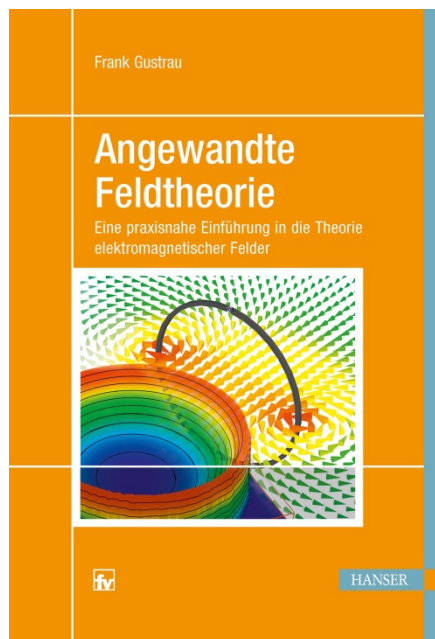


# HANSER



## Leseprobe

zu

## Angewandte Feldtheorie

Eine praxisnahe Einführung in die Theorie  
elektromagnetischer Felder

von Frank Gustrau

Mit 166 Bildern und 3 Tabellen

ISBN (Buch): 978-3-446-45671-6

ISBN (E-Book): 978-3-446-45699-0

Weitere Informationen und Bestellungen unter  
<http://www.hanser-fachbuch.de/978-3-446-45671-6>

sowie im Buchhandel  
© Carl Hanser Verlag, München

# Vorwort

Die Theorie elektromagnetischer Felder ist seit jeher wesentlicher Bestandteil ingenieurwissenschaftlicher Studiengänge im Bereich der Elektro- und Informationstechnik und fest in den Curricula verankert. Das Fach verbindet physikalische Grundlagen mit modernen Anwendungsfeldern.

Im Grundlagenbereich wird das Fach *Elektromagnetische Feldtheorie* und in höheren Semestern die Fortführung und Vertiefung des Themas als *Theoretische Elektrotechnik* von Studierenden häufig als schwieriges Fach angesehen, weil es intensiv auf mathematische Zusammenhänge aus den Bereichen Vektoranalysis sowie Differential- und Integralrechnung zurückgreift und gleichermaßen abstraktes und räumliches Denken fordert. Die ernsthafte Auseinandersetzung mit diesen physikalischen Grundlagen ist allerdings von großem und dauerhaften Nutzen. Einerseits verankert es die vereinfachenden Modelle der Netzwerkanalyse in der komplexeren physikalischen Betrachtung und hält damit den Modellcharakter und die Grenzen der Methoden bewusst. Andererseits ist der komplexe Ansatz unumgänglich, wenn es darum geht, moderne technische Entwicklungen in der Informations- und Elektrotechnik zu verstehen und voranzutreiben.

Wesentliche Themenbereiche wie die *klassische Hochfrequenztechnik* mit ihren Wellenleiterstrukturen und Antennen, sowie der Bereich der *Elektromagnetischen Verträglichkeit*, der sich mit parasitären Kopplungen sowie Störaussendungen und -einkopplungen beschäftigt, sind ohne feldtheoretisches Verständnis seit jeher undenkbar.

In anderen Bereichen ist die Feldsimulation weniger etabliert. War zum Beispiel bis vor kurzem der Entwurf von elektronischen Schaltungen noch mit Schaltplänen für die Funktionalität und dem Leiterplatten-Layout mit Designregeln für die Herstellung zu bewerkstelligen, so ist aufgrund der steigenden Packungsdichten und der sich immer weiter erhöhenden Taktraten digitaler Schaltungen die konkrete Umsetzung oft nur mit feldtheoretischen Betrachtungen und Optimierungen des Layouts zu beherrschen.

Um den gestiegenen Anforderungen beim Entwurf von Komponenten, Schaltungen und Systemen zu begegnen, stehen dem Entwickler mittlerweile umfangreiche und anwendungsfreundliche Softwarewerkzeuge zur Verfügung, die sehr unterschiedliche methodische Ansätze unter einer Oberfläche vereinen. Die *elektromagnetische Co-Simulation* bringt dabei Schaltungssimulation und Feldsimulation zusammen. Kritische Subsysteme können genauer mit einem Feldsimulator untersucht und weniger kritische Schaltungsteile mit dem klassischen Schaltungssimulator berechnet werden. Der Schaltungsentwickler muss also zunehmend auch Feldsimulationen durchführen.

Das vorliegende Buch erlaubt dem Studierenden den Einstieg in das Themengebiet der Feldtheorie und Simulation. Dreh- und Angelpunkt für die analytischen Betrachtungen sind die *Maxwell'schen Gleichungen* in Differential- und Integralform. Dabei wird auf Anschauung und mathematische Berechenbarkeit gleichermaßen geachtet. Analytische Berechnungen und numerische Beispiele in den einzelnen Kapiteln vertiefen das Verständnis und verknüpfen Theorie und praktische Anwendung.

Die Simulationen werden mit modernen kommerziellen Simulationswerkzeugen durchgeführt, wie sie auch in der täglichen Praxis des Ingenieurs verwendet werden. Anhand von numerischen Berechnungen werden die analytischen Betrachtungen nachvollzogen. Ziel ist es einen klaren Blick auf die Möglichkeiten und Grenzen der analytischen und numerischen Ansätze zu gewinnen. Am Ende des Buches schauen wir noch auf einige Anwendungsbeispiele aus den Bereichen Hochfrequenztechnik und Elektromagnetische Verträglichkeit.

Dieses Buch enthält zunächst selbst keine Übungsaufgaben für Studierende. Zur Vertiefung der Lehrinhalte ist das eigene Rechnen aber sehr wichtig. Es wurde daher eine Website mit Aufgaben und Lösungen zum Themengebiet eingerichtet.

*[http://www.fh-dortmund.de/gustrau\\_angewandte\\_feldtheorie](http://www.fh-dortmund.de/gustrau_angewandte_feldtheorie)*

An dieser Stelle bedanke ich mich bei allen Kollegen und Studierenden, die durch ihre Anregungen – sei es durch ihre Fragen in Lehrveranstaltungen, sei es durch das Probelesen einzelner Kapitel – zu diesem Buch beigetragen haben. Meiner Familie, die mich über die Entstehungszeit dieses Buches unterstützt hat, gilt mein ganz besonderer Dank.

Dortmund, im Frühjahr 2018

Frank Gustrau

# Inhalt

<b>1</b>	<b>Einleitung</b> .....	<b>13</b>
1.1	Netzwerk- und Feldtheorie .....	13
1.2	Anwendungsbereiche der Feldsimulation .....	16
1.3	Aufbau der nachfolgenden Kapitel .....	17
<b>2</b>	<b>Elektromagnetische Feldtheorie</b> .....	<b>19</b>
2.1	Physikalische Grundlagen .....	19
2.1.1	Elektrostatische Feldgrößen .....	19
2.1.1.1	Ladung und Coulomb-Kraft .....	19
2.1.1.2	Elektrische Feldstärke .....	20
2.1.1.3	Spannung und elektrisches Potential .....	22
2.1.1.4	Polarisation und relative Dielektrizitätszahl .....	26
2.1.1.5	Verhalten bei Wechselstrom .....	28
2.1.1.6	Dielektrische Verschiebungsdichte .....	28
2.1.1.7	Elektrische Feldenergie und Kapazität .....	29
2.1.2	Stationäre elektrische Strömungsfelder und magnetische Felder .....	30
2.1.2.1	Stromdichte, Leistungsdichte und Widerstand .....	30
2.1.2.2	Magnetische Feldstärke und magnetische Flussdichte .....	32
2.1.2.3	Magnetische Feldenergie und Induktivität .....	33
2.1.2.4	Lorentz-Kraft .....	34
2.1.3	Vektoranalytische Operatoren .....	34
2.1.3.1	Divergenz .....	34
2.1.3.2	Rotation .....	35
2.1.3.3	Quellen- und Wirbelfelder .....	35
2.1.3.4	Laplace-Operator .....	36
2.2	Maxwell'sche Gleichungen .....	39
2.2.1	Differentialform für allgemeine Zeitabhängigkeit .....	39
2.2.2	Differentialform für harmonische Zeitabhängigkeit .....	40
2.2.3	Integralform .....	41
2.2.4	Materialgleichungen .....	43
2.2.5	Verhalten an Materialgrenzen .....	45

