



Leseprobe

Gerd Junge

Einführung in die Technische Strömungslehre

ISBN (Buch): 978-3-446-44430-0

ISBN (E-Book): 978-3-446-44541-3

Weitere Informationen oder Bestellungen unter

<http://www.hanser-fachbuch.de/978-3-446-44430-0>

sowie im Buchhandel.

Vorwort

Dieses Buch wendet sich an Studierende der Technikwissenschaften im Grundstudium, aber auch an Ingenieure, die in ihrem Berufsleben bisher andere Fachgebiete verfolgt haben und sich nun in die Problematik der Strömungslehre einarbeiten möchten.

Der Text des Buches entstand aus Vorlesungsniederschriften für eine einsemestrige Lehrveranstaltung zur Einführung in die Strömungslehre. Über mehrere Jahre führten die Fragen und Anregungen der Studenten zu einer Darstellung, die den Lernzielen immer besser angepasst werden konnte.

Für die zweite Auflage wurden mit den Erfahrungen aus den Lehrveranstaltungen der letzten Jahre verschiedene inhaltliche Beschreibungen neu formuliert, um die Probleme besser verständlich zu erläutern.

Das Ziel besteht darin, den Zugang zur Literatur der technischen Strömungslehre und des Strömungsmaschinenbaus auf der Grundlage des physikalischen Allgemeinwissens zu erleichtern.

Aufbauend auf allgemein vorhandenem Grundwissen über Flüssigkeiten und Gase werden schrittweise die speziellen Eigenheiten von Strömungsvorgängen dargelegt und erläutert. Dabei wird großer Wert auf eine gut verständliche Problembeschreibung gelegt, die aus praktischen Beobachtungen nachvollzogen werden kann. Daraus werden plausible, physikalisch begründete Ansätze für eine mathematische Behandlung des jeweiligen Problems abgeleitet.

Bei den Herleitungen der Berechnungsvorschriften wird das Augenmerk besonders auf nachvollziehbare Erklärungen für die Art und die Abfolge der mathematischen Rechenschritte gerichtet.

Sekundär – sozusagen als Nebeneffekt – werden mit den vielfältigen Berechnungen Beispiele vermittelt, wie technische Probleme mit den Mitteln der Ingenieurmathematik behandelt werden können.

Die gewählte Darstellungsform fördert die Entwicklung einer nachhaltigen Wissensbasis, die im Wesentlichen ohne das Auswendiglernen von Formeln erreicht wird und die es gestattet, die Berechnungsmethoden in ihrer Anwendbarkeit und Zuverlässigkeit einzuschätzen.

Neben der Behandlung von Rohrströmungen werden die Bewegungsgleichungen für Strömungen und die Grundzüge der Potenzialtheorie für Strömungen dargelegt. Die wesentlichen strömungstechnischen Ansätze für das Verständnis und die optimale Auslegung von Strömungsmaschinen werden dargestellt.

Wegen der ausführlichen Analysen eignet sich das Buch auch gut als Hilfestellung bei vertiefenden Betrachtungen im Masterstudium und zum Nachschlagen im Berufsleben.

Dem Verlag möchte ich für die gute Zusammenarbeit bei der Entstehung des Buches danken. Das betrifft insbesondere Herrn Dipl. Phys. Jochen Horn, der mit vielen Hinweisen die Gestaltung des Buches wesentlich beeinflusst hat. Frau Dipl.-Min. Ute Eckardt hat mit großer Geduld meine zahlreichen Änderungswünsche in die zweite Auflage eingearbeitet und Frau Katrin Wulst sorgte für die ansprechende Gestaltung des Buches.

Potsdam, Mai 2015

Gerd Junge

Inhalt

Vorwort	5
1 Dichte, Druck und Kräfte	11
1.1 Dichte von Flüssigkeiten	11
1.2 Dichte von Gasen	13
1.3 Schweredruck in Flüssigkeiten	15
1.4 Dimension des Druckes	17
1.5 Kommunizierende Gefäße	17
1.6 Kräfte auf die Gefäßwände	18
1.7 Auftrieb (Archimedisches Prinzip)	19
1.8 Druck und Energie	21
1.9 Wandkräfte in Rohren	23
1.10 Luftdruck	25
1.11 Barometrische Höhenformel	26
1.12 Kamin	28
1.13 Übungsaufgaben	32
2 Idealisierte Strömung	33
2.1 Kontinuitätsgleichung	33
2.2 Bernoulli-Gleichung	34
2.3 Anwendungen	35
2.3.1 Hydrodynamisches Paradoxon	35
2.3.2 Venturi-Düse	35
2.3.3 Staurohr nach Prandtl	37
2.4 Rohrströmung aus einem Hochbehälter	38
2.4.1 Geschwindigkeit und Druckverlauf	38
2.4.2 Kavitation	39
2.5 Kavitation an Maschinenteilen	41
2.6 Energiegewinnung mit Fluiden	42
2.6.1 Nutzung der potentiellen Energie des Fluids	42
2.6.2 Nutzung der kinetischen Energie des Fluids	43
2.7 Gasströmung und Bernoulli-Gleichung	44
2.8 Übungsaufgaben	46
3 Reale Strömung	48
3.1 Newtons Reibungsgesetz	48
3.2 Viskosität von Gasen	49
3.3 Viskosität von Flüssigkeiten	51
3.4 Abweichungen vom Newton-Reibungsgesetz	52
3.5 Laminare und turbulente Strömungsformen	52
3.6 Reynolds-Zahl	56
3.7 Kinematische Viskosität	57

3.8	Übergang zur Turbulenz	58
3.9	Ähnlichkeit bei Strömungen	61
3.10	Übungsaufgaben	63
4	Rohrströmung	64
4.1	Druckverlust	64
4.2	Laminare Rohrströmung (Gesetz von Hagen-Poiseuille)	65
4.3	Turbulente Strömung	69
4.3.1	Druckverlust bei Vorgabe des Volumenstroms	70
4.3.2	Druckverlust bei Vorgabe der Druckdifferenz	73
4.4	Leistungsbedarf	75
4.5	Strömungen in Rohren von Solaranlagen	77
4.6	Druckverlust durch Einbauteile	78
4.7	Druckhöhe und Druckhöhenverlust	81
4.7.1	Druckhöhenverlust für waagerechte Rohrleitungen	81
4.7.2	Druckhöhenverlust bei Wasserkraftanlagen	82
4.8	Strömungswiderstand bei isothermer Gasströmung	86
4.9	Übungsaufgaben	92
5	Bewegungsgleichungen für Fluide	95
5.1	Lokale und konvektive Beschleunigungen	95
5.2	Druckkräfte	98
5.3	Euler-Gleichung	99
5.4	Zusammenhang mit der Gleichung von Bernoulli	100
5.5	Allgemeine Kontinuitätsgleichung	106
5.6	Impulssatz für Strömungen	109
5.7	Reaktionskraft	111
5.7.1	Kräfte auf die Rohrwand	112
5.7.2	Rückstoß	114
5.7.3	Rückstoß bei Torricelli-Ausströmung	115
5.7.4	Strahldruck auf eine Platte	116
5.7.5	Stoßverlust	117
5.8	Drall (Drehimpuls)	119
5.9	Übungsaufgaben	122
6	Strömungen kompressibler Fluide	124
6.1	Bernoulli-Gleichung für stationäre adiabatische Gasströmung	124
6.2	Schall und Schallgeschwindigkeit in Gasen	125
6.3	Strömungen durch eine konvergente Düse	128
6.4	Laval-Düse	133
6.5	Mach-Zahl	138
6.6	Geschwindigkeit und Düsenquerschnitt	139
6.7	Übungsaufgaben	141

