



Leseprobe

Hans-Hermann Prüser

Konstruieren im Stahlbetonbau 2

Stabwerkmodelle - Regeldetails - Gebrauchstauglichkeit

ISBN: 978-3-446-41997-1

Weitere Informationen oder Bestellungen unter

<http://www.hanser.de/978-3-446-41997-1>

sowie im Buchhandel.

l_w nach Bild 3.13

$$l_w = 1,25 \cdot d$$

$$\kappa_a = 0,896$$

Jetzt ist erneut nach Gl. (3.41) zu prüfen, ob – unter Berücksichtigung der 2. Bewehrungsreihe – die Querkraft-Tragfähigkeit $v_{Rd,ct,a}$ am zugehörigen äußeren Rundschnitt ausreichend ist:

$$v_{Rd,cd,a} = 0,896 \cdot 104,0 = 93,2 \text{ kN/m}$$

Der Umfang dieses äußeren Rundschnitts und die hier wirkende Einwirkung v_{Ed} ergeben sich aus Gl. (3.36) und Gl. (3.22) für $i = 2$:

$$u_{Re,a,2} = 2 \cdot (a + b) + \pi \cdot d \cdot (4 + (i - 1) \cdot 1,50)$$

$$= 2 \cdot (30 + 40) + \pi \cdot 22,25 \cdot 5,50 = 524 \text{ cm}$$

$$v_{Ed} = 138 \cdot u_{krit} / u_{Re,1} = 138 \cdot 350 / 524$$

$$= 92,2 < v_{Rd,cd,a} = 93,2 \text{ kN/m}$$

Die Querkraft-Tragfähigkeit der Platte ist damit im äußeren Rundschnitt ausreichend; es ist keine weitere Reihe Durchstanzbewehrung einzubauen.

In dem Bild 3.17 ist die Ausführung des Knotenpunktes Stütze-Platte vergleichend ohne und mit einer vorgefertigten **Durchstanzbewehrung** perspektivisch dargestellt. Dabei wurde jeweils die Schnittführung am Stützenrand gelegt. Nachrichtlich ist der kritische Rundschnitt aufgenommen. Die Platten erhalten an der Ober- und Unterseite eine Netzbe-
wehrung aus Betonstahlmatten. Die obere Lage der Plattenbewehrung wird durch Abstandshalter justiert. Die Bewehrung der durchgehenden Stütze wird durch einen **Übergreifungsstoß** gestoßen.

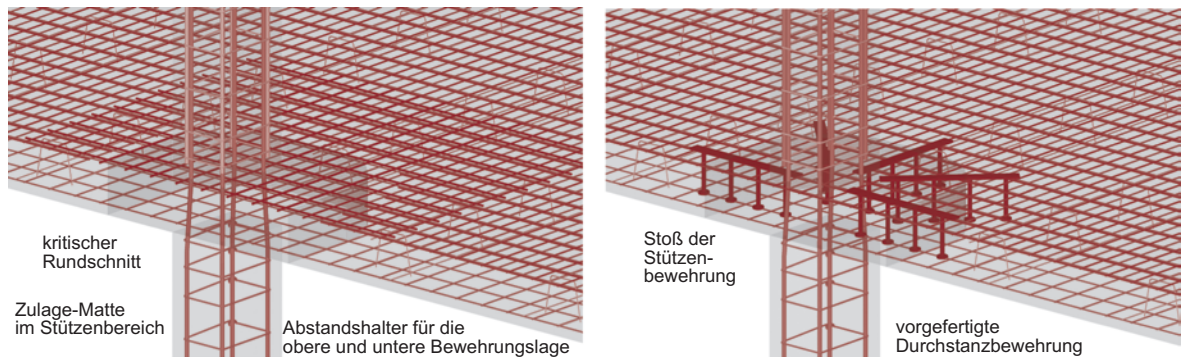


Bild 3.17: Ausführung der Deckenbewehrung (Durchstanzen) im Bereich einer durchgehenden Stahlbetonstütze

3.3 Torsion von Rechteckquerschnitten

3.3.1 Mechanischer Hintergrund

In der Festigkeitslehre (vgl. z.B. Göttsche [8]) wird aufgezeigt, dass sich aus einer Torsionsbeanspruchung T_{Ed} Schubspannungen im Querschnitt ergeben. Das **Torsionsmoment** wird auch mit M_x bezeichnet, da es eine Verdrehung des Balkens um seine x -Achse bewirkt.

