Quadratische Ausdrücke

$$(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$$
$$(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$$
$$(a+b)(a-b) = a^2-b^2$$

Quadratische Ergänzung:

$$x^2+ax+b = \left(x+\tfrac{a}{2}\right)^2+b-\tfrac{a^2}{4}$$

Funktionen

f gerade $\iff f(x)=f(-x)$ für alle x

f ungerade $\iff f(x)=-f(-x)$ für alle x

f p-periodisch $\iff f(x+p)=f(x)$ für alle x

Trigonometrische Funktionen

$$\sin\left(x+\tfrac{\pi}{2}\right) = \cos x \qquad \cos\left(x+\tfrac{\pi}{2}\right) = -\sin x$$
$$\sin(\pi-x) = \sin x \qquad \cos(\pi-x) = -\cos x$$
$$\sin(x+\pi) = -\sin x \qquad \cos(x+\pi) = -\cos x$$
$$\sin\left(\tfrac{\pi}{2}-x\right) = \cos x \qquad \cos\left(\tfrac{\pi}{2}-x\right) = \sin x$$
$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} \qquad \cot x = \frac{1}{\tan x}$$

Additionstheoreme

$$\sin(x\pm y) = \sin x\cos y \pm \cos x \sin y$$
$$\cos(x\pm y) = \cos x\cos y \mp \sin x \sin y$$

Hyperbelfunktionen

$$\sinh x = \tfrac{1}{2}\left(e^x-e^{-x}\right)$$
$$\cosh x = \tfrac{1}{2}\left(e^x+e^{-x}\right)$$
$$\tanh x = \frac{\sinh x}{\cosh x}$$

Einige Werte von sin, cos, tan, cot

x	$\sin x$	$\cos x$	$\tan x$	$\cot x$
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{3}$
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	1	1
$\frac{\pi}{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$

Komplexe Zahlen

$$z = a+b\,\mathrm{j},\ a,b\in\mathbb{R} \quad \text{mit} \quad a=\operatorname{Re} z,\ b=\operatorname{Im} z$$
$$z = r\,e^{\mathrm{j}\varphi},\ r>0,\ \varphi\in[0,2\pi) \quad \text{mit} \quad r=|z|,\ \varphi=\arg z$$
$$|z| = \sqrt{a^2+b^2},\quad \bar{z}=a-b\,\mathrm{j}, \quad a=r\cos\varphi,\ b=r\sin\varphi$$
$$e^{\mathrm{j}\varphi} = \cos\varphi+\mathrm{j}\sin\varphi$$

Eulersche Formel

$$\sin x = \frac{e^{\mathrm{j}x}-e^{-\mathrm{j}x}}{2\mathrm{j}}$$
$$\cos x = \frac{e^{\mathrm{j}x}+e^{-\mathrm{j}x}}{2}$$
$$(\cos x+\mathrm{j}\sin x)^n = \cos(nx)+\mathrm{j}\sin(nx)$$

Moivresche Formel

Ableitungsregeln

Funktion	Ableitung	Name der Regel
f	f'	
$u+v$	$u'+v'$	Linearität
$c \cdot u$	$c \cdot u'$	Linearität (c Konstante)
$u \cdot v$	$u' \cdot v + v' \cdot u$	Produktregel
$\frac{u}{v}$	$\frac{u' \cdot v - v' \cdot u}{v^2}$	Quotientenregel
$u \circ v$	$(u' \circ v) \cdot v'$	Kettenregel
$u(v(x))$	$u'(v(x)) \cdot v'(x)$	Kettenregel mit x
f^{-1}	$\frac{1}{f'(f^{-1})}$	Ableitung der Umkehrfunktion

Eigenschaften der Ableitung

Bedingung	Bedeutung
$f'(x) \geq 0$ auf $[a, b]$	f monoton steigend auf $[a, b]$
$f'(x) \leq 0$ auf $[a, b]$	f monoton fallend auf $[a, b]$
$f'(x_0) = 0$	notwendig für lokales Extremum in x_0
$f'(x_0) = 0,\ f''(x_0) > 0$	hinreichend für lokales Minimum in x_0
$f'(x_0) = 0,\ f''(x_0) < 0$	hinreichend für lokales Maximum in x_0

Ein paar Ableitungen

Funktion	Ableitung
$f(x)$	$f'(x)$
x^n	$n \cdot x^{n-1}$ $(n \in \mathbb{R} \setminus \{0\})$
e^x	e^x
a^x	$a^x \ln a$ $\quad$ (a Konstante)
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$\tan x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$
$\sinh x$	$\cosh x$
$\cosh x$	$\sinh x$
$\arcsin x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\arctan x$	$\frac{1}{1+x^2}$