7	Umströmung von Körpern	143
7.1	Grenzschicht	143
7.2	c_w -Wert	146
7.3	Laminare Umströmung	147
7.3.1	Sinken einer Kugel bei laminarer Umströmung	148
7.3.2	Entstaubung mit Wirbelsenke	149
7.4	Turbulente Umströmung	151
7.4.1	Sinken einer Kugel bei turbulenter Umströmung	153
7.4.2	Leistungsbedarf bei Bewegung im Fluid	154
7.5	Überschall-Umströmung	155
7.6	Widerstandsläufer	156
7.6.1	Schalenkreuz als Messgerät	156
7.6.2	Schalenkreuz als Antrieb	159
7.6.3	Tiefschlächtiges Wasserrad	160
7.7	Übungsaufgaben	162
8	Strömungsmaschinen	164
8.1	Funktionsprinzip von Strömungsmaschinen	164
8.2	Kreiselpumpe	166
8.3	Euler-Gleichungen für Strömungsmaschinen	168
8.4	Pelton-Turbine	170
8.5	Energie und Leistung bei freier Umströmung	175
8.5.1	Vereinfachter Propeller	175
8.5.2	Vereinfachte Windkraftanlage – Betz-Gesetz	177
8.6	Übungsaufgaben	181
9	Potenzialströmung	183
9.1	Strömungspotenzial	183
9.2	Ebene Parallelströmung	185
9.3	Zirkulation	185
9.4	Radialströmung	186
9.5	Zirkulationsströmung	188
9.6	Wirbelquelle (Radial- plus Zirkulationsströmung)	191
9.7	Dipolströmung (Quelle – Senke)	193
9.8	Virtuelle Doppelquelle	197
9.9	Reale Zylinderumströmung	198
9.10	Konforme Abbildung	201
9.10.1	Lineare Funktion $\zeta = az + b$	202
9.10.2	Inversion $\zeta = 1/z$	202
9.10.3	Logarithmus $\zeta = \text{Ln } z$	204
9.11	Anwendung: Halbkörper	205
9.12	Joukowski-Transformation	208
9.13	Strömungsvergleich Platte – Zylinder	211
9.14	Übungsaufgaben	214

10	Tragflügel	215
10.1	Magnus-Effekt	215
10.2	Schräg angeströmte Platte	219
10.3	Strömungskräfte auf eine kreisbogenförmige Platte	225
10.4	Tragflügel	227
10.4.1	Profile	227
10.4.2	Kennzahlen für Tragflügel	228
10.4.3	Kraftrichtungen am Tragflügel	230
10.4.4	Winkelverhältnisse am Tragflügel	231
10.4.5	Randeffekte	233
10.5	Übungsaufgaben	236
11	Windkraftanlagen	238
11.1	Schnelllaufzahl	238
11.2	Winkelbeziehungen am Rotor	240
11.3	Die Kräfte am Rotorblatt	242
11.4	Optimale Rotorblattauslegung	243
11.5	Biegemoment am Rotorblatt	245
11.6	Schubkraft auf die Rotorebene	246
11.7	Drehmoment an der Rotorwelle	248
11.8	Leistungsregelung	250
11.9	Übungsaufgaben	251
12	Lösungen	252
13	Literatur	309
	Quellenverzeichnis	309
	Weiterführende Literatur	309
	Sachwortverzeichnis	311
	Formelzeichen	318

11 Windkraftanlagen

Für den Betrieb von Windkraftanlagen erweist es sich als vorteilhaft, die Rotoren mit möglichst hohen Drehzahlen bei relativ geringer Drehmomentenbelastung zu betreiben. Das kann über Getriebe technisch realisiert werden. Die hier entscheidende Kennzahl wird als **Schnelllaufzahl** bezeichnet.

Für die optimale Leistungsausbeute bei einer frei umströmten Windkraftanlage muss die geometrische Gestaltung der Rotorblätter auf die theoretisch erreichbare Obergrenze abgestimmt werden.

11.1 Schnelllaufzahl

Windkraftanlagen nutzen den aerodynamischen Auftrieb für die Bewegung der Rotorblätter. Die Verhältnisse sind ähnlich wie bei der Funktionsweise eines Tragflügels. Ein wesentlicher Unterschied besteht darin, dass in der Längsausdehnung des Tragflügels die Strömungsverhältnisse (Geschwindigkeit, Anströmwinkel) konstant bleiben, während diese sich bei einem Rotor in Abhängigkeit vom Radius verändern.

Wenn die Luftströmung eine Auftriebskraft ausübt, die zur Rotorbewegung beiträgt, dann muss die Strömung unabhängig von der Ursache für den Auftrieb aufgrund des Impulserhaltungssatzes entgegengesetzt zur Rotorbewegung abströmen. Diese Querablenkung wird an allen Flächenabschnitten der Rotoranordnung auftreten, d. h., hinter dem Rotor ist die Strömung nicht mehr nur linear, sondern mit einer Rotationsbewegung, dem Drall, überlagert.