In einem homogenen Rechteck-Vollquerschnitt sind die Schubspannungen $\tau(y, z)$ über die Querschnittsfläche A verteilt. Sie sind, wie in dem *Bild 3.18* dargestellt, am Querschnittsrand maximal und im Schwerpunkt null. Sie stehen mit dem Torsionsmoment T_{Ed} in Gleichgewicht.

$$0 = T_{Ed} + \int_A \tau(y, z) \cdot \sqrt{y^2 + z^2} dA \quad (3.49)$$

Der Großteil des Torsionsmomentes wird im Querschnitt durch die Schubspannungen am Querschnittsrand aufgenommen. Sie sind hier maximal und weisen gleichzeitig den größten Hebelarm auf. Betrachtet man einen Stahlbetonquerschnitt, so sind seine Werkstoffeigenschaften nicht homogen. Die Bügel- und Längsbewehrung ist umlaufend am Querschnittsrand konzentriert, sodass in diesen Bereichen höhere Festigkeiten gegeben sind als im Kern des Querschnitts. Für die Bestimmung des Torsionswiderstands T_{Rd} eines Rechteckquerschnitts kann deshalb auf die Berücksichtigung des Kerns verzichtet werden. Er kann stattdessen näherungsweise und auf sichere Seite liegend mit einem **Hohlkastenquerschnitt** beschrieben werden.

Für dünnwandige Hohlkästen (geschlossene, geschweißte Stahlprofile) ergibt sich ein **umlaufender Schubfluss** $v_{Ed,T}$, der nach der *Bredtschen Formel Gl. (3.50)* berechnet werden kann.

$$v_{Ed,T} = \frac{T_{Ed} \cdot z}{2 \cdot A_k \cdot t_{eff}} \quad (3.50)$$

z Höhe h_k bzw. Breite b_k des Hohlkastens
mit t_{eff} , h_k , b_k und A_k nach *Bild 3.21*.

3.3.2 Räumliches Stabwerkmodell

Die Torsionsbeanspruchung wird in einem geschlossenen Hohlkasten aufgenommen. Der sich nach *Gl. (3.50)* ergebende Schubfluss $v_{Ed,T}$ kann unter Berücksichtigung der **effektiven Wanddicke** t_{eff} in eine Schubkraft $V_{Ed,T}$ umgerechnet werden:

$$V_{Ed,T} = v_{Ed,t} \cdot t_{eff} \quad (3.51)$$

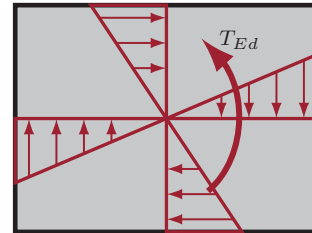


Bild 3.18: Schubspannungsverlauf am Rechteck-Vollquerschnitt infolge Torsion

$V_{Ed,T}$ ist eine Kraft, die umlaufend in der Querschnittsebene von allen vier Wänden des Hohlkastens auftritt. Ihre Wirkungsweise ist vollkommen analog zu der einer Querkraft, sodass für die Modellierung der Lastabtragung in jeder Wand ein Fachwerk angewendet wird. Der Verlauf der sich daraus ergebenden Zug- und Druckstreben ist in dem *Bild 3.19* dargestellt.

