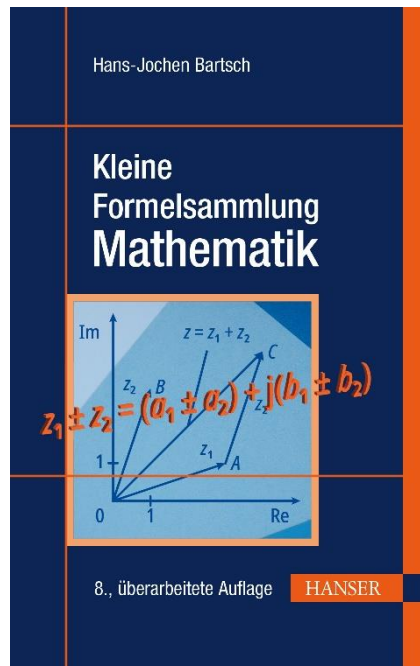


HANSER



Leseprobe

zu

Kleine Formelsammlung Mathematik

von Hans-Jochen Bartsch

Print-ISBN: 978-3-446-47649-3
E-Book-ISBN: 978-3-446-47736-0

Weitere Informationen und Bestellungen unter
<https://www.hanser-kundencenter.de/fachbuch/artikel/9783446476493>

sowie im Buchhandel

© Carl Hanser Verlag, München

Vorwort

■ Vorwort zur 8. Auflage

Gegenüber der 7. Auflage wurde die Integraltabelle komplett überarbeitet und übersichtlicher strukturiert. Die trigonometrischen Funktionen habe ich um die für die Integration wichtigen Produkt-Formeln ergänzt. In die beschreibende Statistik wurden die in letzter Zeit immer häufiger anzutreffenden Box-Plots neu aufgenommen. Bei den inhomogenen linearen Differenzialgleichungen 2. Ordnung habe ich die schwer lesbare Grafik zum Auffinden einer partikulären Lösung durch eine übersichtliche Tabelle ersetzt. Bei den Mehrfach-Integralen wurden die am häufigsten vorkommenden Flächen- und Volumenelemente in einer Tabelle zusammengestellt.

Druckfehler der Vorgängerauflagen habe ich wie immer korrigiert, dafür sei allen aufmerksamen Leserinnen und Lesern gedankt, die mir Hinweise geschickt haben.

Mein Dank geht an Frau Natalia Silakova vom Hanser Verlag für die Betreuung und an Herrn Dr. Steffen Naake für die sorgfältige Arbeit des Umbruches und die Gestaltung der endgültigen Fassung.

München, im November 2022

Michael Sachs

■ Aus dem Vorwort zur 6. Auflage

Mit Wissen des im Frühjahr 2008 verstorbenen Verfassers der ersten vier Auflagen dieser Formelsammlung, Dr.-Ing. Hans-Jochen Bartsch, wurde mir vom Verlag die Fortführung des Werkes anvertraut. Nachdem ich in der fünften Auflage im Wesentlichen nur bekannte Druckfehler verbessert hatte, lege ich nun eine völlige Neubearbeitung der Formelsammlung vor. Dabei sind die Auswahl und Grobgliederung des Stoffes weitgehend gleich geblieben, ebenso habe ich die meisten Bilder und Tabellen aus den Vorgängerauflagen übernommen. Bei der Gestaltung der einzelnen Kapitel war mir ein Hauptanliegen, dass diese in sich logisch aufgebaut und weitgehend unabhängig von anderen Kapiteln lesbar sind. Erforderliche Querverweise habe ich ergänzt.

Das Buch enthält keine Beweise und auch keine Beispiele, sondern nur mathematische Definitionen, Sätze und Verfahren. Dadurch konnten Umfang und Preis niedrig gehalten werden, außerdem wird die Zulassung als Hilfsmittel in Prüfungen erleichtert, wenn keine durchgerechneten Aufgaben enthalten sind. Das Buch kann daher als Kompaktskript zur Mathematik eingesetzt werden, welches die Studierenden vom lästigen Mitschreiben von Definitionen und Sätzen befreit. Aufgaben können und sollen der einschlägigen und reichhaltigen Fachliteratur entnommen und hinzugezogen werden.