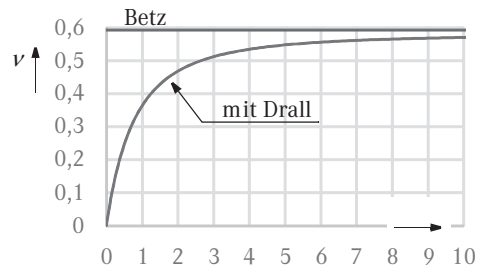
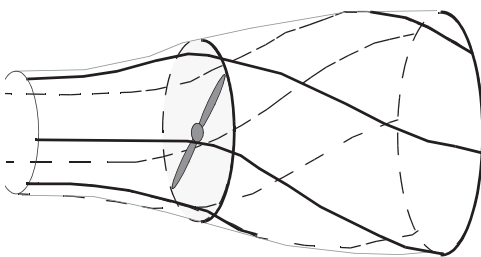


Bild 11.1 Drall hinter Windrad und Wirkungsgrad als Funktion der Schnelllaufzahl

In diesem Drall steckt eine erhebliche kinetische Energie, die bei der Leistungsübertragung auf den Rotor technisch verloren geht. Je größer das geforderte Drehmoment ist, umso größer fallen die Kräfte an den einzelnen Flächenabschnitten aus, sodass der Drall proportional mit dem geforderten Drehmoment anwächst.

Dieser Leistungsverlust wird auch als **Nachlaufeffekt** bezeichnet.

Die bei einer Rotation entnehmbare Leistung P_{rot} berechnet sich als Produkt aus dem wirkenden Drehmoment M und der Winkelgeschwindigkeit ω :

$$P_{\text{rot}} = M \cdot \omega \quad (11.1)$$

Um die Drallverluste möglichst klein zu halten, sollte das Drehmoment M möglichst klein gewählt werden, und die Winkelgeschwindigkeit der Rotation sollte entsprechend groß ausfallen, um die gewünschte Leistung zu erhalten. Die technische Realisierung kann durch ein entsprechendes Getriebe zwischen Rotor und angetriebenem Generator erfolgen, sodass der Rotor nur geringfügig abgebremst wird und so hohe Drehzahlen erreichen kann.

Als technischer Parameter für die weiteren Überlegungen wird die **Schnelllaufzahl** λ eingeführt. Sie wird als Quotient aus der Rotorspitzenengeschwindigkeit u_{max} und der ungestörten Windgeschwindigkeit v_1 weit vor dem Rotor definiert. Mit dem maximalen Radius R des Rotors ergibt sich folgender Zusammenhang:

$$\lambda = \frac{u_{\text{max}}}{v_1} = \frac{R \cdot \omega}{v_1} \quad (11.2)$$

Die Überlegungen von BETZ (vgl. Abschn. 8.5) zeigten, dass maximal 59 % der verfügbaren Windenergie am Rotor in mechanische Energie umgewandelt werden kann.

Für diese Überlegungen wurden nur lineare Strömungsverhältnisse angenommen und vorausgesetzt. Weil aber die technische Realisierung mit Drallverlusten behaftet ist, muss das BETZsche Gesetz für kleine Schnelllaufzahlen korrigiert werden, wie im Bild 11.1 dargestellt. Wenn die Schnelllaufzahl gegen unendlich (M gegen null) strebt, verschwinden die Drallverluste, und das BETZ-Gesetz ist ohne Abstriche gültig.

Es wird deutlich, dass eine gute Annäherung an den theoretisch möglichen Grenzwert ab Schnelllaufzahlen $\lambda > 5$ möglich wird. Moderne Anlagen haben Schnelllaufzahlen von $\lambda \approx 5 \dots 12$, die Wirkungsgrade liegen bei ca. 0,55.

Zusätzlich zu den Drallverlusten bewirken die Randeinflüsse an den Rotorspitzen einen induzierten Widerstand, so wie er durch die Wirbelschleppen an den Tragflügelenden erzeugt wird. Der Drall und die Randwirbel müssen für die unmittelbare Nähe der Anlagen berücksichtigt werden, z. B. dürfen Hochspannungsleitungen nicht zu dicht neben Windkraftanlagen verlaufen.

Die Theorie der Strömung macht keine zwingenden Vorgaben zur Anzahl der Rotorblätter, d. h., die Wahl der Blattzahl erfolgt nach technischen Gesichtspunkten, wie mechanische Festigkeit, Laufruhe und Herstellungskosten.

Da die Windgeschwindigkeit mit der Höhe über dem Boden teilweise stark variieren kann, haben sich die dreiblättrigen Rotoren durchgesetzt, weil sie eine wesentlich größere Laufruhe aufweisen im Vergleich zu 2-Blatt- bzw. 1-Blatt-Rotoren.

Die Umlaufgeschwindigkeit der einzelnen Flächenabschnitte ändert sich mit dem Radius, daher ändert sich auch der Winkel β . Mit der Schnelllaufzahl erhalten wir:

$$u = \frac{r}{R} \cdot u_{\max} = \frac{r}{R} \cdot \lambda \cdot v_1 \quad (11.5)$$

Mit der Beziehung Gl. (11.3) wird

$$\frac{u}{v_2} = \frac{3}{2} \cdot \frac{r}{R} \cdot \lambda \quad (11.6)$$

Somit können wir den Winkel in Abhängigkeit vom Radius unabhängig von der tatsächlichen Strömung angeben:

$$\tan \beta_r = \frac{v_2}{u} = \frac{2}{3} \cdot \frac{R}{r} \cdot \frac{1}{\lambda} \quad (11.7)$$

Der Anströmwinkel β verändert sich entlang des Rotorblattes, er ist innen am größten und er verringert sich in Richtung zur Blattspitze.

Da für die Erzielung des Auftriebes ein optimaler Anströmwinkel erforderlich ist, muss das Profil des Rotorblattes in Längsrichtung verdreht werden.

Beispiel:

Für die Schnelllaufzahl 7 soll der Anströmwinkel an der Spitze des Rotorblattes ermittelt werden und mit dem Anströmwinkel im Innenbereich des Blattes bei dem Radius $r = R/10$ verglichen werden.

An der Spitze

$$\tan \beta_R = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{7} \approx 0,095 \quad \Rightarrow \quad \beta_R \approx 5,4^\circ$$

innen, bei $r = R/10$

$$\tan \beta_r = \frac{2}{3} \cdot \frac{R}{r} \cdot \frac{1}{\lambda} = \frac{2}{3} \cdot 10 \cdot \frac{1}{7} \approx 0,95 \quad \Rightarrow \quad \beta_r \approx 43,6^\circ$$

Der Winkel hat sich auf das 8fache vergrößert, ein Umstand, der technisch unbedingt berücksichtigt werden muss.