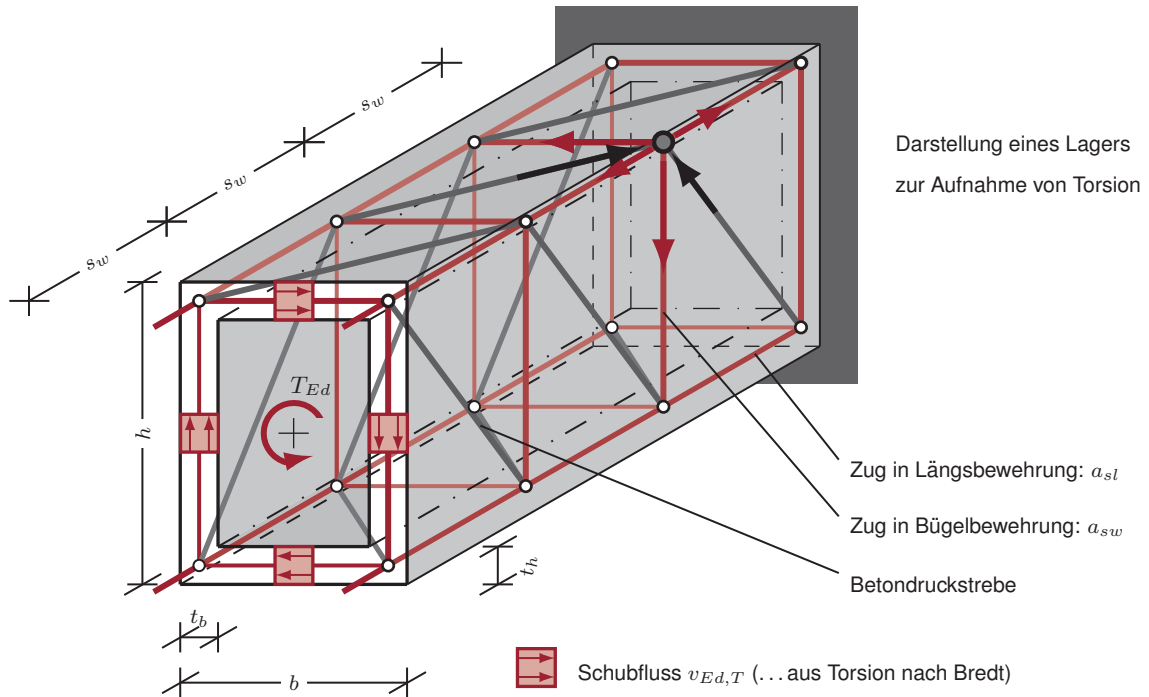


Bild 3.19: Räumliches Stabwerkmodell in einem Hohlkastenquerschnitt zur Aufnahme einer Torsionsbeanspruchung

Die Torsionsbeanspruchung eines Rechteckquerschnitts wird von einem **räumlichen Stabwerkmodell** aufgenommen, dessen Knoten und Stäbe auf den Mittelflächen des Ersatzhohlkastens angeordnet sind.

In dem *Bild 3.19* sind beispielhaft an einem oben liegenden Knoten die angreifenden Kräfte im Stabwerk als Vektoren dargestellt. Das **Knoten-gleichgewicht** wird im Raumfachwerk erreicht. Die Tragelemente im Einzelnen sind:

- **Umlaufende Bügelbewehrung**

In der Querschnittsfläche ist der Schubfluss $v_{Ed,T}$ aufzunehmen, der sich aus der Torsionsbeanspruchung ergibt. Die hierfür erforderliche Bewehrung ist umlaufend und wird von Bügeln abgedeckt.

- **Torsions-Längsbewehrung nach Fachwerkanalogie in den Wänden des Hohlquerschnitts**

In allen 4 Wänden des Hohlkastens wird die Schubkraft $V_{Ed,T}$ nach Fachwerkanalogie aufgenommen. Es ergibt sich – wie in der Querkraftbemessung – in jeder Wand des Hohlkastens eine Kombination aus Längs- und Vertikalbewehrung mit Betondruckstäben. Die Vertikalbewehrung wird von Bügeln abgedeckt; die Längsbewehrung wird in den Ecken des Bauteils eingebaut.

- **Kombinierte Beanspruchung aus Torsion und Querkraft**

Nach *Bild 3.19* können innerhalb einer Hohlkastenwand die Beanspruchungen aus Querkraft und Torsion nicht unterschieden werden. Sie sind deshalb zu kombinieren.

3.3.3 Bemessungsansatz nach Eurocode 2, Abs. 6.3

3.3.3.1 Allgemeines

Torsion entsteht z.B. in Stabtragwerken, die senkrecht zu ihrer Ebene belastet werden. Zu unterscheiden sind:

1. Gleichgewichtstorsion

Sie ist notwendig, um das Gleichgewicht in einem Tragwerk herzustellen. Nachfolgend werden die entsprechenden Nachweise im Grenzzustand der Tragfähigkeit (GZT) erläutert und angewendet.