2.2.6	Ladungserhaltung .....	47
2.3	Einteilung elektromagnetischer Feldprobleme .....	48
2.4	Statische Felder .....	49
2.4.1	Elektrostatische Felder .....	49
2.4.1.1	Poisson-Gleichung .....	50
2.4.1.2	Green'sche Funktion .....	51
2.4.2	Magnetostatische Felder .....	52
2.4.2.1	Magnetisches Vektorpotential .....	52
2.4.2.2	Biot-Savart'sches Gesetz .....	54
2.4.3	Statisches Strömungsfeld .....	57
2.5	Quasistatische Felder .....	58
2.6	Stromverdrängung (Skinneffekt) .....	61
2.6.1	Eindringtiefe .....	62
2.6.2	Äquivalente Leitschichtdicke .....	64
2.7	Elektromagnetische Wellen .....	66
2.7.1	Wellengleichung .....	66
2.7.2	Homogene ebene Wellen .....	68
2.7.3	Polarisationsrichtung .....	71
2.7.3.1	Lineare Polarisation .....	72
2.7.3.2	Zirkulare Polarisation .....	72
2.7.3.3	Elliptische Polarisation .....	73
2.7.4	Reflexion und Brechung an ebenen Grenzflächen .....	74
2.7.4.1	Senkrechter Einfall .....	74
2.7.4.2	Schräger Einfall .....	76
2.7.5	Kugelwellen .....	81
2.7.6	Wellen in verlustbehafteten Medien .....	82
2.8	Energieerhaltung .....	86
2.9	Elektromagnetische Potentiale .....	88
2.9.1	Potentiale und Feldgrößen .....	88
2.9.2	Lorenz-Eichung und Wellengleichungen .....	89
2.9.3	Harmonische Zeitabhängigkeit und Green'sche Funktion .....	90
2.10	Leistungsumsatz und Temperaturfelder .....	92
<b>3</b>	<b>Numerische Feldberechnung .....</b>	<b>95</b>
3.1	Überblick .....	95
3.2	Methode der Finiten Differenzen im Zeitbereich (FDTD) .....	97
3.2.1	Maxwell'sche Gleichungen .....	97
3.2.2	Diskretisierung des Problems .....	98

3.2.3	Stabilität und Dispersion .....	103
3.2.4	Randbedingungen .....	104
3.2.5	Tore und Netzwerkgrößen .....	104
3.2.6	Zeitsignale .....	105
3.3	Methode der Finiten Elemente (FEM) .....	107
3.3.1	Variationsrechnung .....	107
3.3.2	Finite Elemente .....	108
3.3.3	Formfunktionen .....	108
3.3.4	Elementmatrix .....	110
3.3.5	Gesamtmatrix .....	111
3.3.6	Lösung des linearen Gleichungssystems .....	112
3.4	Momentenmethode (MoM) .....	113
3.4.1	Grundidee des Verfahrens .....	113
3.4.2	Linienförmige Leiter .....	114
3.4.3	Geschichtete Strukturen .....	116
3.5	Weitere Verfahren .....	118
3.6	Simulationssoftware .....	118
3.6.1	Aufbau und Workflow .....	119
3.6.1.1	Prä-Prozessor .....	119
3.6.1.2	Problemlöser (Solver) .....	120
3.6.1.3	Post-Prozessor .....	121
3.6.1.4	Parametervariation und Optimierung .....	122
3.6.2	Aufbau der Geometrie .....	122
3.6.2.1	Interaktive Geometrieingabe .....	122
3.6.2.2	Import von CAD-Daten .....	124
3.6.2.3	Overmodeling vermeiden .....	124
3.6.3	Anregungen und Tore .....	124
3.6.3.1	Konzentrierte Tore .....	125
3.6.3.2	Wellenleitertore .....	125
3.6.3.3	Feldanregungen .....	126
3.6.3.4	Anregungssignale .....	126
3.6.4	Randbedingungen .....	127
3.6.5	Diskretisierung .....	129
3.6.6	Resourcebedarf .....	132
3.6.7	Auswahl der numerischen Methode .....	134
3.6.7.1	Momentenmethode .....	134
3.6.7.2	Finite-Elemente-Methode .....	135
3.6.7.3	Methode der Finiten Differenzen im Zeitbereich .....	135
3.6.8	Nach der Simulation .....	136
3.7	Zusammenfassung .....	137

<b>4</b>	<b>Statische magnetische Felder</b>	<b>138</b>
4.1	Langgestreckter Linienleiter	138
4.1.1	Berechnung mit dem Durchflutungsgesetz	139
4.1.2	Feldsimulation	140
4.2	Zweidrahtleitung	143
4.2.1	Anwendung des Superpositionsprinzips	144
4.2.2	Feldsimulation	146
4.3	Ringspule	149
4.3.1	Berechnung mit dem Biot-Savart'schen Gesetz	149
4.3.2	Feldsimulation	152
4.3.3	Helmholtzspule	154
4.4	Koaxiale Anordnung	158
4.4.1	Berechnung mit dem Durchflutungsgesetz	158
4.4.2	Rückrechnung auf die Ursachen des magnetischen Feldes	164
4.4.2.1	Berechnung der Quellendichte	164
4.4.2.2	Berechnung der Wirbeldichte	164
4.4.3	Berechnung der Induktivität	166
4.4.4	Feldsimulation	168
4.5	Langgestreckte Zylinderspule	171
4.5.1	Magnetisches Feld und Induktivität	171
4.5.2	Feldsimulation	173
<b>5</b>	<b>Statische elektrische Felder</b>	<b>177</b>
5.1	Plattenkondensator	177
5.1.1	Elektrisches Feld und Spannung	178
5.1.2	Kapazität als Systemgröße	179
5.1.3	Elektrische Feldenergie und Kapazität	180
5.1.4	Berechnung des elektrischen Strömungsfeldes	180
5.1.5	Feldsimulation mit der FDTD-Methode	181
5.1.5.1	Berechnung der Feldstärke und der Kapazität	183
5.1.5.2	Berechnung des Strömungsfeldes und des Widerstandes	185
5.1.5.3	Blick über den Tellerrand	187
5.1.6	Feldsimulation mit der Momentenmethode	189
5.1.7	Feldsimulation mit der Finite-Elemente-Methode	190
5.2	Koaxiale Anordnung	192
5.2.1	Elektrisches Feld und Spannung	193
5.2.2	Elektrische Feldenergie und Kapazität	195
5.2.3	Berechnung des elektrischen Strömungsfeldes im Leitermaterial	196

5.2.4	Feldsimulation .....	196
5.2.4.1	Berechnung der Kapazität .....	197
5.2.4.2	Berechnung des Ohm'schen Widerstandes .....	200
<b>6</b>	<b>Magnetische Induktion .....</b>	<b>201</b>
6.1	Induktionsgesetz .....	201
6.2	Offene Leiterschleife neben einer Zweidrahtleitung .....	202
6.2.1	Berechnung der induzierten Spannung .....	203
6.2.2	Feldsimulation .....	204
6.2.2.1	Berechnung der magnetischen Feldstärke .....	204
6.2.2.2	Berechnung der induzierten Spannung.....	204
6.3	Wirbelströme in einem elektrisch leitfähigen Zylinder .....	207
6.3.1	Berechnung der induzierten Stromdichte.....	207
6.3.2	Umgesetzte Leistung und Erwärmung .....	208
6.3.3	Simulationsmodell .....	210
6.3.3.1	Erzeugung eines homogenen magnetischen Feldes .....	210
6.3.3.2	Berechnung der Verteilung der Stromdichte .....	213
<b>7</b>	<b>Skineffekt und Wellenausbreitung .....</b>	<b>215</b>
7.1	Stromdichte im zylindrischen Leiter .....	215
7.1.1	Stromverdrängung (Skineffekt) und Ohm'scher Widerstand .....	215
7.1.2	Feldsimulation .....	217
7.2	Wellenausbreitung .....	219
7.2.1	Homogene ebene Wellen, Kugel- und Zylinderwellen.....	219
7.2.2	Wellenausbreitungsphänomene.....	221
7.2.2.1	Reflexion und Brechung.....	221
7.2.2.2	Beugung.....	222
7.2.2.3	Absorption .....	222
7.2.2.4	Streuung.....	222
7.2.3	Feldsimulation .....	224
7.2.3.1	Homogene ebene Welle (HEW) .....	224
7.2.3.2	Kugelwelle.....	225
7.2.3.3	Hindernis im Wellenfeld .....	228
<b>8</b>	<b>Anwendungen .....</b>	<b>229</b>
8.1	Gehäuseresonanzen.....	229
8.1.1	Hohlraumresonator .....	229
8.1.2	Verkopplung zwischen Schaltungsteilen in einem metallischen Gehäuse	231