Für die spätere Berechnung der Auftriebskräfte werden der Sinus des Anströmwinkels und die Relativgeschwindigkeit in Abhängigkeit vom Radius benötigt.

$$\sin \beta_r = \frac{\tan \beta_r}{\sqrt{1 + (\tan \beta_r)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\tan \beta_r)^{-2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{r}{R} \cdot \lambda\right)^2}} \quad (11.8)$$

Die Relativgeschwindigkeit wird damit:

$$w_r = \frac{v_2}{\sin \beta_r} = \frac{2}{3} \cdot v_1 \cdot \frac{1}{\sin \beta_r} \quad (11.9)$$

11.3 Die Kräfte am Rotorblatt

Wir betrachten einen kleinen Ausschnitt Δr aus dem Rotorflügel mit dem Flächenanteil ΔA . Für diesen kleinen Bereich können wir die Umfangsgeschwindigkeit als konstant ansehen. Der Anstellwinkel α soll optimal eingestellt sein.

Die Richtung der Auftriebskraft F_a ist senkrecht zur Richtung der Relativgeschwindigkeit w , und die Widerstandskraft F_w schließt mit der Rotorebene den Winkel β ein. Für die Bewegung des Rotorblattes sind die Kraftkomponenten von Auftrieb F_{au} und Widerstand F_{wu} in Richtung der Rotorebene entscheidend.

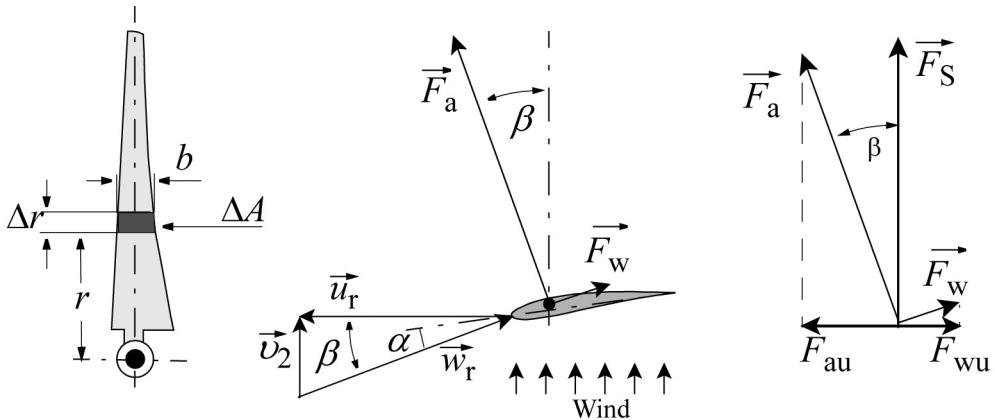


Bild 11.3 Kraftkomponenten am Rotorblattabschnitt

Die beiden Kraftkomponenten in der Rotorebene berechnen sich mit dem Winkel β :

$$F_{au} = F_a \cdot \sin \beta \quad \text{und} \quad F_{wu} = -F_w \cdot \cos \beta \quad (11.10)$$

Wir erhalten als antreibende Kraft F_u für den betrachteten Abschnitt des Rotorblattes:

$$F_u = F_a \cdot \sin\beta - F_w \cdot \cos\beta \quad (11.11)$$

Der betrachtete Abschnitt des Rotorblattes soll den Flächenanteil $\Delta A = b \cdot \Delta r$ aufweisen, wobei b die Tiefe des Rotorblattes am betrachteten Ort darstellt. Mit den Kennzahlen für Auftrieb und Widerstand berechnet sich die Kraft F_u mit dem Quadrat der Relativgeschwindigkeit.

$$F_u = (C_a \cdot \sin\beta - C_w \cdot \cos\beta) \cdot \Delta A \cdot \frac{\rho}{2} \cdot w_r^2 \quad (11.12)$$

Die Widerstandszahl C_w ist ca. 20–30-mal kleiner als die Auftriebszahl C_a , sodass der Vorfaktor in der Klammer positiv bleibt. Dieser Vorfaktor kann durch die Wahl einer geeigneten Schnelllaufzahl optimiert werden.

Mit der erwünschten Auftriebskraft verbunden ist eine Schubkraft F_S auf den Rotor, das ist verständlich, weil für die Gewinnung der Arbeitsleistung die Strömung letztendlich gestaut werden muss. Die Grafik im Bild 11.3 zeigt, dass die Schubkraft deutlich große Werte annehmen wird.

11.4 Optimale Rotorblattauslegung

Abschließend muss die Frage geklärt werden, welche Tiefe b das Rotorblatt am betrachteten Radius für einen optimalen Betrieb aufweisen muss. Für die Abschätzung der optimalen Blatattiefe in Abhängigkeit vom Radius soll nur die Auftriebskraft berücksichtigt werden, der relativ kleine Widerstand wird vernachlässigt. Für das anteilige Drehmoment eines Flächenelementes erhalten wir aus Gl. (11.12)

$$\Delta M = r \cdot F_u \approx r \cdot C_a \cdot \sin\beta \cdot \left(\frac{\rho}{2} \cdot w_r^2\right) \cdot b \cdot \Delta r \quad (11.13)$$

Mit der Gleichung Gl. (11.9) für die Relativgeschwindigkeit wird das Drehmoment auf die Anströmgeschwindigkeit v_1 zurückgeführt:

$$\Delta M = \frac{4}{9} \cdot C_a \cdot \frac{r}{\sin\beta} \cdot \left(\frac{\rho}{2} \cdot v_1^2\right) \cdot b \cdot \Delta r \quad (11.14)$$

Die Winkelgeschwindigkeit des Rotors beträgt:

$$\omega = \lambda \cdot \frac{v_1}{R} \quad (11.15)$$

Die Anzahl der Blätter im Rotor wird mit z bezeichnet. Alle Flächenelemente im Bereich von r bis $r + \Delta r$ liefern den Leistungsanteil:

$$\Delta P = z \cdot \omega \cdot \Delta M = \frac{4}{9} \cdot z \cdot C_a \cdot \lambda \cdot \frac{r}{R} \cdot \frac{1}{\sin \beta} \cdot \left(\frac{\rho}{2} \cdot v_1^3 \right) \cdot b \cdot \Delta r \quad (11.16)$$

Nach den Überlegungen von BETZ kann aus dem Kreisring, den die betrachteten Flächenelemente bei der Rotation überstreichen, ein maximaler Leistungsanteil ΔP_{Betz} gewonnen werden.

Dieser hängt zunächst nicht von der Konstruktion der Maschine ab, sondern nur von der Kreisringfläche und der dritten Potenz der ungestörten Windgeschwindigkeit v_1 :

$$\Delta P_{\text{Betz}} = \frac{16}{27} \cdot \left(\frac{\rho}{2} \cdot v_1^3 \right) \cdot (2\pi r \cdot \Delta r) \quad (11.17)$$

Die Blatattiefe der Rotorblätter muss nun so gewählt werden, dass die betrachteten Flächenelemente der Rotorblätter bei der gewählten Schnelllaufzahl und der daraus resultierenden Drehzahl gerade diese Leistungsausbeute erbringen.

