Mögliche Randbedingungen sind das Verschwinden der Biegemomente am Trägeranfang und -ende:

$$M(x=0) = 0 \Rightarrow M(x=0) = 0 = 0 + C_1 \cdot 0 + C_2 \Rightarrow C_2 = 0, \quad (1.6.37)$$

$$M(x=l) = 0 \Rightarrow M(x=l) = 0 = \frac{q_0 l^2}{6} [-3(1+a) + a] + C_1 l \Rightarrow C_1 = \frac{q_0 l}{6} (3+2a).$$

Anschaulich gesprochen lässt sich die Konstante C_1 wegen der Gleichung für die Querkraft (1.6.36) als die linke Auflagerkraft F_A interpretieren. Abschließend können wir schreiben:

$$Q(x) = -\frac{q_0 l}{2} \left[2(1+a) \frac{x}{l} - a \left(\frac{x}{l} \right)^2 \right] + \frac{q_0 l}{6} (3+2a) = \frac{q_0 l}{6} \left[(3+2a) - 6(1+a) \frac{x}{l} + 3a \left(\frac{x}{l} \right)^2 \right],$$

$$M(x) = \frac{q_0 l^2}{6} \left[(3+2a) \frac{x}{l} - 3(1+a) \left(\frac{x}{l} \right)^2 + a \left(\frac{x}{l} \right)^3 \right]. \quad (1.6.38)$$

Für die spezielle Wahl $a=1$ (Kraftdichte links doppelt so groß wie rechts) ergibt sich aus den beiden letzten Gleichungen die etwas übersichtlichere Form:

$$\frac{Q(x)}{q_0 l / 6} = 5 - 12 \frac{x}{l} + 3 \left(\frac{x}{l} \right)^2, \quad \frac{M(x)}{q_0 l^2 / 6} = 5 \frac{x}{l} - 6 \left(\frac{x}{l} \right)^2 + \left(\frac{x}{l} \right)^3. \quad (1.6.39)$$

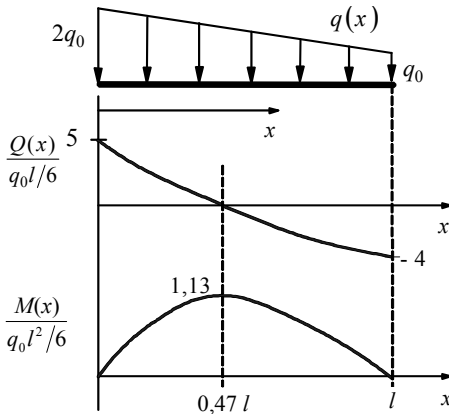


Abb. 1.6.8: Verlauf der Schnittgrößen über dem Träger.

Um im Hinblick auf einen Spannungsnachweis das Maximum der Momentenverteilung und die zugehörige Stelle x_0 zu finden, bilden wir:

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{M(x)}{q_0 l^2 / 6} \right) \Bigg|_{x=x_0} = \frac{5}{l} - 12 \frac{x_0}{l^2} + 3 \frac{1}{l} \left(\frac{x_0}{l} \right)^2 = 0. \quad (1.6.40)$$

Somit ergibt sich:

$$\left(\frac{x_0}{l} \right)^2 - 4 \frac{x_0}{l} + \frac{5}{3} = 0 \Rightarrow \left(\frac{x_0}{l} \right)_{1,2} = 2 \pm \sqrt{4 - \frac{5}{3}} = 2 \pm \sqrt{\frac{7}{3}} \Rightarrow \frac{x_0}{l} = 0,47, \quad (1.6.41)$$

denn die erste Lösung für die Position ist aus physikalischen Gründen unsinnig. Mithin:

$$\frac{M_{\max}}{q_0 l^2 / 6} = \frac{M(x=x_0)}{q_0 l^2 / 6} = 5 \cdot 0,47 - 6 \cdot 0,47^2 + 0,47^3 = 1,13. \quad (1.6.42)$$

Die graphische Darstellung der Schnittgrößen für diesen Fall ist in Abb. 1.6.8 zu sehen.