München, im März 2015

Michael Sachs

Inhalt

1	Logik, Arithmetik, Algebra	15
1.1	Mathematische Logik	15
1.1.1	Ein- und zweistellige BOOLEsche Funktionen	15
1.1.2	Rechengesetze (BOOLEsche Algebra)	17
1.2	Mengen	17
1.2.1	Grundlagen	17
1.2.2	Mengenoperationen	18
1.2.3	Rechenregeln für Mengen	19
1.2.4	Relationen	20
1.2.5	Zahlensysteme	20
1.3	Menge der reellen Zahlen	21
1.3.1	Standard-Zahlenmengen	21
1.3.2	Grundoperationen für reelle Zahlen	23
1.3.3	Potenzen, Wurzeln	26
1.3.4	Logarithmen	27
1.3.5	Binomischer Satz	28
1.4	Menge der komplexen Zahlen	30
1.4.1	Grundlagen	30
1.4.2	Darstellungsformen komplexer Zahlen	31
1.4.3	Grundrechenarten mit komplexen Zahlen	32
1.4.4	Potenzen und Wurzeln komplexer Zahlen	33
1.5	Kombinatorik	33
1.6	Folgen	35
1.6.1	Grundlagen	35
1.6.2	Schranken, Grenzwert und Monotonie einer Folge	35
1.6.3	Arithmetische und geometrische Folgen	36
1.6.4	Zins-, Zinseszins-, Renten- und Tilgungs- rechnung	38

1.7	Gleichungen und Ungleichungen, Algebra	40
1.7.1	Grundlagen.....	40
1.7.2	Lineare Gleichungen.....	41
1.7.3	Nichtlineare Gleichungen, Polynome	42
1.7.4	Wurzelgleichungen, transzendente Gleichungen .	45
1.7.5	Numerische Verfahren für Gleichungen	45

2 Lineare Algebra

2.1	Vektoren	48
2.1.1	Grundbegriffe.....	48
2.1.2	Skalarprodukt im \mathbb{R}^n	52
2.1.3	Vektoren im \mathbb{R}^3	54
2.2	Matrizen	57
2.2.1	Grundlagen.....	57
2.2.2	Matrizengesetze	58
2.2.3	n -reihige quadratische Matrizen.....	59
2.2.4	Rang, Normen	62
2.2.5	Determinanten	63
2.2.6	Eigenwerte und Eigenvektoren.....	65
2.3	Lineare Gleichungssysteme	67
2.3.1	Bezeichnungen	67
2.3.2	Lösbarkeitsbedingungen	68
2.3.3	Lösungsverfahren	69
2.4	Lineare Abbildungen.....	71
2.4.1	Grundlagen.....	71
2.4.2	Spezielle lineare Abbildungen in der Ebene	72
2.5	Koordinatensysteme	73
2.5.1	Kartesische Koordinaten	73
2.5.2	Zylinderkoordinaten	74
2.5.3	Kugelkoordinaten	74
2.6	Koordinatentransformationen.....	75
2.6.1	Koordinatentransformationen in der Ebene	76
2.6.2	Koordinatentransformationen im Raum	77

3	Elementare und analytische Geometrie	79
3.1	Planimetrie, ebene Trigonometrie	79
3.1.1	Winkel	79
3.1.2	Teilungen, Ähnlichkeit, Kongruenz	81
3.1.3	Dreiecke	82
3.1.4	Vierecke	84
3.1.5	Vielecke	86
3.1.6	Kreis	87
3.2	Geometrische Körper (Stereometrie)	89
3.2.1	Ebenflächig begrenzte Körper (Polyeder, Vielfache)	90
3.2.2	Krummflächig begrenzte Körper	91
3.3	Punkt, Gerade, Ebene	94
3.3.1	Punkt, Strecke	94
3.3.2	Gerade in der Ebene	95
3.3.3	Gerade im Raum	97
3.3.4	Mehrere Geraden	99
3.3.5	Ebene	101
3.3.6	Flächeninhalt, Volumen	104
3.4	Kurven 2. Ordnung (Kegelschnitte)	104
3.4.1	Gemeinsame Charakterisierungen aller Kegelschnitte	104
3.4.2	Kreis	106
3.4.3	Ellipse	107
3.4.4	Parabel	111
3.4.5	Hyperbel	113
3.5	Flächen 2. Ordnung	116
3.6	Hauptachsentransformation	121