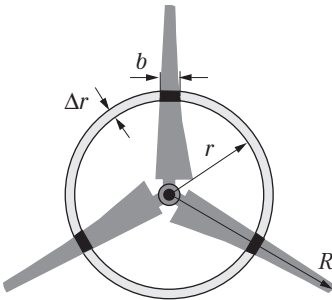


Bild 11.4 Zur Berechnung der Blatattiefe

Die Gleichheit beider Leistungsanteile liefert im ersten Schritt:

$$\frac{4}{9} \cdot z \cdot C_a \cdot \lambda \cdot \frac{r}{R} \cdot \frac{1}{\sin \beta} \cdot \left(\frac{\rho}{2} \cdot v_1^3 \right) \cdot b \cdot \Delta r = \frac{16}{27} \cdot \left(\frac{\rho}{2} \cdot v_1^3 \right) \cdot (2\pi r \cdot \Delta r) \quad (11.18)$$

Die Umstellung liefert mit dem Ausdruck für die Sinusfunktion nach Gl. (11.8) die Blatattiefe:

$$b = \frac{8\pi}{3} \cdot \frac{1}{z \cdot C_a} \cdot \frac{R}{\lambda} \cdot \sin \beta = \frac{8\pi}{3} \cdot \frac{1}{z \cdot C_a} \cdot \frac{R}{\lambda} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{r}{R} \cdot \lambda \right)^2}} \quad (11.19)$$

Für große Schnelllaufzahlen kann in der Wurzel die Eins vernachlässigt werden, sodass die unhandliche Wurzel verschwindet:

$$b \approx \frac{16\pi}{9} \cdot \frac{1}{z \cdot C_a} \cdot \frac{R^2}{\lambda^2} \cdot \frac{1}{r} \quad (11.20)$$

Diese Gleichung macht deutlich, dass die Blatttiefe nahezu umgekehrt proportional zum jeweiligen Radius gewählt werden muss. Darüber hinaus wird deutlich, dass die Rotorblätter umso schlanker konstruiert werden können, je größer die Schnelllaufzahlen gewählt werden.

Die Widerstandszahl C_w in Gl. (11.12) berücksichtigt die Verluste, die durch die Umströmung des Profils auftreten, und die Verluste durch den induzierten Widerstand, der durch die Wirbelbildung an den Blattspitzen hervorgerufen wird.

Da der Anteil des induzierten Widerstandes mit wachsender Länge des Rotorblattes abnimmt, geht der Entwicklungstrend zu immer größeren Rotorradien, wobei gleichzeitig immer größere Nennleistungen erreicht werden.

Entlang des Rotorblattes ändern sich die Strömungsverhältnisse.

Für eine optimale Energieausnutzung müssen die Profile der einzelnen Flächenabschnitte der jeweiligen Strömungsgeschwindigkeit angepasst werden. Bei langsamen Geschwindigkeiten erzeugen dickbauchige Profile das beste Verhältnis zwischen Auftrieb und Widerstand. Bei hohen Geschwindigkeiten sind schlanke Profile vorteilhaft.

Das Rotorblatt ist daher aus vielen Profilabschnitten zusammengesetzt, die stetig ineinander übergehen und entsprechend der Strömungsrichtung verdreht sind.

11.5 Biegemoment am Rotorblatt

Jeder Blattabschnitt erfährt durch den aerodynamischen Auftrieb auch eine biegende Kraft. Aus der Grafik Bild 11.3 kann unter Vernachlässigung der Widerstandskraft eine Näherung entnommen werden:

$$\Delta F_S = C_A \cdot \Delta A \cdot \frac{\rho}{2} \cdot w_r^2 \cdot \cos\beta \quad (11.21)$$

Mit der optimalen Blatttiefe nach Gl. (11.19) wird das Flächenelement:

$$\Delta A = \frac{8\pi}{3} \cdot \frac{1}{z \cdot C_a} \cdot \frac{R}{\lambda} \cdot \sin\beta \cdot \Delta r \quad (11.22)$$

Mit dem Ausdruck für die Relativgeschwindigkeit w_r nach Gl. (11.9) wird der Kraftanteil als Zwischenergebnis:

$$\Delta F_S = \frac{4}{9} \cdot \frac{8\pi}{3} \cdot \frac{\cos\beta}{\sin\beta} \cdot \frac{R}{z \cdot \lambda} \cdot \left(\frac{\rho}{2} \cdot v_1^2\right) \cdot \Delta r \quad (11.23)$$

Mit der Formel für den Tangens des Anströmwinkels nach Gl. (11.7) erhalten wir den Kraftanteil in Abhängigkeit vom Radius:

$$\Delta F_S = \frac{1}{z} \cdot \frac{16\pi}{9} \cdot \left(\frac{\rho}{2} \cdot v_1^2\right) \cdot r \cdot \Delta r \quad (11.24)$$

Dieser Kraftanteil liefert einen Beitrag zum Biegemoment am Fußpunkt des Rotorblattes:

$$\Delta M_B = r \cdot \Delta F_S = \frac{1}{z} \cdot \frac{16\pi}{9} \cdot \left(\frac{\rho}{2} \cdot v_1^2\right) \cdot r^2 \cdot \Delta r \quad (11.25)$$

Das gesamte Biegemoment am Fußpunkt des Rotorblattes erhalten wir durch Integration:

$$M_B = \frac{1}{z} \cdot \frac{16\pi}{9} \cdot \left(\frac{\rho}{2} \cdot v_1^2\right) \cdot \int_0^R r^2 dr = \frac{1}{z} \cdot \frac{16\pi}{27} \cdot R_R^3 \cdot \left(\frac{\rho}{2} \cdot v_1^2\right) \quad (11.26)$$

$$M_B = \frac{1}{z} \cdot \frac{16}{27} \cdot A_R \cdot \left(\frac{\rho}{2} \cdot v_1^2\right) \cdot R_R \quad (11.27)$$

11.6 Schubkraft auf die Rotorebene

Die Kraftanteile, die auf die Flächenelemente der Rotorblätter einwirken, summieren sich zu einer Gesamtkraft, die als Schubkraft F_S die Rotorwelle wirkt.

$$F_S = z \cdot \sum \Delta F_S \quad (11.28)$$

Der Übergang zu infinitesimalen Radienabschnitten liefert ein Integral:

$$F_S = \frac{16\pi}{9} \cdot \frac{\rho}{2} \cdot v_1^2 \cdot \int_0^R r dr = \frac{8\pi}{9} \cdot R^2 \cdot \frac{\rho}{2} \cdot v_1^2 \quad \text{mit} \quad A_R = \pi \cdot R^2 \quad (11.29)$$