1.6.5 Schnittgrößen am abgeknickten Träger I

Problemstellung

Für den in Abb. 1.6.9 dargestellten, mit Einzelkräften belasteten Biegeträger sind alle Schnittgrößen zu bestimmen und über dem Träger zu zeichnen. Markante Punkte sind zahlenmäßig anzugeben, kritische Stellen sind hervorzuheben.

Stichwort- und Namensregister

A

Abscheren 113
actio = reactio 19, 21, 24, 105
Amplitude 172, 234f
Anfangsbedingung 177ff, 197f,
265ff, 284, 294, 308
Anregungsfrequenz 236
Arbeitssatz 312f
ARISTOTELES 226
Auftrieb 326
Auslenkung 155, 171ff, 232ff, 265ff

B

Balken 51f, 71ff, 87, *siehe auch*
Träger
Ballistik 197ff
Beanspruchung 69
– zusammengesetzt 161ff
Belastung 75f, 103, 318ff
siehe auch Beanspruchung
Beobachter 250ff
BERNOULLISCHE Höhenformel 256
Beschleunigung 177ff
– 2D 197
BETTI, Satz von 295ff
Bewegung 101ff, 176ff
Bewegungsgleichung 190ff, 292
Bezugssystem 277
Biegelinie 149ff
– Differenzialgleichung 152ff
Biegemoment 65
Biegespannungsformel 133
Biegung 114ff
Bilanz
– Drehimpuls- 260ff
– Energie- 184ff, 277ff
– Entropie- 292ff
– -gleichung- 238ff, 254ff, 260ff
– Impuls- 239ff
– Massen- 238ff, 254, 280
Bilanzgleichung *siehe* Bilanz
Bindung, geometrisch 4
BREDTSCHE Formel, 160f

C

CASTIGLIANO, 1. Satz 295
CASTIGLIANO, 2. Satz 297
CAUCHYSche Gleichung 255
CORIOLIS-Kraft 188ff, 255

COUETTE-Strömung 279f
COULOMBSche Reibung 100ff, 190ff,
201
CRAMERSche Regel 6, 29, 234f, 249
CULMANN-Gerade 109

D

Dämpferkonstante 233, 329
Deformation 318
Dehnung 92, 117ff, 242, 259, 282
Determinante 5ff, 30f, 179, 242ff,
260ff
Determinantenregel, 30, 179
siehe auch Determinante
Determinantenbedingung 243ff
Dichte
Massen- 58ff, 159, 254ff, 278ff
Kraft- 78
Energie- 282
Differenzialquotient 37ff
Differenzialgleichung, 87, 94ff, 152f,
170ff, 183ff, 198, 212, 231ff, 257,
266, 307ff, 327ff
– DGL 2. Ordnung 172, 231ff
Drallsatz 231ff
Drehachse 224
Drehfederkonstante 232
Drehimpuls 260ff
Drehmoment 4, 14
Drehwinkel 178, 237
Dreibein 29, 215
Dreieckslast 53, 297ff
Druckformel, hydrostatische 257f
Durchbiegung 118f, 133, 149ff, 170ff
siehe auch Biegung
Dynamik 176ff
– Massenpunkt 176ff
– Massenpunktsystem 206ff
– Punktmasse 218ff
– starrer Körper 214ff, 291

E

Ebene, schief 200ff
Eigenfrequenz 152, 231ff, 267
Einflusszahl 306f
Einspannung
– fest 151ff, 166ff, 299
EINSTEINSche Summenkonvention
245, 264

Elastizitätsmodul 117, 168f, 297
 Elastizitätstheorie 265ff
 Energie
 – Formänderungs- *siehe*
 Formänderungsenergie
 – innere 282f
 – kinetische 184ff, 193ff, 211ff,
 282ff, 291, 327ff
 – potenzielle 185ff, 193ff, 203ff,
 327f
 – -bilanz 184ff, 193, 282ff
 – -funktional 307ff
 – -prinzip 326ff
 – -satz 183ff, 289
 – -wert, mittlerer 200
 Entropie 292ff
 Erdschwere 152, 176, 188, 197ff,
 222, 230, 256, 307
 Erregung 234, 327
 EULER-EYTELWEINSche Gleichung
 107ff
 EULERSche Gleichung 215ff
 EULERSche Knicktypen 166ff
 EULER-LAGRANGE-Gleichung 327ff