8.1.2.1	Schaltungen ohne Gehäuse im freien Raum .....	232
8.1.2.2	Schaltungen umgeben von einem metallischen Gehäuse .....	233
8.1.2.3	Schaltungen umgeben von einem metallischen Gehäuse mit Absorbiermaterial .....	236
8.2	Viertelwellen-Monopol .....	237
8.2.1	Antennen .....	238
8.2.1.1	Antennenkenngrößen .....	238
8.2.1.2	Fußpunktimpedanz und Anpassung .....	240
8.2.1.3	Lineare Antennen .....	241
8.2.1.4	Monopolantenne .....	243
8.2.2	Berechnung und Anpassung einer Monopolantenne .....	244
8.2.2.1	Feldverteilung und Impedanzverlauf der Monopolantenne .....	244
8.2.2.2	Anpasserschaltung .....	247
8.3	Gruppenantenne mit Patchelementen .....	249
8.3.1	Einzelne Patchantenne .....	249
8.3.2	Gruppenantenne mit Beamforming .....	252
<b>A</b>	<b>Anhang .....</b>	<b>257</b>
A.1	Mathematische Grundlagen .....	257
A.1.1	Ableitungsregeln .....	257
A.1.2	Ableitungen elementarer Funktionen .....	258
A.1.3	Vektoralgebra .....	259
A.1.4	Zusammenhänge aus der Vektoranalysis .....	261
A.2	Koordinatensysteme .....	262
A.2.1	Kartesisches Koordinatensystem .....	263
A.2.2	Zylinderkoordinatensystem .....	264
A.2.3	Kugelkoordinatensystem .....	265
	<b>Formelzeichen und Abkürzungen .....</b>	<b>267</b>
	<b>Literatur .....</b>	<b>271</b>
	<b>Index .....</b>	<b>275</b>

# 2

## Elektromagnetische Feldtheorie

In diesem Kapitel werden zunächst die elektromagnetischen Feldgrößen vorgestellt, wie sie für den statischen – also zeitunabhängigen – Fall definiert sind. Es wird der Zusammenhang zwischen den Feldgrößen und den Netzwerkgrößen wie Strom und Spannung verdeutlicht. Die Maxwell'schen Gleichungen in Verbindung mit den Stetigkeitsbedingungen dienen dann der vollständigen Beschreibung des elektromagnetischen Verhaltens für zeit- und ortsvariante Feldgrößen.

Bei der mathematischen Behandlung und dem Auffindung von Lösungen der Maxwell'schen Gleichungen hat es sich als vorteilhaft herausgestellt, bestimmte Problemklassen, wie Elektrostatik, Magnetostatik, quasistatische Felder und schnell veränderliche Felder, zu unterscheiden. Die Betrachtung gewinnt dabei an Komplexität, und das Verständnis für die feldtheoretischen Zusammenhänge wächst Schritt für Schritt.

### ■ 2.1 Physikalische Grundlagen

Zunächst stellen wir in den folgenden Abschnitten grundlegende feldtheoretische und mathematische Zusammenhänge dar, um eine erste anschauliche Vorstellung des elektrischen und magnetischen Feldes zu gewinnen.

#### 2.1.1 Elektrostatische Feldgrößen

Wir beginnen mit den *elektrischen* Feldgrößen für den zeitunabhängigen (statischen) Fall und erklären die Bedeutung der Netzwerkgrößen Spannung und Kapazität.

##### 2.1.1.1 Ladung und Coulomb-Kraft

Historisch hat man schon früh die Bedeutung von elektrischen *Ladungen*  $Q$  erkannt und festgestellt, dass sich Ladungen durch ihre Kraftwirkungen aufeinander auszeichnen. Man unterscheidet *positive* und *negative* Ladungen, wobei sich gleichnamige Ladungen abstoßen (Bild 2.1a) und ungleichnamige Ladungen anziehen (Bild 2.1b). Ladungsmengen werden in der Einheit Coulomb angegeben ( $[Q] = C$ ).

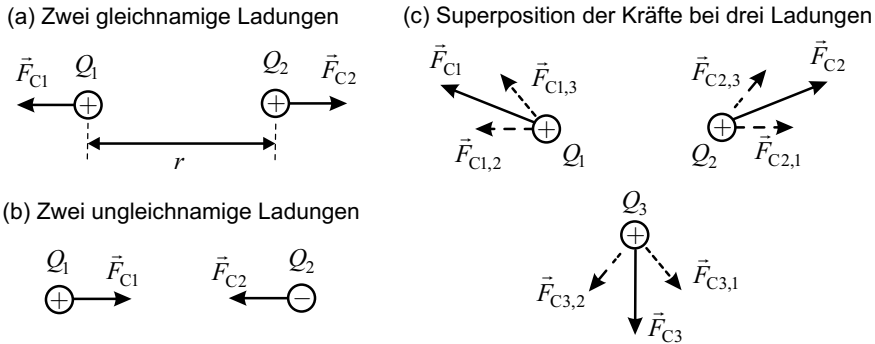
Die *Coulomb-Kraft*  $\vec{F}_C$  beschreibt die Kraftwirkung zwischen zwei Ladungen  $Q_1$  und  $Q_2$ , die sich im Abstand  $r$  zueinander befinden. Die Ladungen werden als punktförmig angenommen (Punktladung). Der Betrag der Kraft in der Einheit Newton ( $[F] = N$ ) kann mit nachfolgender

Gleichung (2.1) berechnet werden.

$$F_C = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \quad (\text{Coulomb-Kraft}) \quad (2.1)$$

Die Dielektrizitätskonstante  $\epsilon_0$  besitzt den Wert  $8,854 \cdot 10^{-12} \text{ As/(Vm)}$ . Die Richtung der Kraft ergibt sich auf einer gedachten Verbindungsgeraden zwischen den Punktladungen, wobei die Kräfte bei ungleichnamigen Ladungen aufeinander zu zeigen und bei gleichnamigen Ladungen voneinander weg zeigen (Bild 2.1a und 2.1b). Falls mehr als zwei Ladungen vorhanden sind, so können paarweise die Kräfte ermittelt und nach dem *Superpositionsprinzip* vektoriell überlagert werden. Bild 2.1c zeigt die paarweise Wechselwirkung und die vektorielle Addition der Teilkräfte zu den Gesamtkräften.

Ladungen sind naturgemäß gequantelt und kommen nur in ganzzahligen Vielfachen der *Elementarladung*  $e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$  vor. Diese Quantelung spielt aber makroskopisch – also bei Vorhandensein einer ausreichend großen Anzahl von Ladungsträgern – keine Rolle, sodass wir im Folgenden von einer kontinuierlichen Ladungsmenge ausgehen wollen.



**Bild 2.1** Coulomb-Kräfte zwischen (a) zwei gleichnamigen Ladungen, (b) zwei ungleichnamigen Ladungen und (c) drei Ladungen

Bei den bislang betrachteten Ladungen handelte es sich um Punktladungen, bei denen die Ladungsmenge in einem singulären Raumpunkt angenommen wird. Bei kontinuierlich im Raum verteilten Ladungen verwendet man zur Beschreibung die *Raumladungsdichte*  $\rho$  (Einheit  $[\rho] = \text{C/m}^3$ ). Die Gesamtladung  $Q$  erhalten wir dann durch die Integration über das ladungserfüllte Volumen  $V$ .

$$Q = \iiint_V \rho \, dV \quad (2.2)$$

### 2.1.1.2 Elektrische Feldstärke

Im Folgenden wollen wir uns vom Begriff der Kraft lösen, indem wir eine neue physikalische Größe einführen. Hierzu beziehen wir die auf die Ladung  $Q_2$  wirkende Kraft  $\vec{F}_2$  auf die Ladung  $Q_2$  selbst. Wir erhalten damit die *elektrische Feldstärke*  $\vec{E}_1$  der Ladung  $Q_1$  am Ort der Ladung  $Q_2$ .

$$\vec{E}_1 = \frac{\vec{F}_2}{Q_2} \quad (2.3)$$

Die elektrische Feldstärke (in der Einheit  $[E] = \text{V/m}$ ) gibt also die Richtung der Kraftwirkung auf eine Probeladung  $Q_2$  an, die sich in der Nähe einer Ladung  $Q_1$  befindet. Das elektrische Feld  $\vec{E}_1$  einer Punktladung  $Q_1$  im Ursprung ist damit in Kugelkoordinaten durch folgende Gleichung gegeben:

$$\vec{E}_1(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q_1}{r^2} \vec{e}_r \quad (\text{Elektrische Feldstärke einer Punktladung im Ursprung}) \quad (2.4)$$

Obgleich in Gleichung (2.3) rechenstechnisch nur eine Quotientenbildung vorgenommen und damit eine von  $Q_2$  unabhängige Größe geschaffen wird, bedeutet die neue Größe doch mehr als die Normierung einer Kraft. Bei der anfänglichen Beschreibung über die Coulomb-Kräfte existieren im Raum verteilte Ladungen, die direkt – über eine Distanz hinweg – Kräfte aufeinander ausüben (*Fernwirkungsprinzip*).