Ein paar Stammfunktionen

Funktion	Stammfunktion
$f(x)$	$\int f(x)\,dx$
x^n	$\frac{x^{n+1}}{n+1} + C,\ n \neq -1$
$\frac{1}{x}$	$\ln\lvert x\rvert + C$
e^x	$\mathrm{e}^x + C$
$\ln x$	$x(\ln x - 1) + C$
$\sin x$	$-\cos x + C$
$\cos x$	$\sin x + C$
$\frac{1}{1+x^2}$	$\arctan x + C$

Integrationsregeln

Funktion	Stammfunktion	Regel
$f(x)$	$\int f(x)\,dx$	
$u+v$	$\int u(x)\,dx + \int v(x)\,dx$	Linearität
$c \cdot u$	$c \cdot \int u(x)\,dx$	Linearität (c Konstante)
$u' \cdot v$	$u(x) \cdot v(x) - \int v'(x) \cdot u(x)\,dx$	partielle Integration
$(u' \circ v) \cdot v'$	$u \circ v$	Substitutionregel
$f'(x)\,\left(f(x)\right)^{\alpha}$	$\frac{1}{\alpha+1}\left(f(x)\right)^{\alpha+1}$	
$\frac{f'(x)}{f(x)}$	$\ln\lvert f(x)\rvert$	

Formeln zum Integral

Bedeutung	Formel
Volumen eines Rotationskörpers	$V = \int_a^b \pi(f(x))^2\,\mathrm{d}x$
Oberfläche eines Rotationskörpers	$O = \int_a^b 2\pi\lvert f(x)\rvert\sqrt{1+(f'(x))^2}\,\mathrm{d}x$
Bogenlänge des Graphen von f	$l = \int_a^b \sqrt{1+(f'(x))^2}\,\mathrm{d}x$
Bogenlänge der Kurve $(x(t), y(t))$	$l = \int_a^b \sqrt{(x'(t))^2+(y'(t))^2}\,\mathrm{d}t$
Bogenlänge der Kurve $r = r(\varphi)$	$l = \int_a^b \sqrt{(r'(\varphi))^2+(r(\varphi))^2}\,\mathrm{d}\varphi$
Durch die Kurve $(x(t), y(t))$ überstrichene Fläche	$A = \frac{1}{2}\int_a^b \lvert x(t)y'(t) - x'(t)y(t)\rvert\,\mathrm{d}t$
Durch die Kurve $r = r(\varphi)$ überstrichene Fläche	$A = \frac{1}{2}\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} (r(\varphi))^2\,\mathrm{d}\varphi$

Einige Reihen

$$\frac{1}{1-x} = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{x^i}{i\,!}, \qquad |x| < 1$$

$$e^x = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{x^i}{i\,!}, \qquad x \in \mathbb{R}$$

$$\sin x = \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i \frac{x^{2i+1}}{(2i+1)\,!}, \qquad x \in \mathbb{R}$$

$$\cos x = \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i \frac{x^{2i}}{(2i)\,!}, \qquad x \in \mathbb{R}$$

$$-\ln(1-x) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{i} x^i, \qquad |x| < 1$$

Taylor-Reihe für f um x_0: $\sum_{i=0}^{\infty} \frac{f^{(i)}(x_0)}{i\,!}(x-x_0)^i$

Satz von Taylor:

$$f(x) = \underbrace{\sum_{i=0}^{n} \frac{f^{(i)}(x_0)}{i\,!}(x-x_0)^i}_{=T_n(x)} + \underbrace{\frac{f^{(n+1)}(z)}{(n+1)\,!}(x-x_0)^{n+1}}_{=:R_{n+1}(x)}$$

mit z zwischen x_0 und x

Grundfunktionen in MATLAB

Ausdruck	in MATLAB
$\sqrt{2}$	`sqrt(2)`
$\ln 3$	`log(3)`
e^4	`exp(4)`
$4.2 \cdot 10^{-2}$	`4.2e-2`
$\|3.7\|$	`abs(3.7)`
$\cos 2^\circ$	`cosd(2)`
$\cos 2$ (Bogenmaß)	`cos(2)`
$\arccos 0.2$	`acos(0.2)` (Bogenmaß)
$\arccos 0.2$	`acosd(0.2)` (Grad)
$10\,!$	`factorial(10)`
$\binom{5}{3}$	`nchoosek(5,3)`

Lineare Algebra in MATLAB

Ausdruck	in MATLAB
$\boldsymbol{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$	`a = [1; 2; 3]`
$\\|\boldsymbol{a}\\|$ (Euklidische Norm)	`norm(a)`
$\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b}$	`dot(a,b)`
$\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}$	`cross(a,b)`
$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$	`A = [1 2 3; 4 5 6]`
dritte Spalte von $\boldsymbol{A}$	`A(:,3)`
zweite Zeile von $\boldsymbol{A}$	`A(2,:)`
$\det \boldsymbol{A}$	`det(A)`
$\boldsymbol{A}^T$	`A'`
Lösung von $\boldsymbol{A}\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$	`linsolve(A,b)` oder: `A\b`