F
 Fachwerk 61ff
 Faser, neutrale 133
 Federkonstante 232f, 330
 Federsteifigkeit 329
 Feldgröße 203
 Festigkeit 112
 Festkörper, linear elastisch 259, 282
 Flächenschwerpunkt 88
 Flächenträgheitsmoment 128ff, 134ff,
 142f, 148f, 159f, 168f, 297, 320,
 324
 Flansch 162
 Fluid 238
 – Navier-Stokes- 277ff
 – NEWTONSches 256
 Flüssigkeit 257ff, 277f
 Formänderungsenergie 297ff
 FOURIERSches Wärmeleitungsgesetz
 282
 Freiheitsgrad 70, 327ff
 Freischnitt 4ff *siehe* Schnitt
 Frequenz 234ff
 Funktional 307ff

G
 Gas, ideales 257f, 292f
 GAUßscher Satz 238
 GERBER-Träger 54ff

Geschwindigkeit 176ff
 – Winkel- 176ff
 GIBBSsche Gleichung 292
 Gleichgewicht 11ff, 100ff, 124f
 Gleichgewichtsbedingungen 6, 12ff,
 46ff, 95ff, 151, 166ff, 304, 316,
 323
 Gleichgewichtslage 232ff, 310f, 329
 Gradient 281
 Gravitation 184ff, 200ff, 290
 GULDINSche Regel 42ff, 50f

H

HAGEN-POISEUIELLE-Strömung 281f
 Hebelarm 31, 90, 115
 Hilfslinie, gestrichelt 319
 HOOKESches Gesetz 116ff, 259, 274
 Hydromechanik 276ff

I

Impuls 212ff, 239ff, 254ff
 Impulssatz 207
 – Massenpunktsystem 206ff
 Indexkalkül 261f
 Inertialsystem 250ff
 Integral 37ff
 Integrationskonstanten 76ff

K

Keil 100ff
 Keilriemen 109f
 Keilwinkel 102, 110
 Kettenregel 39, 176, 284, 309
 Kinematik 178ff, 214ff
 kinematische Bestimmtheit 67
 Knotenpunktverfahren 62ff, 296, 313
 Koeffizientenvergleich 234
 Kompression 257ff
 Kontinuumsmechanik 238ff
 Kontrollvolumen 289
 Konvention
 – Momentenfläche 96
 – Summen- 245, 264
 – Schnittufer 88ff, 92
 Koordinaten
 – Kugel- 205f, 224
 – mitgeführt 301
 – Polar- *siehe* Polarkoordinaten
 – kartesische 6, 10 20ff, 31ff, 45ff,
 178ff, 197f, 256, 261ff
 Koordinatensystem 6ff
 Koppeltabelle 318ff
 Kosinussatz 8f
 Kraft 2

- äußere 66
- eingeprägt 3f
- Einzel- 3, 67, 79
- Freischnitt- 13, 24, 54, 84
- generalisiert 303f, 327f
- Gewichts- 100, 147, 196ff, 236
- konservativ 200ff, 290
- Linien- 3
- nicht konservativ 203, 206
- Normal- 14, 71ff, 191ff, 219, 300ff
- Oberflächen- 3
- parallel 8
- -pfeil 19
- Quer- 37, 65, 72ff, 134ff, 298
- Reaktions- 4, 13f, 84, 115, 326
- -richtung 15ff
- Scher- 277
- Seil- 15, 65f, 110f, 148, 183f, 222
- Stab- 6ff, 11f
- -vektor 32ff, 209, 254f
- virtuell 310ff
- Volumen- 3, 255f, 274ff
- Widerstands- 101ff, 193ff
- zentrales -system 10ff
- Zentrifugal- 183ff, 255
- Kraftdichte 78
- Kräfteck 102
- Kräftegruppe 13ff, 70
- Kräfteplan 20f
- Kreisbahn 182
- Kreuzprodukt 30ff, 179, 247, 261ff
- KRONECKER-Symbol 256
- Krümmung 93, 154, 172f