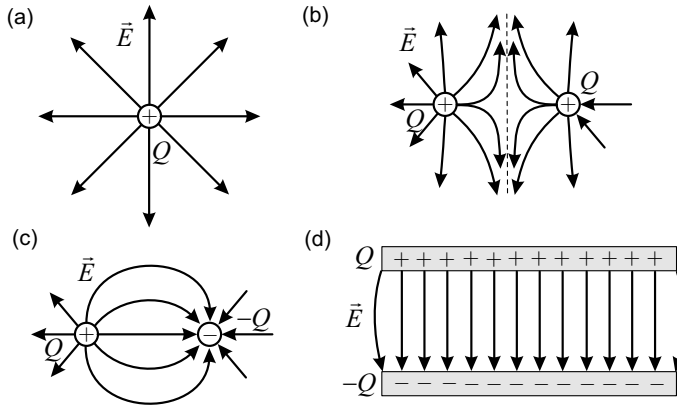
Nun mit der Einführung des Begriffs des elektrischen Feldes wird zunächst von der Ladung  $Q_1$  ein elektrisches Feld  $\vec{E}_1$  erzeugt. Mathematisch stellt die elektrische Feldstärke  $\vec{E}$  nun ein *Vektorfeld* dar, welches jedem Raumpunkt einen Vektor zuweist. Das elektrische Feld  $\vec{E}_1$  der Ladung  $Q_1$  existiert dabei auch ohne die Anwesenheit der Ladung  $Q_2$ . Wird nun eine Ladung  $Q_2$  in des Feld  $\vec{E}_1$  der Ladung  $Q_1$  gebracht, so interagiert die Ladung  $Q_2$  mit dem *lokalen* elektrischen Feld der Ladung  $Q_1$  am Ort der Ladung  $Q_2$  (*Nahwirkungsprinzip*). Die Ladung  $Q_2$  erzeugt nun aber auch ihrerseits ein elektrisches Feld  $\vec{E}_2$ , und so ergibt sich schließlich auch eine Kraftwirkung auf die Ladung  $Q_1$ .

Ein ortsabhängiges elektrisches Vektorfeld  $\vec{E}(\vec{r})$  kann durch sogenannte *Feldlinienbilder* anschaulich dargestellt werden. Bild 2.2a zeigt das Feldlinienbild einer positiven Punktladung. Dem Feldlinienbild kann anschaulich die Richtung und der Betrag entnommen werden: Die vektorielle Größe  $\vec{E}$  ist dabei immer tangential zu den Feldlinien gerichtet, und die Liniendichte deutet die Amplitude der Feldstärke an. Wie in Gleichung (2.4) mathematisch formuliert erkennt man im Feldlinienbild, dass das elektrische Feld radial von der Ladung fortgerichtet ist und der Betrag mit steigendem Abstand sinkt.

In Bild 2.2b und Bild 2.2c finden wir die Feldlinienbilder von zwei gleichnamigen bzw. ungleichnamigen Ladungen. Bild 2.2d zeigt die Feldverteilung in einem Plattenkondensator, bei dem sich zwei parallele Flächen mit entgegengesetzter Ladung gegenüberstehen. Zwischen den Platten ist das elektrische Feld in guter Näherung *homogen*. An den Rändern entsteht ein Streufeld, und das Feld im Außenraum ist in erster Näherung zu vernachlässigen.

Wenn man sich den Verlauf der Feldlinien und damit die Richtung der Kraftwirkung auf eine positive Ladung in den Bildern ansieht, so fällt auf, dass diese immer von den positiven Ladungen weg- und zu den negativen Ladungen hinführen. Man könnte auch sagen, dass die positiven Ladungen die *Quellen* des elektrostatischen Feldes darstellen (hier entspringen die Feldlinien) und dass die negativen Ladungen die *Senken* sind (hier enden die elektrischen Feldlinien).

Die Feldlinien des elektrostatischen Vektorfeldes besitzen Anfang und Ende. Ein Vektorfeld, welches Quellen entspringt und in Senken endet, bezeichnet man als *Quellenfeld*.



**Bild 2.2** Elektrische Feldlinienbilder (a) einer positiven Punktladung, (b) zwischen zwei gleichnamigen Ladungen, (c) zwischen zwei ungleichnamigen Ladungen und (d) in einer Plattenkondensatoranordnung

### 2.1.1.3 Spannung und elektrisches Potential

Bewegen wir eine Ladung  $Q_2$  nun im Feld einer anderen Ladung  $Q_1$ , so geschieht diese Bewegung unter Einfluss einer Kraft. Die Physik lehrt uns, dass hierbei *Arbeit* verrichtet wird. Für den Fall der Verschiebung einer Ladung vom Punkt  $\vec{r}_A$  zum Punkt  $\vec{r}_B$  kann die Arbeit  $W_{\vec{r}_A \vec{r}_B}$  berechnet werden.

$$W_{\vec{r}_A \vec{r}_B} = \int_{\vec{r}_A}^{\vec{r}_B} \vec{F}_2 \cdot d\vec{s} = \int_{\vec{r}_A}^{\vec{r}_B} Q_2 \vec{E}_1 \cdot d\vec{s} = Q_2 \underbrace{\int_{\vec{r}_A}^{\vec{r}_B} \vec{E}_1 \cdot d\vec{s}}_U = Q_2 U \quad (2.5)$$

Zwischen der Kraft  $\vec{F}$  und dem Wegelement  $d\vec{s}$  steht das Skalarprodukt, sodass also stets nur der Kraftanteil in Richtung des Weges einen Beitrag liefert. In Gleichung (2.5) kann die konstante Ladung  $Q_2$  aus dem Integral gezogen werden. Das Linienintegral über die elektrische Feldstärke  $\vec{E}$  liefert nun ein neue Größe, die wir als *Spannung* bezeichnen und in der Einheit Volt angeben.

$$U = \int_{\vec{r}_A}^{\vec{r}_B} \vec{E} \cdot d\vec{s} \quad (\text{Spannung zwischen den Raumpunkten } \vec{r}_A \text{ und } \vec{r}_B) \quad (2.6)$$

Die Spannung  $U$  ist im Gegensatz zur elektrischen Feldstärke  $E$  nun *keine Feldgröße* mehr, denn die Spannung ist zwischen zwei Punkten definiert und nicht an einem Raumpunkt. Wir haben es also mit einer integralen Größe zu tun.

Man kann nun aber in Anlehnung an den Spannungsbegriff eine neue Feldgröße definieren, indem man den Anfang oder den Endpunkt des Integrals als Referenzpunkt festhält. Dies führt zum Begriff des *elektrischen Potentials*  $\phi$ . Das Potential  $\phi$  bezogen auf den Referenzpunkt  $\vec{r}_0$

können wir mithilfe folgender Gleichung schreiben:

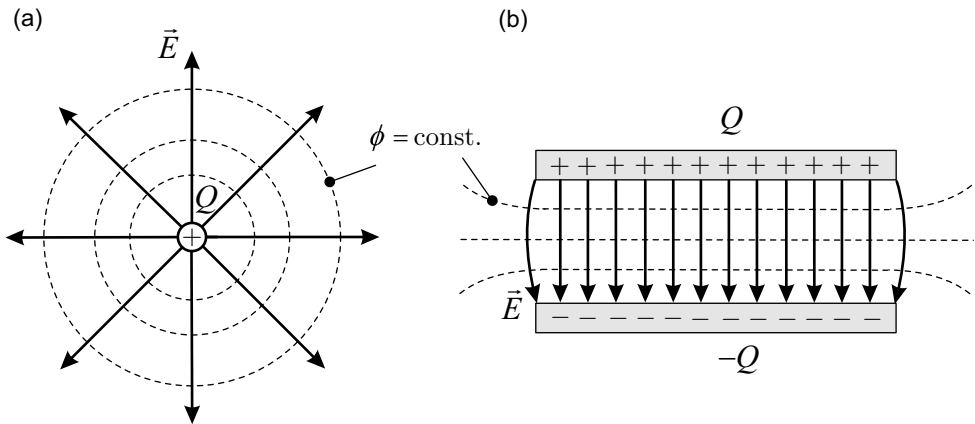
$$\boxed{\phi_{\vec{r}_0}(\vec{r}) = \int_{\vec{r}}^{\vec{r}_0} \vec{E} \cdot d\vec{s}} \quad (\text{Potential am Ort } \vec{r}) \quad (2.7)$$

Das Potential stellt ein *Skalarfeld* dar, welches jedem Raumpunkt einen skalaren Potentialwert zuweist. Das Potential entspricht damit im statischen Fall der Spannung zwischen dem Raumpunkt  $\vec{r}$  und dem Referenzpunkt  $\vec{r}_0$ .