4	Funktionen	123
4.1	Grundlagen	123
4.2	Grenzwerte, unbestimmte Ausdrücke	126
4.2.1	Grenzwerte einer Funktion	126
4.2.2	Unbestimmte Ausdrücke	127
4.3	Eigenschaften reeller Funktionen	128

4.4	Rationale Funktionen	129
4.4.1	Ganzrationale Funktionen (Polynome)	129
4.4.2	Interpolation	131
4.4.3	Gebrochenrationale Funktionen	132
4.5	Nichtrationale Funktionen	133
4.5.1	Elementare Funktionen	133
4.5.2	Wurzelfunktionen	134
4.5.3	Exponentialfunktionen	135
4.5.4	Logarithmusfunktionen	135
4.5.5	Winkelfunktionen, trigonometrische Funktionen	136
4.5.6	Zyklometrische Funktionen (Arkusfunktionen) ...	142
4.5.7	Hyperbelfunktionen	143
4.5.8	Areafunktionen	146
4.6	Ausgewählte ebene Kurven.....	148
4.7	Kurvendiskussion.....	150

5 Analysis **151**

5.1	Differenzialrechnung	151
5.1.1	Funktionen mit einer unabhängigen Variablen....	151
5.1.2	Funktionen mit mehreren unabhängigen Variablen	156
5.1.3	Extrema und Wendepunkte.....	158
5.1.4	Differenzialgeometrie ebener Kurven	161
5.1.5	Differenzialgeometrie von Raumkurven und Raumflächen	165
5.2	Integralrechnung	169
5.2.1	Unbestimmtes und bestimmtes Integral	169
5.2.2	Grundintegrale und Integrationsregeln.....	172
5.2.3	Integrationstechniken	174
5.2.4	Numerische Integration	177
5.2.5	Gebietsintegrale, Mehrfachintegrale	179
5.2.6	Anwendungen der Integralrechnung	182
5.3	Vektoranalysis.....	189
5.3.1	Vektorwertige Funktionen, Felder	189
5.3.2	Gradient eines skalaren Feldes	192
5.3.3	Divergenz eines Vektorfeldes	192
5.3.4	LAPLACE-Operator eines skalaren Feldes	193

5.3.5	Rotation eines Vektorfeldes	194
5.3.6	Kurvenintegrale	195
5.3.7	Oberflächenintegrale	198
5.3.8	Integralsätze von GREEN, GAUSS und STOKES	201

6 Gewöhnliche Differenzialgleichungen 203

6.1	Grundlagen	203
6.2	Ausgewählte Differenzialgleichungen 1. Ordnung.....	205
6.3	Ausgewählte Differenzialgleichungen 2. Ordnung.....	209
6.3.1	Homogene lineare Differenzialgleichung 2. Ordnung	209
6.3.2	Inhomogene lineare Differenzialgleichung 2. Ordnung	212
6.4	Lineare Differenzialgleichungen höherer Ordnung	214
6.5	Numerische Verfahren für Differenzialgleichungen 1. Ordnung	216
6.5.1	Polygonzugverfahren von EULER-CAUCHY	216
6.5.2	Verfahren 4. Ordnung von RUNGE-KUTTA.....	217
6.6	Lineare Differenzialgleichungssysteme	218