L

- Lager 13ff
- einwertig 19f, 61f, 84
- Gleit- 45, 168
- zweiwertig 13
- LAMÉsche Konstante 259
- Leistung 282, 290
- Linienintegral 204
- Linienkraft 3
- Luftdruck 257

M

- Massenbilanz 254, 280
- Massendichte 58f, 159, 254, 265, 280
- Massenpunkt 178ff, 206ff, 307
- Massenschwerpunkt 178
- Massenstrom 279f
- Massenträgheitsmoment 218ff
- Materialgleichung 256ff
- Materie 226, 293

- Matrix 241f, 251, 280
- Einheits- 256
- MAXWELL, Satz von 295ff
- MOHRsche Analogie 149ff
- MOHRscher Kreis 163ff, 241ff
- Moment 27ff, 69ff, 92ff, 141ff
- Momentanpol 215f, 226ff
- Momentenfläche 72ff, 134, 150ff, 318ff

N

- Nebenbedingung 210f, 329
- Neigungswinkel 14, 134, 156, 171f
- neutrale Faser 133
- NEWTONSches Grundgesetz 183ff
- NEWTONSche Mechanik 254
- Normalkraftfläche 92
- Nullniveau 185ff, 193, 213, 327
- Nullstab 65f
- Nullvektor 184, 193

O

- Oberfläche 3, 50f, 109, 220, 238, 247, 277ff
- Offset 250

P

- PdvK 313ff
- PdvV 310f
- Pendelstab 10, 17ff, 44f, 79, 102
- Pendelstütze 6, 10ff, 45ff, 103
- Pfeilspitze 21
- POISSONSche Zahl 127, 259
- Polarkoordinaten, *siehe* Koordinaten
- Potenzial 201ff
- Potenzialfunktion 204
- Prinzip der virtuellen Kräfte *siehe* PdvK
- Prinzip der virtuellen Verschiebung *siehe* PdvV
- Punktmasse 218ff, 307f, 329f
- PYTHAGORAS, Satz des 9

Q

- Querdehnung 117, 124ff
- Querkontraktion 117, 124
- Querkontraktionszahl 117, 124
- Querkraftfläche 72ff, 92f

R

- Randbedingung 52, 75ff, 153f, 265ff
- geometrisch 172
- physikalisch 89ff
- Rastpolbahn 226ff