Im Falle elektrostatischer Felder kann aus dem Potential auch direkt wieder die elektrische Feldstärke berechnet werden. Wir benötigen hierzu den Gradientenoperator, der sich in kartesischen Koordinaten als Summe der partiellen Ableitungen in die drei kartesischen Raumrichtungen schreiben lässt.

$$\vec{E} = -\text{grad } \phi = -\nabla\phi = -\left(\frac{\partial\phi}{\partial x}\vec{e}_x + \frac{\partial\phi}{\partial y}\vec{e}_y + \frac{\partial\phi}{\partial z}\vec{e}_z\right) \quad (2.8)$$

Die Gradientenfunktion überführt das skalare Potentialfeld in ein Vektorfeld. Der Vektor  $\text{grad } \phi$  zeigt dabei in jedem Raumpunkt stets in Richtung der *größten Änderung* (des steilsten Anstiegs) der Potentialfunktion. Aus diesem Grund wird der Gradientenoperator auch bei Optimierungen verwendet, denn auf der Suche nach einem Maximum oder Minimum kommt man in der Regel am schnellsten voran, wenn man sich in einer Richtung bewegt, in der die Funktionswerte sich besonders rasch ändern. Durch das Minuszeichen in Gleichung (2.8) zeigt die elektrische Feldstärke stets von größeren zu kleineren Potentialwerten.



**Bild 2.3** Elektrische Feldstärke und Potential (a) einer Punktladung im Ursprung und (b) im Plattenkondensator

Interessant ist, dass es im Prinzip unendlich viele Potentialfelder gibt, da der Referenzpunkt  $\vec{r}_0$  frei wählbar ist. Eine Verschiebung des Referenzpunktes verändert den Integrationsweg und hebt damit das Potential insgesamt an oder senkt es ab, führt also zu einer additiven Konstante. Das elektrische Feld  $E$  ist aber durch seine Kraftwirkung auf Ladungen definiert und damit stets *eindeutig*. Bei der Gradientenfunktion werden nun nur Ableitungen des Potentials berücksichtigt, sodass eine additive Konstante der Potentialfunktion keine Auswirkung auf das elektrische Feld hat.

Elektrostatistische Probleme können mathematisch anstatt über das elektrische *Vektorfeld*  $\vec{E}(\vec{r})$  alternativ über das *Skalarfeld* des Potentials  $\phi(\vec{r})$  beschrieben werden. Zur Veranschaulichung dienen dann Flächen mit gleichen Potentialwerten (*Äquipotentialflächen*). Die Äquipotentialflächen (mit  $\phi = \text{const.}$ ) sind stets senkrecht zu den elektrischen Feldlinien orientiert, denn nach Gleichung (2.5) wird aufgrund des Skalarproduktes keine Arbeit verrichtet, wenn Kraft und Weg senkrecht zueinander verlaufen. Bild 2.3a zeigt eine Punktladung  $Q$  im Ursprung mit radial nach außen zeigenden elektrischen Feldvektoren  $\vec{E}$ . Die Äquipotentialflächen sind nun Kugelschalen. In Bild 2.3b sehen wir einen Plattenkondensator mit homogenem vertikal orientierten elektrischen Feld. Die Äquipotentialflächen sind nun horizontal verlaufende Flächen im Innern des Kondensators. In den Randbereichen ergeben sich aufgrund des Streufeldes abweichende Verläufe.

### Beispiel 2.1 Berechnung der elektrischen Feldstärke aus dem Potentialverlauf

Gegeben sei das Potential einer Punktladung im Ursprung in Kugelkoordinaten:

$$\phi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} r \quad (\text{Potential einer Punktladung im Ursprung}) \quad (2.9)$$

Mit Gleichung (2.8) wollen wir aus dem Potentialverlauf die elektrische Feldstärke  $\vec{E}$  berechnen. Hierzu benötigen wir zunächst einmal die Formulierung des Gradientenoperators in Kugelkoordinaten. Im Anhang A dieses Buches finden wir die für die Berechnung notwendige Darstellung für unterschiedliche Koordinatensysteme. Gleichung (A.66) liefert uns den gesuchten Zusammenhang mit:

$$\text{grad } \phi = \frac{\partial \phi}{\partial r} \vec{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \vartheta} \vec{e}_\vartheta + \frac{1}{r \sin \vartheta} \frac{\partial \phi}{\partial \varphi} \vec{e}_\varphi \quad (2.10)$$

Somit erhalten wir für das elektrische Feld:

$$\vec{E} = -\text{grad } \phi = -\frac{\partial \phi}{\partial r} \vec{e}_r - \underbrace{\frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \vartheta} \vec{e}_\vartheta}_{=0} - \underbrace{\frac{1}{r \sin \vartheta} \frac{\partial \phi}{\partial \varphi} \vec{e}_\varphi}_{=0} \quad (2.11)$$

Da das gegebene Potential  $\phi = \phi(r)$  nur eine radiale Abhängigkeit aufweist, verschwinden die Ableitungen des Potentials in  $\vartheta$ - und  $\varphi$ -Richtung. Uns bleibt:

$$\vec{E} = -\frac{\partial \phi}{\partial r} \vec{e}_r \quad (2.12)$$

$$= -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \right) \vec{e}_r \quad (2.13)$$

$$= -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left( -\frac{1}{r^2} \right) \vec{e}_r \quad (2.14)$$

$$= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{e}_r \quad (2.15)$$

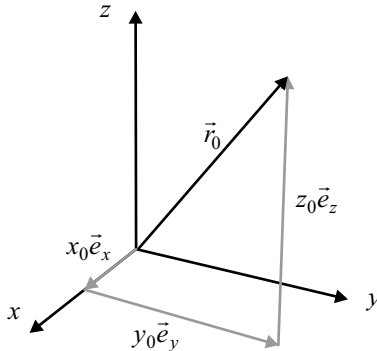
Unser Endergebnis entspricht der elektrischen Feldstärke einer Punktladung im Ursprung, wie wir es schon in Gleichung (2.4) notiert haben.

Bild 2.3a zeigt den Verlauf der elektrischen Feldstärke  $\vec{E}$  und des Potentials  $\phi$ . Das vektorielle elektrische Feld zeigt stets in radialer Richtung nach außen. Das skalare Potentialfeld kann durch Flächen gleichen Potentials (Äquipotentialflächen) veranschaulicht

werden. Diese Äquipotentialflächen sind im Falle einer Punktladung Kugelschalen mit der Punktladung im Zentrum der Kugel. ■

### Beispiel 2.2 Alternative Berechnung in kartesischen Koordinaten

Im vorangegangenen Beispiel haben wir den Gradientenoperator sehr vorteilhaft in problemangepassten Kugelkoordinaten ausgewertet. Grundsätzlich ist es aber auch möglich, über die kartesischen Koordinaten zu gehen. Allerdings ist der Aufwand hier größer, wie wir rasch feststellen werden.



**Bild 2.4** Darstellung eines Ortsvektors  $\vec{r}_0 = r_0 \vec{e}_r$  durch kartesische Koordinaten  $\vec{r}_0 = x_0 \vec{e}_x + y_0 \vec{e}_y + z_0 \vec{e}_z$

Zunächst einmal müssen wir die Potentialfunktion  $\phi$  in kartesische Koordinaten umschreiben. Die radiale Vektor  $\vec{r}$ , der vom Ursprung zum Aufpunkt zeigt, kann folgendermaßen durch die kartesischen Koordinaten  $x$ ,  $y$  und  $z$  ausgedrückt werden:

$$\vec{r} = x\vec{e}_x + y\vec{e}_y + z\vec{e}_z \quad (2.16)$$

Bild 2.4 verdeutlicht dies für einen Ortsvektor  $\vec{r}_0$ .