2. Verträglichkeitstorsion

Die Beanspruchungen eines Stabtragwerkes verursachen Verformungen senkrecht zur Stabachse (horizontal und vertikal) aber auch Verdrehungen der Stabachse, die einer Torsionsbeanspruchung entsprechen. Torsion, die nicht für die Erhaltung des Gleichgewichtes erforderlich ist, sondern – nur – aus der Verträglichkeit von Verformungen resultiert, muss nicht nachgewiesen werden. Es ist eine **konstruktive Bewehrung**, bestehend aus Bügeln und Längseisen (vergleiche die Lage der Zugkräfte im Stabwerkmodell nach *Bild 3.19*) einzubauen, um die entstehende Rissbildung zu begrenzen.

DIN 1045-1, *Abschnitt 13.2.1*:

Rechnerisch nicht erfasste Einspannwirkungen müssen bei der baulichen Durchbildung berücksichtigt werden. Der Anschluss nach *Bild 3.19* ist für ein Einspannmoment zu bemessen, das 25 % des benachbarten Feldmomentes entspricht.

Das *Bild 3.20* zeigt links ein einfaches statisches System, in dem zwei Balken der Längen l_1 und l_2 in einem Knotenpunkt miteinander verbunden sind. Das System wird senkrecht zu seiner Ebene belastet. Alternativ sind zwei Anschlussvarianten für den Knotenpunkt dargestellt.

In der Mitte des *Bildes 3.20* ist der Anschluss der beiden Balken monolithisch hergestellt. Damit ist Gleichgewicht ohne Torsion möglich. Allerdings wird der Balken (l_1) durch den angeschlossenen und belasteten Balken (l_2) in seiner Stabachse verdreht. Diese **Verträglichkeitstorsion** ist durch konstruktive Bewehrung aufzunehmen.

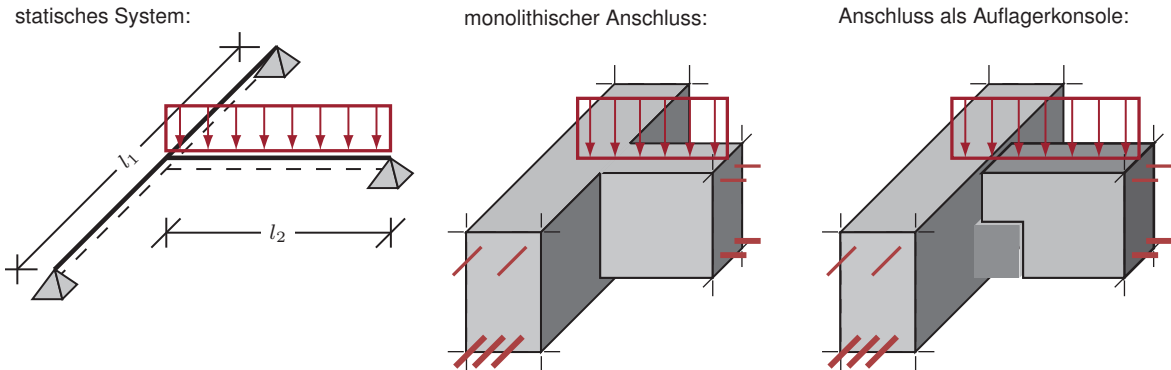


Bild 3.20: Senkrecht zu seiner Ebene belastetes System mit a: Verträglichkeitstorsion und b: Gleichgewichtstorsion

Rechts in dem *Bild 3.20* ist gezeigt, wie der Anschluss beider Balken durch ein Konsolauflager realisiert wird. Der Balken (l_1) wird durch das exzentrische Konsolauflager belastet. Es handelt sich um eine für das Gleichgewicht erforderlich **Gleichgewichtstorsion**. Damit ist der Balken (l_1), zumindest an einem Ende, torsionssteif zu lagern.