Mit der gesamten vom Rotor überstrichenen Fläche A_R ergibt sich die Schubkraft:

$$F_S = \frac{8}{9} \cdot A_R \cdot \left(\frac{\rho}{2} \cdot v_1^2 \right) \quad (11.30)$$

Diese Schubkraft ist die Folge der im Kapitel 8.5.2 beschriebenen Druckdifferenz, die sich zwischen der Luv- und Leeseite des Rotorblattes aufbaut. Für den optimalen Betrieb gilt $v_3 = v_1/3$, somit wird die Druckdifferenz:

$$\Delta p = \frac{\rho}{2} \cdot (v_1^2 - v_3^2) = \frac{F_S}{A_R} = \frac{8}{9} \cdot \left(\frac{\rho}{2} \cdot v_1^2 \right) \quad (11.31)$$

Das Biegemoment am Fußpunkt des einzelnen Rotorblattes kann selbstverständlich mit der Schubkraft dargestellt werden. Der Vergleich von Gl. (11.27) mit Gl. (11.30) liefert das Biegemoment in Abhängigkeit von der Schubkraft:

$$M_B = \frac{1}{z} \cdot \frac{2}{3} \cdot F_S \cdot R_R = \frac{1}{z} \cdot F_S \cdot \frac{d_R}{3} \quad (11.32)$$

Die technischen Daten von Windkraftanlagen weisen oft nur die Nennleistung P_N und den Rotordurchmesser d_R aus. In diesen Daten ist implizit die notwendige Windgeschwindigkeit enthalten.

$$P_N = \frac{16}{27} \cdot A_R \cdot \frac{\rho}{2} \cdot v_1^3 \quad \Rightarrow \quad v_1 = \frac{3}{2} \cdot \sqrt[3]{\frac{P_N}{A_R \cdot \rho}} \quad (11.33)$$

Mit dem Ausdruck für die Strömungsgeschwindigkeit berechnet sich die Schubkraft nach Gl. (11.30) zu

$$F_S = \frac{8}{9} \cdot A_R \cdot \frac{\rho}{2} \cdot \frac{9}{4} \cdot \sqrt[3]{\frac{P_N^2}{A_R^2 \cdot \rho^2}} = \sqrt[3]{\rho \cdot A_R \cdot P_N^2} \quad (11.34)$$

Mit dem Rotordurchmesser erhalten wir die Schubkraft:

$$F_S = \sqrt[3]{\frac{\pi}{4} \cdot d_R^2 \cdot \rho \cdot P_N^2} \quad (11.35)$$

Sachwortverzeichnis

A

Abbildungsmaßstab 212
Absinken 143
Achse 164
Achse der virtuellen Doppelquelle 197
aerodynamische Auftriebskräfte 208, 215
aerodynamischer Auftrieb 238
Ähnlichkeit bei Strömungen 61
aktive Stall-Regelung 250
allgemeine EULER-Gleichung 100
allgemeine Gaskonstante 13
allgemeine Kontinuitätsgleichung 106
allgemeine Zustandsgleichung 13
angeströmte Platten 211
Anstellwinkel 220, 227, 228, 229
Anströmwinkel 241
Anzahl der Rotorblätter 239
äquidistant 185
Äquipotenzialflächen 184
Äquipotenziallinien 184, 194, 201
Arbeitsmaschinen 143, 159
Archimedisches Prinzip 19
Atmosphäre 26
Auftrieb 19, 20, 153
Auftriebsbeiwert 228
Auftriebskraft 21, 227, 230
Auftriebspunkt 21
Auftriebszahl 215, 228, 229, 238
Aufwindkraftwerke
(Thermikkraftwerke) 11
Ausflussgeschwindigkeit 22
Ausflussgesetz 22
Ausweichbewegung 200
axiale Zugbelastung 25

B

Bahnkurven 61
Bar 17
barometrische Höhenformel 26, 27

Becherturbine 170
BERNOULLI-Gleichung 33, 34, 36, 100
Beschleunigung 95
BETZ 179, 239, 240, 244
BETZ-Gesetz 177, 179
Bewegungsgleichungen 95
Bezugsradius 188
Blattspitzen 245
Blatttiefe 243, 244, 245
Blende 37, 78, 79
B-Rohr 123

C

CrMo-Stahl 24
C-Rohr 115
 c_w -Werte 146

D

Dampfdruck 14, 40
Dampfdruck des Wassers 15
Dichte der feuchten Luft 14
Dichte von Flüssigkeiten 11
Dichte von Gasen 13
Dipolströmung 193
Divergenz 109
Doppelquellenströmung 199
Drall 119, 175, 179, 238
Drallverluste 239
Drehimpuls 119, 120
Drehmoment 55, 120, 164, 166, 238
Drehmomentenbelastung 252
Drei-Schluchten-Staudamm 23
Driftbewegung 49
Druck 16, 17
Druckdifferenz 98
Druckgasflaschen 32
Druckgefälle 54
Druckgradienten 184

Druckhöhe 81
 Druckhöhenverlust 81, 82, 83
 Druckkraft 24, 95, 98
 Druckpunkt 224, 225
 Druckseite 222
 Druckverlust 71, 78, 82
 bei turbulenter Strömung 69
 Druckverlustzahl 78
 Druckwelle 155
 Düse 114
 dynamische Viskosität 48, 49, 57

E

Einbauteile 78
 Energiebilanz 101, 102
 Energieerhaltungssatz 33
 Energieumwandlung 164
 Energieversorgung 42
 Entstaubung 149, 193
 Erdgas 63
 Erdgastrasse 24
 Ergiebigkeit 187, 194, 205
 Erhaltung der Masse 95
 EULER 95
 EULER-Gleichung 99, 101
 EULER-Gleichung
 für Strömungsmaschinen 168
 EULER-Momentensatz 168, 172
 EULER-Strömungsmaschinenhauptgleichung
 erster Form 169
 zweiter Form 170

F

Fallhöhe 39, 42, 82
 Fallschirmspringer 162
 Feldgröße 100, 101
 Feldkräfte (Gravitation) 95
 Feuerwehr-Schlauch 72, 115
 Flettner 219
 Flügelstreckung 233
 Flugzeuge 215

Flugzeugpropeller 175
 Flugzeugtragfläche 35
 Fluidgeschwindigkeit 58
 Fluidstrahl 116
 Fördermenge 87