Mit der Länge  $r$  des Ortsvektors

$$r = |\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad (2.17)$$

erhalten wir für die Potentialfunktion somit:

$$\phi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \quad (2.18)$$

Das elektrische Feld erhalten wir mit dem Gradientenoperator in kartesischen Koordinaten:

$$\vec{E} = -\text{grad } \phi = -\frac{\partial\phi}{\partial x}\vec{e}_x - \frac{\partial\phi}{\partial y}\vec{e}_y - \frac{\partial\phi}{\partial z}\vec{e}_z \quad (2.19)$$

Exemplarisch betrachten wir die partielle Ableitung in  $x$ -Richtung:

$$\frac{\partial\phi}{\partial x} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \left[ (x^2 + y^2 + z^2)^{-\frac{1}{2}} \right] \quad (2.20)$$



Durch Anwendung der Kettenregel  $[u(v(x))]' = u'(v(x))v'(x)$  erhalten wir:

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) (x^2 + y^2 + z^2)^{-\frac{3}{2}} \cdot (2x) \quad (2.21)$$

$$= -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{x}{\underbrace{(\sqrt{x^2 + y^2 + z^2})^3}_{= r}} \quad (2.22)$$

$$= -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{x}{r^3} \quad (2.23)$$

Die Ableitungen in  $y$ - und  $z$ -Richtung ergeben sich analog:

$$\frac{\partial \phi}{\partial y} = -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{y}{r^3} \quad (2.24)$$

und

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{z}{r^3} \quad (2.25)$$

Wir führen die Teilergebnisse zusammen:

$$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^3} \underbrace{(x\vec{e}_x + y\vec{e}_y + z\vec{e}_z)}_{= \vec{r} = r\vec{e}_r} \quad (2.26)$$

$$= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{e}_r \quad (2.27)$$

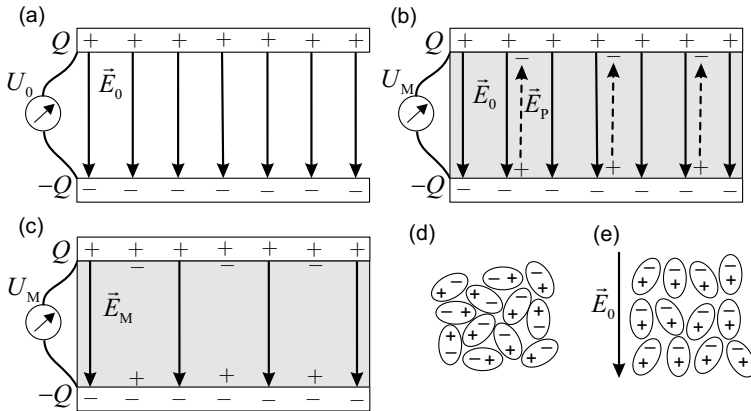
Es ergibt sich das gleiche Resultat, das zuvor – jedoch mit weniger Aufwand – in Kugelkoordinaten ermittelt wurde. Dieses Beispiel zeigt, dass das Rechnen mit problemangepassten Koordinaten effizienter ist. ■

### 2.1.1.4 Polarisation und relative Dielektrizitätszahl

Bislang haben wir Ladungen im freien Raum betrachtet. Kommen nun aber Materialien hinzu, so ist die Definition von weiteren Größen hilfreich. Betrachten wir gemäß Bild 2.5 einen Plattenkondensator, auf dessen Platten sich die Ladungsmengen  $+Q$  und  $-Q$  befinden. Zwischen den Platten bildet sich ein homogenes Feld  $\vec{E}_0$  aus, und wir können die Spannung  $U_0$  bestimmen. Bringen wir nun ein Isoliermaterial (*Dielektrikum*) in den Plattenkondensator, so zeigt sich, dass die veränderte Spannung  $U_M$  zwischen den Platten gegenüber dem Fall ohne Isoliermaterial verringert ist ( $U_M < U_0$ ). Entfernen wir das Isoliermaterial wieder, so erhalten wir den ursprünglichen Spannungswert  $U_0$ .

Durch Einbringen des Isolators in das elektrische Feld  $\vec{E}_0$  richten sich polarisierte Teilchen im Isolator in Feldrichtung aus. Im Inneren gleichen sich nun die Ladungen jeweils wieder aus, an der Oberfläche ergibt sich jedoch eine resultierende Oberflächenladungsverteilung. Durch diese Ladungen entsteht im Dielektrikum ein *Gegenfeld*  $\vec{E}_P$ , welches sich dem ursprünglichen äußeren Feld  $\vec{E}_0$  überlagert. In der Materie herrscht ein abgeschwächtes Feld  $\vec{E}_M$  mit dem Betrag:

$$E_M = E_0 - E_P \quad (2.28)$$



**Bild 2.5** Zum Verständnis der Polarisation: (a) luftgefüllter Plattenkondensator, (b) dielektrisches Material im Kondensator (Entstehung eines Gegenfeldes), (c) dielektrisches Material im Kondensator (reduziertes elektrisches Feld im Dielektrikum), (d) ungeordnete polarisierte Teilchen im Dielektrikum, (e) Orientierung von polarisierten Teilchen im Dielektrikum unter Einfluss eines äußeren elektrischen Feldes

Dieser Effekt wird als *Polarisation* bezeichnet. Wie gut Materie polarisierbar ist, hängt vom inneren Aufbau ab. Wie oben gezeigt, tritt der Effekt bei polarer Materie auf. Er ist aber ebenso bei nicht polarer Materie zu beobachten. Stellen wir uns hierzu ein einfaches Modell eines unpolaren Teilchens vor: Um einen positiven Kern liegt eine negativ geladene Elektronenhülle; die Ladungsschwerpunkte von Kern und Elektronenhülle fallen dabei zusammen. Nach außen ist das Teilchen elektrisch neutral. Unter dem Einfluss eines äußeren Feldes wirken auf Kern und Hülle Kräfte in unterschiedlicher Richtung. Die Ladungsschwerpunkte wandern auseinander, und es entsteht ein polares Teilchen.

Kehren wir zu unserem Gedankenexperiment mit dem Plattenkondensator zurück: Bei Füllung des Plattenkondensators mit dem Dielektrikum ergibt sich durch die verringerte elektrische Feldstärke im Medium eine reduzierte Spannung  $U_M$ .

$$U_M = \int_{\text{Untere Platte}}^{\text{Obere Platte}} \vec{E}_M \cdot d\vec{s} < U_0 \tag{2.29}$$

Am Anfang des Abschnitts haben wir beschlossen, uns nur mit makroskopischen Vorgängen zu beschäftigen, bei denen wir die Quantelung der Ladung vernachlässigen können und kontinuierliche Verteilungen annehmen. Nun beruht die vorherige anschauliche Interpretation der Polarisation auf mikroskopischen Überlegungen und ist somit wenig hilfreich, wenn wir den Effekt der Polarisation mathematisch einfach in einem makroskopischen Modell beschreiben wollen. Zur makroskopischen Beschreibung verwenden wir den Quotient zwischen der ursprünglichen und der reduzierten Spannung bzw. Feldstärke. Diese neue Größe nennen wir *relative Dielektrizitätszahl*  $\epsilon_r$ .

$$\epsilon_r = \frac{E_0}{E_M} = \frac{U_0}{U_M} \tag{2.30}$$

Die relative Dielektrizitätszahl  $\epsilon_r$  ist eine dimensionslose Größe und für die meisten Materialien durch einen einfachen Zahlenwert größer als eins gegeben. Tabelle 2.1 listet relative

Dielektrizitätszahlen für technisch wichtige Dielektrika auf. In der Praxis werden für erste Abschätzungen in der Regel idealisierte Materialien verwendet. Statt Luft und anderer Gase kann häufig vereinfachend von *Vakuum* ( $\epsilon_r = 1$ ) ausgegangen werden.

Falls Materialien eine Richtungsabhängigkeit (Anisotropie) aufweisen, also für unterschiedliche Orientierungen des Materials im Kondensator sich verschiedene Spannungen ergeben, so erfolgt die Beschreibung durch eine Matrix.

### 2.1.1.5 Verhalten bei Wechselstrom

Bei Anlegen einer Wechselspannung wechselt die Ladung auf den Kondensatorplatten periodisch die Polarität. Die polaren Teilchen im Dielektrikum ändern daher mit der gleichen Frequenz ihre Lage. Mit zunehmender Frequenz sind die Teilchen nicht mehr in der Lage, dem anregenden Feld  $\vec{E}_0$  zu folgen. Die *feldschwächende Wirkung* lässt nach, sodass mit steigender Frequenz im Allgemeinen mit einem Abfall der relativen Dielektrizitätszahl gerechnet werden muss. Die Frequenzabhängigkeit  $\epsilon_r(\omega)$  vieler Materialien kann mathematisch über sogenannte Debye-Beziehungen beschrieben werden [Det12]. Hierin gehen die statische relative Dielektrizitätszahl  $\epsilon_r(0)$  sowie der Grenzwert für sehr hohe Frequenzen  $\epsilon_r(\infty)$  und eine materialcharakteristische Größe (Relaxationszeit) ein. Viele technisch wichtige Dielektrika haben in ihrem Einsatzfrequenzbereich allerdings hinreichend konstante relative Dielektrizitätszahlen (Tabelle 2.1).

**Tabelle 2.1** Relative Dielektrizitätszahl  $\epsilon_r$  verschiedener Materialien

Material	$\epsilon_r$
Vakuum	1
Luft	$\approx 1$
Polytetrafluorethylen (PTFE)	2,1
Glasfaserverstärktes Epoxidharz (FR4)	$\approx 4$
Aluminiumoxid ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ )	9,8
Glas	$\approx 6$
Wasser	$\approx 80$

Mit der bei Wechselspannungen auftretenden ständigen Umorientierung der Teilchen sind Wärmeverluste verbunden. Wie wir in Abschnitt 2.2.4 noch genauer sehen werden, wird dieser Verlustmechanismus mit einem Verlustfaktor  $\tan \delta_\epsilon$  beschrieben.