3.3.3.2 Konstruktion des Hohlkastens

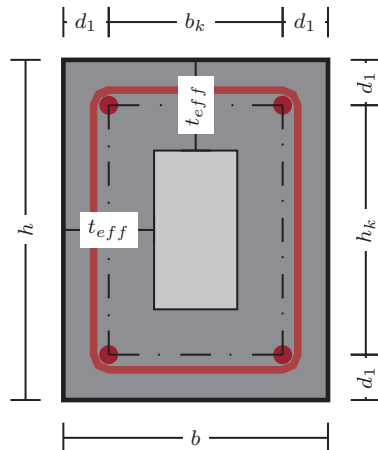


Bild 3.21: Konstruktion eines Hohlkastens für einen Stahlbeton-Rechteckbalken

Grundlage des Bemessungsansatzes für das räumliche Stabwerk ist die Überführung des Rechteckquerschnitts in einen Hohlkasten. Sie ist in dem *Bild 3.21* dargestellt. Die effektive Wanddicke t_{eff} ergibt sich aus der Überdeckung des Schwerpunktes der Ecken der Längsbewehrung d_1 . Wenn die Überdeckung nach allen Außenflächen hin gleich ist, so ergibt sich ein konstanter Wert für t_{eff} . Die Kernfläche A_k bzw. ihr Umfang u_k wird von den Mittellinien der Wanddicken umschlossen.

$$t_{eff} = 2 \cdot d_1 \quad (3.52)$$

$$A_k = (h - 2 \cdot d_1) \cdot (b - 2 \cdot d_1) = h_k \cdot b_k \quad (3.53)$$

$$u_k = 2 \cdot (h + b - 4 \cdot d_1) = 2 \cdot (h_k + b_k) \quad (3.54)$$

3.3.3.3 Bemessung für die reine Torsion (ohne Querkraft)

Innerhalb des erzeugten Hohlkastenquerschnitts wird das räumliche Stabwerkmodell gelegt. Der in einer Wandfläche aufzunehmende Querkraftanteil aus Torsion ergibt sich nach *Gl. (3.51)*. Aus der Knotengleichgewichtsbedingungen ergeben sich unter Berücksichtigung des Neigungswinkels der Betondruckstreben Θ die von der **Torsions-**

Längsbewehrung $\sum A_{sl}$ und der Torsions-Bügelbewehrung A_{sw} aufzunehmenden Zugkräfte.

$$a_{sl} = \frac{A_{sl}}{u_k} = \frac{T_{Ed}}{2 \cdot A_k \cdot f_{yd}} \cdot \cot \Theta \quad (3.55)$$

$$a_{sw} = \frac{\sum A_{sl}}{s_w} = \frac{T_{Ed}}{2 \cdot A_k \cdot f_{yd}} \cdot \tan \Theta \quad (3.56)$$

Die Überprüfung der Festigkeit der Betondruckstreben entspricht einer Querkraftbemessung. Der Bemessungswert für die maximal aufnehmbare Torsionsbeanspruchung ergibt sich wie folgt:

$$T_{Rd,max} = 2 \cdot \alpha_c \cdot f_{cd} \cdot A_k \cdot t_{eff} \cdot \sin \Theta \cdot \cos \Theta \quad (3.57)$$

Die Torsions-Längsbewehrung $\sum A_{sl}$ wird gleichmäßig über den Umfang u_k verteilt.

3

3.3.3.4 Bemessung für die Interaktion von Querkraft und Torsion

In dem *Bild 3.19* ist dargestellt, dass zur Lastabtragung einer Torsionsbeanspruchung das Zusammenwirken von Längsbewehrung und Bügelbewehrung erforderlich ist. Die Konstruktionsregeln sehen für Stahlbetonbalken eine Mindestquerkraftbewehrung vor. Der Mindestbewehrungsgrad $\min a_{sw}$ für senkrecht zur Balkenachse eingebaute Bügel errechnet sich nach:

$$\min a_{sw} = \min \frac{A_{sw}}{s_w} = \rho \cdot b_w \quad (3.58)$$

Gemeinsam mit der ebenfalls konstruktiv vorzusehenden Mindestlängsbewehrung sind damit in jedem Balken rechnerisch eine geringe Torsionsbeanspruchung T_{Ed} zusammen mit einer geringen Querkraftbeanspruchung V_{Ed} aufnehmbar. In diesem Sinne ist keine zusätzliche Bewehrung einzubauen, wenn die Beanspruchung wie folgt begrenzt ist:

$$T_{Ed} \leq \frac{V_{Ed} \cdot b_w}{4,5} \quad \text{und:} \quad V_{Ed} \cdot \left(1 + \frac{4,5 \cdot T_{Ed}}{V_{Ed} \cdot b_w}\right) \leq V_{Rd,ct} \quad (3.59)$$

Gehen die Beanspruchungen darüber hinaus, so ist die Bemessung für die **Interaktion von Querkraft V_{Ed} und Torsions T_{Ed}** und wie folgt nachzuweisen:

Rechteck- und Kompaktquerschnitt:

$$\left(\frac{T_{Ed}}{T_{Rd,max}}\right)^2 + \left(\frac{V_{Ed}}{V_{Rd,max}}\right)^2 \leq 1 \quad (3.60)$$

Hohlkastenquerschnitt:

$$\frac{T_{Ed}}{T_{Rd,max}} + \frac{V_{Ed}}{V_{Rd,max}} \leq 1 \quad (3.61)$$

3.4 Zusammengesetzte Bauteile

3.4.1 Der Anschluss Steg–Gurt bei einem Plattenbalkenquerschnitt

3.4.1.1 Konstruktionsregeln für Vollplatten aus Ortbeton

Die Gurte eines Plattenbalkens werden entsprechend der nachfolgend zusammengefasst beschriebenen Konstruktionsregeln für Vollplatten aus Ortbeton ausgelegt. Die Gurte sind im Steg eingespannt; die Haupttragrichtung der Bewehrung A_{sl} verläuft senkrecht zum Steg.

Im Sinne der Norm ist ein Stahlbetonbauteil dann eine Platte, wenn ihre Breite b mehr als das 5-Fache der Höhe h ausmacht. Bei Platten kann auf den Einbau einer Mindestquerkraftbewehrung verzichtet werden, wenn die Querkrafttragfähigkeit der (nur) längsbewehrten Platte $V_{Rd,ct}$ größer als die anzusetzende Querkraftbeanspruchung V_{Ed} ist.

Somit ergibt sich beim Entwurf die Mindestdicke h einer Vollplatte in erster Linie aus ihrer Querkraftbeanspruchung. Im Einzelnen gilt:

- ohne Querkraftbewehrung: $h \geq 7 \text{ cm}$
- mit aufgebogener Querkraftbewehrung: $h \geq 16 \text{ cm}$
- mit (Bügeln) oder Durchstanzbewehrung: $h \geq 20 \text{ cm}$.

Die Auslegung und der Einbau von Mindestbewehrung für Vollplatten aus Ortbeton erfolgt nach Eurocode, Absatz 9. Der Mindestwert der Längsbewehrung in der Haupttragrichtung $\min A_{sl}$ und der entsprechende Maximalwert $\min A_{sl}$ ergeben sich aus der Geometrie der Platte (vgl. Bild 3.22). Senkrecht zur Haupttragrichtung ist Querbewehrung A_{sq} einzulegen. Die Bewehrungsmengen werden, bezogen auf eine Plattenbreite von $b = 1,00 \text{ m}$, wie folgt berechnet:

$v_{Rd,ct}$ ergibt sich für den kritischen Rundschnitt bei der Durchstanzproblematik aus Gl. (3.29). Für den Querkraftnachweis $V_{Ed} \leq V_{Rd,ct}$ wird diese Gleichung ebenfalls verwendet. Sie beschreibt den 1,00 m breiten Plattenstreifen; wobei der Faktor 0,21 wegen des fehlenden räumlichen Druckspannungszustandes durch den Faktor 0,15 zu ersetzen ist.

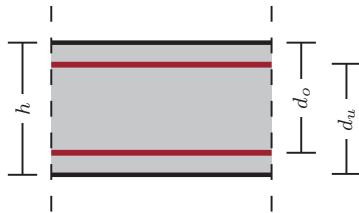


Bild 3.22: Platte mit oben und unten liegender Bewehrung

$$\min A_{sl} \geq f_{ctm} \cdot \frac{1,00 \cdot h^2}{5,4 \cdot f_{yk} \cdot d} \quad (3.62)$$

$$\max A_{sl} \leq 0,08 \cdot 1,00 \cdot h \quad (3.63)$$

$$\min A_{sq} = 0,2 \cdot A_{sl} \quad (3.64)$$

Für die Haupt- und Querbewehrung sind Mindestabstände $s_{l,max}$ bzw. $s_{q,max}$ wie folgt einzuhalten:

$$h \geq 25 \text{ cm} \quad s_{l,max} = 25 \text{ cm} \quad s_{q,max} = 25 \text{ cm} \quad (3.65)$$

$$h \leq 15 \text{ cm} \quad s_{l,max} = 15 \text{ cm} \quad s_{q,max} = 25 \text{ cm} \quad (3.66)$$

Die freien Ränder der Gurte sind durch Steckbügel zu umschließen.