G

Gasversorgung 63
 GAUSSSCHE Zahlenebenen 201
 Geschwindigkeitsabminderung 118
 Geschwindigkeitsdreieck 169
 Geschwindigkeitsgefälle 144
 Geschwindigkeitskomponenten 96
 Geschwindigkeitsvektor 96
 Gesetz von HAGEN-POISEUILLE 65
 Gleitflug 231
 Gleitzahl 230
 Golfbälle 153
 Göttinger Profile 228
 Gradient 99, 101, 143, 183
 Gravitation 99
 Grenzdurchmesser 149
 Grenzschicht 143, 215, 238
 Grenzschichtdicke 144

H

HAGEN 67
 HAGEN-POISEUILLE-Gesetz 67
 Halbkörper 205, 208
 Heißluftballon 14
 Hektopascal (hPa) 17
 Hochbehälter 38, 81
 Hochspannungsleitungen 239
 hochviskose Fluide 59, 65, 143
 Höhenkonstante 28
 Horizontalebene 232
 hydraulische Antriebe 18
 hydrodynamisches Paradoxon 35
 hydrostatisches Paradoxon 19

I

imaginäre Achse 203
Impuls 109
Impulsbilanz 117
Impulserhaltungssatz 95, 176
Impulssatz 109, 115
induzierter Widerstand 233, 239, 245
inkompressibel 12, 106
Inkompressibilität 175
inkompressible Medien 33
innere Reibung 52, 95, 151
instationäre Phase 111
instationäre Strömung 121
Internationales Einheitensystem (SI) 17
Inversion 202, 203
isotherme Gasströmung 91

J

JOUKOWSKI 208, 218
JOUKOWSKI-Funktion 208, 212
JOUKOWSKI-Profil 210
JOUKOWSKI-Transformation 183, 208, 209, 211,
215, 226, 228

K

Kamin 28
kartesische Koordinaten 205
kartesisches Koordinatensystem 209
Kavitation 39
Kennzahlen 228
kinematische Viskosität 48, 57, 87
kinetische Energie 22
kommunizierende Gefäße 17
komplexe Exponentialfunktion 209
komplexe Zahlen 183, 201
Kompressibilität 11, 87
Komprimierbarkeit 86
konforme Abbildung 183, 201, 202, 212
Kontinuitätsgleichung 33, 36, 86, 106, 109,
114, 175
Kontrollflächen 112, 114

konvektive Beschleunigung 96, 101, 144
Korrosion 40
Kräfte am Rotorblatt 242
Kräfte auf die Rohrwand 112
Kraftkomponenten 230
Kraftrichtungen 230
Kraftvektoren 98
kreisbogenförmige Platte 225
Kreiselpumpe 166, 167, 168, 181
Kreiskrümmung 79
kritische Höhe 40
kritische REYNOLDS-Zahl 59, 153
Kurvenform 61
KUTTA 218
KUTTA-JOUKOWSKI-Auftriebsformel 218

L

laminare Grenzschicht 152
laminare Rohrströmung 58, 65
laminare Strömung 52, 53
laminare Umströmung 147
lange Zylinder 184
Lastdrehmomente 250
Laufräder 164
Leerlaufdrehzahl 158
Leistungsausbeute 179
Leistungsbedarf 61, 75, 154
bei Bewegung im Fluid 154
Leistungsselektronik 180
Leistungsregelung 250
LILIENTHAL 230
lineare Funktion 202
Logarithmus 204
lokale Beschleunigung 95
Luftdruck 17, 18, 25
Luftsäule 26

M

MACH-Kegel 156
MACH-Winkel 156
MACH-Zahl 155

MAGNUS 218
 MAGNUS-Effekt 191, 215
 Maschinenabmessungen 165
 Maschinenquerschnitt 82
 Massendichte 11
 Massenstrom 116, 168
 Massenträgheit 56
 Maßstabsänderung 202
 Maßstabsfaktor 61
 Materialbelastbarkeit 227
 maximale Schnelllaufzahl 159
 Millibar (mbar) 17
 mittlere freie Weglänge 49
 mittlere Rautiefe 69
 mm Quecksilbersäule 25
 molare Masse 13
 molekulare Kräfte 143
 MOODY 69
 MOODY-Diagramm 69, 70

N

Nachlaufeffekt 238
 Nenndrehzahl 165
 Nennleistung 42, 82
 NEWTON 48
 NEWTON-Reibungsgesetz 48, 65, 143
 NEWTONSche Flüssigkeit 65
 NEWTONSches Modell 49
 nicht stationäre Strömungen 100
 nicht-NEWTONSche Flüssigkeiten 52
 Normalenvektor 18
 normaler Luftdruck 13
 Normalkraft 24
 Normbedingungen 88
 Normdichte 13
 Normdruck 87

O

Oberflächenbeschaffenheit 56
 Oberflächenprofil 69
 optimale Relativgeschwindigkeit 172

optimale Schnelllaufzahl 159
 orthogonale Kurvenscharen 202
 orthogonale Stromlinien 201
 ortsabhängige Druckdifferenzen 223
 Ortsabhängigkeiten von Geschwindigkeiten
 und Druckdifferenz 223
 Ostsee-Pipeline 89

P

Parallelströmung 185, 198, 199
 Parallelverschiebung 202
 PASCAL 17
 PELTON 170
 PELTON-Rad 172
 PELTON-Turbine 123, 170, 171
 Pipeline 86
 PITCH-Regelung 250
 Plattentiefe 145
 POISEUILLE 67
 Polardiagramm 230
 Polardiagramm, verzerrtes 231
 Polarkoordinaten 202, 205
 Potenzial 183, 184
 Potenzialfunktion 184
 Potenzialströmung 183, 215, 238
 potenzielle Energie 22
 Potenzreihe 83
 PRANDTL 233
 PRANDTL-Staurohr 37, 46
 Profilabschnitte 245
 Profile 227, 228
 Propeller 176
 Propellerebene 175
 psi 17
 Pumpen 21, 61, 121, 164
 Pumpenaufwand 73
 Pumpenlaufrad 169
 Pumpleistung 76
 Pumpspeicherwerke 42

Q

Quecksilberbarometer 25
Quelle 193
Quelle-Senke-Feld 194
Querschnittsveränderung 118