### 2.1.1.6 Dielektrische Verschiebungsdichte

Eine weitere wichtige Größe zur Beschreibung elektrischer Felder ist die *dielektrische Verschiebungsdichte*  $\vec{D}$ , die auch als *elektrische Flussdichte* bezeichnet wird. Bei ihrer Definition taucht die zuvor eingeführte relative Dielektrizitätszahl wieder auf.

$$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E} \quad (\text{Dielektrische Verschiebungsdichte}) \quad (2.31)$$

Im Vakuum ist die dielektrische Verschiebungsdichte bis auf den konstanten Faktor  $\epsilon_0$  gleich der elektrischen Feldstärke. In Materialien kommt noch die relative Dielektrizitätszahl  $\epsilon_r$  hinzu. Die dielektrische Verschiebungsdichte besitzt die physikalische Einheit  $[D] = \text{C}/\text{m}^2$ , also Ladung pro Fläche.

# Index

- Γ-Transformator, 247
- $\lambda/2$ -Resonanz, 188
  
- Ableitungsregeln, 257
- Absorbermaterial, 236
- Absorbierende Randbedingungen, 104, 129
- Absorption, 222
- Abstrahlung, 87
- Adaptive Netzverfeinerung, 130, 190
- ADS, 189
- Advanced Design System, 189
- Äquipotentialfläche, 24
- Äquivalente Leitschichtdicke, 64
- Äußeres Produkt, 260
- Aluminium, 32
- Ampere'sches Gesetz, 41
- Anfangs-Randwert-Problem, 39
- Anisotrope Materialien, 28
- Anpassschaltung, 247
- Anregungssignale, 126
- Antenne, 238
- Arbeit, 22
- Aufpunktvektor, 54, 149
- Ausbreitungsgeschwindigkeit, 49, 69
- Ausbreitungskonstante, 84
- Ausbreitungsmodus, 125
- Ausfallswinkel, 221
  
- Beamforming, 252
- BEM, 118
- Beugung, 222
- Binomiale Belegung, 254
- Biot-Savart'sches Gesetz, 54, 149
- Boundary-Element-Method, 118
- Brechung, 77, 221
- Brechungsindex, 77
- Brewster-Winkel, 78
  
- CAD, 122
- Co-Simulation, 15, 237
  
- Coulomb-Eichung, 53
- Coulomb-Kraft, 19
- Courant-Kriterium, 103, 133
  
- Dämpfungskonstante, 85
- dBi, 240
- Debye-Beziehung, 28
- Delta-Operator, 36
- DFT, 106
- Dichte, 92
- Dielektrikum, 26
- Dielektrische Verschiebungsdichte, 28
- Dielektrischer Wellenleiter, 126
- Dielektrizitätskonstante, 20
- Dielektrizitätszahl, 27
- Differentialgleichung, 50, 62, 67, 84
- Differentialoperator, 263
- Differenzenquotient, 98
- Diffusionsgleichung, 63, 93
- Digitale Signale, 127
- Dipol, 226
  - Halbwellendipol, 241
- Dirac'sche Delta-Funktion, 51
- Diskrete Fouriertransformation, 106
- Diskretisierung, 96, 98, 129
  - zeitlich, 98, 100
- Dispersion, 44, 103
- Divergenz, 34, 263
- Drahtantenne, 241
- Duales Gitter, 98
- Dummy-Objekt, 192
- Durchflutungsgesetz, 41, 138, 158, 171
  
- Effektive Fläche, 65
- Eindringtiefe, 63
- Einfallsebene, 76
- Einfallswinkel, 221
- Eingangsimpedanz
  - Antenne, 240
- Einheitsvektor, 263–265

- Eisenkern, 210
- Elektrisch klein, 105
- Elektrische Energiedichte, 29, 180, 195
- Elektrische Feldstärke, 20
- Elektrische Flussdichte, 28
- Elektrische Leitfähigkeit, 31
- Elektrische Stromdichte, 30
- Elektrische Wand, 127, 129, 141, 243
- Elektrische Wirbelfelder, 201
- Elektrischer Fluss, 29
- Elektrisches Potential, 88
- Elektrisches Strömungsfeld, 48
- Elektromagnetische Potentiale, 88
- Elektromagnetische Verträglichkeit, 16, 229
- Elektromagnetische Wellen, 49, 66
- Elektrostatik, 49
- Elementarladung, 20
- Elementarstrahler, 253
- Elementmatrix, 110
- Elliptische Polarisierung, 73
- EM Co-Simulation, 237
- Empfangsantenne, 238
- Empire, 140
- EMV, 154, 229
- Endliche Ausbreitungsgeschwindigkeit, 49
- Energie, 29, 33, 86, 180, 195
- Energiedichte, 166, 173
  - Elektrische, 29, 180, 195
  - Magnetische, 33
- Energieerhaltung, 86, 220
- Erhaltunggröße, 86
- Erhaltungssatz der Ladung, 48
- Ersatzschaltbild, 14
- Erwärmung, 208
- Evaneszente Welle, 79
  
- Faktorregel, 257
- Faraday'sches Gesetz, 42
- FDTD, 97, 135, 141, 181
- Feldenergie, 29
- Feldlinienbild, 21
- Feldsimulation, 95
- Feldstärke
  - Elektrische, 20
  - Magnetische, 32
- Feldtheorie, 13
- Feldwellenwiderstand, 70, 75, 86
  
- FEM, 107, 135, 244
- Fernfeld, 81, 237, 238
- Fernwirkungsprinzip, 21
- Finite Differenzen im Zeitbereich, 97, 135
- Finite Elemente, 108
- Finite Integrationstechnik, 118
- Finite-Elemente-Methode, 107, 135, 244
- FIT, 118
- Flächenwiderstand, 65
- Fluss
  - Elektrischer, 29
  - Magnetischer, 33, 201
- Flussdichte
  - Elektrische, 28
  - Magnetische, 32
- Formfunktion, 110
- Frequenz, 60, 69
- Frequenzbereich, 96
- Fußpunktimpedanz, 237, 240
  
- Gauß'sches Gesetz
  - des elektrischen Feldes, 42, 193
  - des magnetischen Feldes, 43
- Gauß-Impuls, 106
- Gegenfeld, 26
- Gehäuseresonanz, 229
- Geometrie, 122
- Geometrischer Schattenbereich, 222
- Geschichtete Strukturen, 116
- Gleichstrom, 48
- Gleichungssystem, 115
- Gold, 32
- Gradient, 23, 263
- Graphical User Interface (GUI), 119
- Green'sche Funktion, 51, 91, 113
- Grenzwinkel der Totalreflexion, 78
- Groundplane, 128
- Grundschiwingung, 230
- Gruppenantenne, 252
- GUI, 119
  
- Halbwellendipol, 241
- Harmonische Zeitabhängigkeit, 90
- Helmholtz-Gleichung, 67, 84
- Helmholtzspule, 154, 210
- HEW, 126, 210, 219
- Hilfsgröße, 92