- Rechte-Hand-Regel 33
 Reibung 100ff, 190ff
 – am Keil 100
 – Gleit- 190, 200
 – Haft- 35, 100ff
 REYNOLDSSches Transporttheorem 290
 Richtung 6ff
 RITTERScher Schnitt 62ff, 316
 Rollbedingung 219ff
 Rollen, reines 219ff, 229
 Rotation 42ff, 227ff, 276 *siehe auch* Drehachse
 Ruhelage 230ff, 293, 327f
- S**
- STEINERScher Satz 128
 Schermodul 126f, 268
 Scherwinkel 127f
 Schlupf 229
 Schlusslinie 151f, 158f
 Schmiegekreis 196
 Schnitt *siehe* Freischnitt
 – Größen 4, 44f, 71ff
 – Prinzip 87, 94
 – Ufer 72ff
 Schub 126ff
 Schubmodul 163
 Schwerachse 49, 90
 Schwerkraft 196, 213
 Schwerpunkt 37ff, 130ff
 – Flächen- 88
 – Linien- 50
 – Massen- 178
 Schwerpunktsatz 218ff
 – starrer Körper 218
 Schwinger *siehe* Schwingung
 Schwingung 230ff
 Schwingungsdauer 232
 Schwingungsgleichung 230ff, 265f
 Schwingungstilgung 235
 Selbstsperrung 100ff
 Sicherheit 101
 – Knick- 166ff
 Sinussatz 9ff
 Spannung
 – Biege- 114, 132ff
 – Druck- 116ff, 146
 – Fließ- 117f, 239, 248
 – kritische 117, 124, 141
 – Normal- 135ff, 163f, 242ff
 – resultierende 131
 – Scher- 113, 163ff, 239
 – Schub- 135ff, 162ff
 – Thermo- 119ff
 – Vergleichs- 239ff
 – Zug- 112, 143ff, 239
 – zulässige 122, 135ff, 163
 Spannungsnachweis 78ff, 131ff
 Spannungstensor 239ff
 Spannungszustand 163f, 242ff
 Spatprodukt 261
 Spur 226, 239ff, 259f
 Stabilitätsproblem 166ff
 Statik 1ff, 46ff, 85
 statisch bestimmt 19ff, 46ff, 321ff
 statisch unbestimmt 115ff, 297ff
 Steg 135ff, 162f
 Steifigkeit 150f, 166ff, 299
 Steigungswinkel 37
 STOKESSche Gleichung 197
 Störung 233
 Stoß 180ff, 214
 Strahlung 278ff
 Streckenlast 3, 44ff, 72ff, 139ff, 303, 323ff
 Strömung 273ff
 Summenkonvention *siehe* EINSTEINSche Summenkonvention
 Superpositionsprinzip 133, 303
 Symmetrie 58ff, 122ff, 240, 324
 Symmetrieachse 49, 58
 System
 – Bezugs- 277
 Systemfreiheitsgrad *siehe* Freiheitsgrad
- T**
- Tabellenmethode 51, 130ff, 137ff
 Tabellenverfahren 48ff, 56ff, 134, 144
 Temperatur 256f, 282ff
 – -änderung 120ff
 Tensor
 – antimetrisch 260ff
 – Massenträgheits- 242ff
 – Spannungs- 239ff, 280
 – Verzerrungs- 269
 thermischer Ausdehnungskoeffizient 122
 TORBERG 37
 Torsion 112ff, 159f
 Träger,
 – Biege- 71f, 79ff, 134ff
 – biegesteif 71ff
 – gekrümmt 84, 89
 – genietet 141
 Trägheitsellipse 129

Trägheitsmoment 129, 159
 Tragwerk 53, 90ff
 – statische Bestimmtheit 65ff, 90f
 Translation 227ff, 236, 253ff
 Transporttheorem *siehe*
 REYNOLDSSches Transporttheorem
 transzendente Gleichung 171

U

Übergangsbedingung 89, 93, 170,
 304

V

Variationsrechnung 307ff
 Vektor
 – Abstands- 36
 – -addition 10, 226
 – Axial- 252
 – Beschleunigungs- 178ff
 – Einheits- 32f, 176ff, 202, 229, 247
 – Geschwindigkeits- 178ff, 215, 227
 – Kraft- 32, 36, 209, 254f
 – Momenten- 32ff, 260f
 – Null-, *siehe* Nullvektor
 – Normalen- 33, 88, 248f, 255
 – Orts- 29ff, 176ff, 201ff, 242, 250
 – Verschiebungs- 134, 204
 – Winkelgeschwindigkeits- 179f,
 251f, 263
 Verdrehung
 – axial 159ff
 Verdrehwinkel 176, 178
 Verdrillwinkel 163
 Verformung 96, 115ff, 259, 303,
 313ff
 – plastisch 117f, 248
 – Superpositionsprinzip 133
 Verformungsbedingung 115ff, 323
 Vergleichsspannung 239ff
 Verschiebung 122, 133, 153, 172,
 247ff, 297f
 – virtuell 310ff
 Verstärkungsfunktion 233
 Verzerrungstensor 274
 Volumen 42, 238, 254, 258, 292

W

Wärme 196
 – -ausdehnung 124
 – -leitungsgleichung 282f
 – -spannung 113, 120f
 Wechselwirkungsprinzip 4
 Wegunabhängigkeit 201ff
 Welle 35, 114, 319

Wellengleichung 265f, 272f
 Widerstand
 – Reibungs- 100ff
 Widerstandsmoment 128ff
 – Kreis 160f
 – Rechteck 162
 – polares 160f
 – polares, dünner Ring 160
 – polares, Kreis 160
 – Torsions- 162
 – zusammengesetzt 131
 Winkelgeschwindigkeit 176ff, 214ff,
 276, 329f
 Wippe 125
 Wirkungslinie 17
 Wurf 199

Z

Zeitableitung 253