R

Radialströmung 186, 205
Randeinflüsse 233, 239
Reaktionskraft 25, 111, 114, 117, 118
reale Zylinderumströmung 198, 208
reibungsfreie Umströmung 175
Reibungskraft 53, 143, 149, 153, 229
Reibungsverlust 232
Reisegeschwindigkeit 234
relative Luftfeuchte 14
relative Rautiefe 70
relative Volumenänderung 107
relativer Druckhöhenverlust 83
relativer Leistungsverlust 83
Relativgeschwindigkeit 164, 166, 240
REYNOLDS 56
REYNOLDS-Zahl 48, 56
Richtungsänderung 164
Rohrdurchmesser 83
Rohrkrümmer 78
Rohrleitung 75
Rohrreibungskoeffizient 71
Rohrströmung 64
Rotation 190, 216
Rotor 240
Rotorachse 180
Rotorblattauslegung 243
Rotorblätter 186, 208, 240
Rotorblattspitzen 180
Rotordurchmesser 180
Rotorebene 177, 240
Rotorspitzen 239
Rotorspitzen­geschwindigkeit 239
Rückstoß 114
Rückstoßkraft 115, 173

S

Saugseite 222
Schalenkreuz 156
Schalenkreuz-Anemometer 156, 157
Schallausbreitung 109
Schallgeschwindigkeit 155
Schaufel 164
Schaufelbewegung 164
Schaufelflächen 121
Schaufelform 165
Schaufelgeschwindigkeit 165
schaufelkongruente Bahnen 166
Schaufelneigung 165
Schichtenströmung 53
Schnelllaufzahl 157, 238, 239, 244, 250, 252
Schornstein 28
schräg angeströmte Platte 220
Schubkraft 176
Schweredruck 15, 16
Schwerkraft 99
Schwimmen 21
Segelflugzeug 46, 231
Senke 193
Sinken einer Kugel
 bei laminarer Umströmung 148
 bei turbulenter Umströmung 153
Sinkgeschwindigkeit 143, 153
Sinusfunktion 203
skalare Funktion 183
Sperrkreisradius 150
spezifische Gaskonstante 13
spezifische Leistung 169
Standardwert 180
Startgeschwindigkeit 234
stationäre Sinkgeschwindigkeit 148, 154
stationäre Strömung 110, 184
Staubpartikel 149
Staudruck 146
Staupunkt 198, 216, 221, 226
Staupunktverschiebung 221
Stausee 42

Stoffkonstanten 11
 einiger Flüssigkeiten 11
 einiger Gase 14
 Stoffmenge 13
 STOKES 147
 STOKES-Gesetz 149
 STOKES-Reibungsgesetz 147
 Stoßverlust 117
 Strahldruck 116
 Stromfaden 111
 Stromlinien 100, 112, 183, 184, 194, 205
 Stromröhre 110, 120
 Strömungen in Rohrsystemen 61
 Strömungsbeginn 103, 105
 Strömungsfeld 95, 184
 Strömungsgeschwindigkeit 33, 78, 144, 164, 227
 Strömungsmaschinen 164
 Strömungspotenzial 183
 Strömungsquerschnitte 33
 Strömungsverhältnisse 165
 Strömungswiderstand 31, 160, 207
 bei isothermer Gasströmung 86
 Strömungszustände 228
 SUTHERLAND-Konstante 50

T

tangentiale Zugspannung 25
 TAYLOR-Reihe 30
 Temperaturabhängigkeit
 der Viskosität von Flüssigkeiten 51
 der Viskosität von Gasen 50
 theoretischer Wirkungsgrad 179
 Tischtennisball 162
 TORR 25
 TORRICELLI 22, 82
 TORRICELLI-Ausströmung 115
 TORRICELLI-Problem 23
 TORRICELLI-Vakuum 26
 Tragflächen 184, 186, 208, 222, 223
 Tragflügel 215, 227, 229
 Tragflügelprofile 209

Trägheitskräfte 95, 110, 111
 Transformation 201
 mit Logarithmus 205
 Transformation durch Inversion 204
 Turbinen 42, 82, 121, 164, 169
 Turbinenlaufrad 169
 Turbinenwelle 173
 turbulente Grenzschicht 152
 turbulente Rohrströmungen 59
 turbulente Strömung 53, 56, 76
 turbulente Umströmung 151
 Turbulenzen 58, 76, 221

U

Überdruck 29, 112
 überkritische Strömung 153
 Überschallgeschwindigkeit 156
 Überschall-Umströmung 155
 Umfangsgeschwindigkeit 164, 165
 Umgebungsdruck 176
 Umlaufgeschwindigkeit 240
 Umlaufintegral 186
 Umschlaggeschwindigkeit 59
 Umströmung 61, 143, 183
 untere Grenzkurve 70
 unterkritische Strömung 152

V

Vakuum 26
 VENTURI-Düse 35, 46, 79
 vereinfachter Propeller 175
 vertikale Strömung 233
 Verwirbelungen 118
 virtuelle Doppelquelle 197, 198, 204
 Viskosität 48, 149
 Viskosität von Flüssigkeiten 51
 Viskosität von Gasen 49
 Viskosität, geringe 143
 vollständig turbulente Strömung 152
 Volumenausdehnungskoeffizient 11
 Volumenelement 53, 54, 108

Volumenmesstechnik 37
Volumenstrom 37, 42, 75, 83
volumetrischer Mittelwert 57, 67

W

waagerechte Rohrleitungen 81
Wandkräfte in Rohren 23
Wandstärke 24
Wasserdampf 14, 50
Wasserkraftanlagen 82
Wasserkraftwerk 181
Wasserkühlung 63
Wechselwirkungen 112
Widerstandsbeiwert 228
Widerstandskraft 143, 145, 215, 230, 238
Widerstandszahl 146, 215, 228, 229, 238
Windgeschwindigkeit 44, 157, 158, 180, 181, 239
Windkanal 63, 162
Windkraftanlage 177, 215, 240
Windmühlen 164
Windrad 44, 178
Windströmung 157, 240
Winkelbereich 229
Winkelbeziehungen am Rotor 240
Winkelgeschwindigkeit 169, 190
Winkelverhältnisse am Tragflügel 231
Wirbel 221
Wirbelablösung 221, 227

Wirbelbildung 151, 180, 215, 238, 245
wirbelfreie Strömung 190
Wirbelquelle 191
Wirbelschlepe 233, 234
Wirbelsenke 149
Wirbelströmung 150
Wirbelzöpfe 233
Wirkungsgrad 42, 159, 178, 239
Wölbung 227

Z

Zähigkeit 48
Zahlenebene 206
Zeitkonstante 104
Zentrifugalkraft 149
Zirkulation 185, 186, 188, 190, 215, 216
Zirkulationsströmung 188, 205, 216, 226, 227
Zugkraft 24
Zugluft 34
Zugspannung 24
Zulaufgeschwindigkeit 173
zusätzliche Zirkulationsströmung 221
Zustandsgleichung 87
zweidimensionale Potenzialströmungen 184
zweidimensionale Strömungsfelder 184
zylindrische Dipolströmung 193
zylindrische Radialströmung 187