- Hochfrequenztechnik, 16  
 Hohlleiter, 126  
 Hohlraumresonator, 229  
 Homogene ebene Welle, 68, 126, 210, 219  
 – Lokale, 82  
 Homogene Raumladungskugel, 37  
 Homogenität, 44  
 Horizontale Polarisation, 72  
 Huygens'sches Prinzip, 222, 252  
 Hybride Verfahren, 118
- Idealer elektrischer Leiter, 32  
 Impedanz, 14  
 Induktionsgesetz, 42, 201, 203  
 Induktivität, 33  
 – Koaxiale Anordnung, 166  
 – Lange Zylinderspule, 172  
 Induzierte Spannung, 201  
 Innenwiderstand, 182, 231  
 Innere Induktivität, 166  
 Inneres Produkt, 259  
 Isotroper Kugelstrahler, 225, 238  
 Isotropie, 44
- Kapazität, 29  
 – Plattenkondensator, 179  
 – Zylinderkondensator, 196  
 Kapazitiver Endeffekt, 244  
 Kartesisches Koordinatensystem, 263  
 Kettenregel, 257  
 Kirchhoff'sche Gesetze, 14, 41  
 Koaxiale Anordnung, 158, 192  
 Koaxialleitung, 126  
 Komplexe Wechselstromrechnung, 40  
 Konvektion, 93  
 Konzentrierte Tore, 125  
 Konzentriertes Tor, 104  
 Koordinatensysteme, 262  
 Kraft  
 – Coulomb, 19  
 – Lorentz, 34  
 Kreisfrequenz, 69  
 Kreisspule, 149  
 Kreuzprodukt, 260  
 Kugelkoordinatensystem, 265  
 Kugelwelle, 81, 220, 254  
 Kupfer, 32
- L-Netzwerk, 247  
 Ladung, 19  
 Ladungserhaltung, 47  
 Langgestreckte Zylinderspule, 171  
 Langsam veränderliche Felder, 60  
 Laplace-Gleichung, 50  
 Laplace-Operator, 263  
 Lastwiderstand, 231  
 Laufzeit, 59  
 Laufzeiteffekte, 49  
 Leap-Frog-Algorithmus, 102  
 Leistung, 87, 208, 209  
 Leistungsdichte, 30, 31  
 Leistungsflussdichte, 87  
 Leiterschleife, 201  
 Leitfähigkeit, 31  
 Leitungsstromdichte, 39  
 Leitungswellenwiderstand, 231, 250  
 Lenz'sche Regel, 202, 208  
 Lichtgeschwindigkeit, 59, 69  
 Lineare Antennen, 241  
 Lineare Polarisation, 72  
 Linearität, 44  
 Linienleiter, 138  
 Logarithmische Darstellung, 237  
 Lokale homogene ebene Welle, 82  
 Lorentz-Kraft, 34  
 Lorenz-Eichung, 90, 91
- Magnetische Energiedichte, 33  
 Magnetische Feldstärke, 32  
 Magnetische Flussdichte, 32  
 Magnetische Induktion, 32, 201  
 Magnetische Wand, 127, 129  
 Magnetischer Fluss, 33, 201  
 Magnetisches Vektorpotential, 52, 88  
 Magnetostatik, 52  
 Massefläche, 127, 232  
 Massendichte, 92  
 Materialgleichungen, 43  
 Mathematische Grundlagen, 257  
 Matrix, 112  
 Maxwell'sche Gleichungen, 39, 97  
 – Differentialform, 39  
 – Integralform, 41  
 Methode der Finiten Differenzen im  
 Zeitbereich, 97, 135

- Methode der Finiten Elemente, 107
- Mikrostreifenleitung, 127, 231, 250
- Mil, 120
- Mittelfrequenz, 106
- Modellbildung, 140
- MoM, 113, 134
- MoM-2,5D, 116, 135
- Momentenmethode, 113, 134, 189
- Monopolantenne, 237, 243
  
- Näherungslösung, 60
- Nabla-Operator, 35, 263
- Nahfeld, 14, 237, 238
- Nahwirkungsprinzip, 21
- Netzwerkgrößen, 104
- Netzwerktheorie, 13
- Numerische Dispersion, 103
- Numerische Verfahren, 95
  
- Oberflächenladungsdichte, 46
- Oberflächenladungsverteilung, 26
- Oberflächenstromdichte, 46
- Offene Leiterschleife, 202
- Offenes Lösungsgebiet, 104
- Ohm'scher Widerstand, 31, 181, 215
- Ohm'sches Gesetz, 31
- Optimierung, 122
- Overmodeling, 124
  
- Paralleldrahtleitung, 143
- Parametervariation, 122
- Parasitäre Kopplung, 236
- Pascal'sches Dreieck, 254
- Patchantenne, 249
- PEC, 32
- Periodendauer, 68
- Permeabilitätskonstante, 32
- Permeabilitätszahl, 32
- Phased-Array Antenna, 254
- Phasenfläche, 71
- Phasengesteuerte Antenne, 254
- Phasenkonstante, 85
- Phasor, 41, 85, 90
- Planare Schaltungen, 116
- Plattenkondensator, 21, 177
- PML, 104
- Poisson-Gleichung, 50
  
- Polarisation, 27
  - Elliptische, 73
  - Lineare, 71
  - Zirkulare, 72
- Polarisationsrichtung, 68, 71, 219
- Post-Prozessor, 119
- Potential, 22, 88
- Poynting-Vektor, 70, 82, 87, 210
- Prä-Prozessor, 119
- Produktregel, 257
- Punktladung, 19, 51
  
- Quantelung, 20
- Quasistatische Felder, 49, 60
- Quelle, 21
- Quellendichte, 35, 164
- Quellenfeld, 21, 35
- Quellpunktvektor, 54, 149
- Quotientenregel, 257
  
- Radiation pattern, 239
- Randbedingungen, 104, 127
- Raumladungsdichte, 20
- Reaktive Nahfelder, 128
- Rechtssystem, 263
- Reflexion, 221
- Reflexionsfaktor
  - Antenne, 240
  - Ebene Welle, 74
  - Schräger Einfall, 78
- Reflexionsgesetz, 76
- Rekursive Berechnung, 102
- Relative Dielektrizitätszahl, 27
- Relative Permeabilitätszahl, 32
- Resonanz, 127, 229
- Resourcebedarf, 132
- Richtcharakteristik, 239
- Richtfaktor, 240
- Richtfunktion, 239
- Ringspule, 149
- Rotation, 35, 263
  
- S-Parameter, 232
- Schaltungssimulation, 13, 247
- Schnell veränderliche Felder, 49
- Schräger Einfall, 76
- Sendantenne, 238

- Senke, 21  
Senkrechter Einfall, 74  
Serienresonanz, 187  
Silber, 32  
Simulationsverfahren, 95  
Skalarfeld, 23  
Skalarprodukt, 24, 259  
Skineffekt, 49, 61, 64, 215  
Skintiefe, 63  
Snellius'sches Brechungsgesetz, 77  
Solver, 119  
Spannung, 22, 105, 179  
– Induzierte, 201  
Spezifische Wärmekapazität, 92  
Spezifischer Widerstand, 181  
Spule, 33  
Stabilität, 103  
Staircase-Effekt, 130, 213  
Staircasing, 219  
Statische Felder, 49  
Stehende Welle, 210  
Stetigkeitsbedingungen, 45  
Strömungsfeld, 48  
Strahlungsdiagramm, 239  
Strahlungsleistungsdichte, 239  
Streifenleitung, 126  
Streufeld, 24  
Streuparameter, 191, 232  
Streuung, 223  
Strom, 105  
Stromdichte, 30, 39, 207  
Stromstärke, 30  
Stromteilerregel, 187  
Stromverdrängung, 49, 64  
Substrat, 231, 249  
Summenregel, 257  
Superpositionsgesetz, 144  
Superpositionsprinzip, 20  
Symmetriefläche, 127  
  
TEM-Welle, 71, 219  
Temperaturerhöhung, 209  
Temperaturfelder, 92  
Tetraeder, 108, 130  
Thermische Leitfähigkeit, 92  
Tor, 104, 124  
Torbedingung, 125  
  
Totalreflexion, 78  
Trafoblech, 210  
Transmissionsfaktor  
– Ebene Welle, 74  
– Schräger Einfall, 78  
Transmissionswinkel, 221  
Tutorial, 137  
  
Vakuum, 28  
Vakuumlichtgeschwindigkeit, 69  
Variationsrechnung, 107  
Vektoralgebra, 259  
Vektoranalysis, 261  
Vektoranalytische Operatoren, 34  
Vektorfeld, 21, 30  
Vektorpotential, 52, 88  
Verlustbehaftete Medien, 75  
Verlustfaktor, 28, 45  
Verlustleistung, 31, 87, 209  
Verlustwinkel, 45  
Verschiebungsstromdichte, 39  
Verteilte Quelle, 104  
Vertikale Polarisation, 72  
  
Wärme, 87, 92, 209  
Wärmeleitfähigkeit, 92  
Wärmeleitungsgleichung, 92  
Wärmestrahlung, 93  
Wärmeübergangskoeffizient, 93  
Wahre Stromdichte, 39  
Wechselstromrechnung, 40  
Wellenausbreitung, 49, 87, 215  
Wellenausbreitungseffekte, 221  
Wellengleichung, 67, 84  
Wellenlänge, 68  
Wellenleitertore, 125  
Wellenzahl, 67, 68  
Wellenzahlvektor, 69  
Widerstand, 31, 181  
– Gleichstrom, 31, 181  
– Stromverdrängung, 65  
Wirbeldichte, 35, 164  
Wirbelfeld, 32, 35  
– Elektrisches, 201  
Wirbelstrom, 207  
Wirkeistungstransport, 71  
Workflow, 119



Yee-Gitter, 98

Zeitbereich, 96

Zeitbereichssignale, 105

Zeitinvarianz, 44

Zeitschritt, 100

Zeitsignale, 105

Zentraler Differenzenquotient, 98

Zirkulare Polarisierung, 72

Zweidrahtleitung, 143

Zweitorparameter, 104

Zylinder, 207

Zylinderkondensator, 192

Zylinderkoordinatensystem, 264

Zylinderspule, 171

Zylinderwelle, 221

Zylindrischer Leiter, 215