7 Reihen, Integral-Transformationen 220

7.1	Unendliche Reihen	220
7.1.1	Zahlenreihen.....	220
7.1.2	Konvergenzkriterien für Reihen.....	222
7.1.3	Potenzreihen.....	224
7.1.4	TAYLOR-Formel und TAYLOR-Reihen.....	225
7.1.5	Zusammenstellung fertig entwickelter TAYLOR- Reihen	227
7.1.6	FOURIER-Reihen.....	230
7.2	FOURIER-Transformation	233
7.3	LAPLACE-Transformation.....	236
7.3.1	Rechenregeln der LAPLACE-Transformation	237
7.3.2	Lösung von gewöhnlichen linearen Differenzial- gleichungen	239
7.3.3	Korrespondenztabelle der LAPLACE- Transformation	240

8	Statistik, Wahrscheinlichkeitsrechnung	243
8.1	Beschreibende (deskriptive) Statistik	243
8.1.1	Grundbegriffe, Darstellungsarten	243
8.1.2	Lagemaße (Mittelwerte)	245
8.1.3	Streuungsmaße	247
8.1.4	Korrelationsmaße	249
8.1.5	Regressionsrechnung	250
8.1.6	Fehlerrechnung	251
8.2	Wahrscheinlichkeitsrechnung	253
8.2.1	Grundbegriffe	253
8.2.2	Sätze der Wahrscheinlichkeitsrechnung	255
8.2.3	Zufällige Variable	257
8.2.4	Diskrete zufällige Variable	261
8.2.5	Stetige zufällige Variable	263
8.3	Schließende (induktive) Statistik	267
8.3.1	Schätzfunktionen	267
8.3.2	Intervallschätzung	268
8.3.3	Signifikanztests	269
8.4	Tabellen	272
8.4.1	Verteilungsfunktion $\Phi(x)$ der Standard-Normal- verteilung	272
8.4.2	Quantile der t -Verteilung (STUDENT-Verteilung)	273
8.4.3	Quantile der χ^2 -Verteilung	274
9	Integraltafel	275
9.1	Rationale Funktionen	275
9.2	Wurzelfunktionen	275
9.3	Trigonometrische Funktionen	277
9.4	Exponential- und Hyperbelfunktionen	279
9.5	Exponential- und trigonometrische Funktionen	279
9.6	Logarithmusfunktionen	280
9.7	Arcusfunktionen	280
	Sachwortverzeichnis	281

1

Logik, Arithmetik, Algebra

■ 1.1 Mathematische Logik

Eine *Aussage* ist ein sprachliches Gebilde mit dem Wahrheitswert *wahr* oder *falsch*.

Ein *aussagenlogischer Ausdruck* (eine *Aussageform*) ist eine Aussage, bestehend aus

- *BOOLEschen Variablen* (*Aussagenvariablen*): $\varphi, \psi, \vartheta, \varphi_1, \dots$
- *Junktoren* (*logischen Zeichen*): $\neg, \wedge, \vee, \Rightarrow, \Leftrightarrow$
- technischen Zeichen

Er ist bei jeder Belegung der Variablen entweder wahr (w, 1) oder falsch (f, 0).

Eine *Wahrheitsfunktion* (BOOLEsche Funktion) F ordnet jeder Belegung der k Variablen x_1 bis x_k mit 0 oder 1 einen Wahrheitswert zu.

Allquantor (*Generalisator*): $\forall x: A(x)$ „Für alle x gilt $A(x)$.“

Existenzquantor: $\exists x: A(x)$ „Es gibt (wenigstens) ein x mit $A(x)$.“

1.1.1 Ein- und zweistellige BOOLEsche Funktionen

(φ, ψ Aussageformen)

Negation, Komplement (nicht, NOT)

$$\overline{\varphi} = \neg\varphi = 1 \text{ genau dann wenn } \varphi = 0$$

häufig auch Durchstreichen des Zeichens gebräuchlich, z. B. $a \neq b$ für $\neg(a = b)$

Konjunktion (*logisches Produkt*, und zugleich, AND)

$$(\varphi \wedge \psi) = 1 \text{ genau dann wenn } \varphi = 1 \text{ und zugleich } \psi = 1$$

auch $\varphi\psi$, $\varphi \cdot \psi$, $\varphi\&\psi$

NAND (SHEFFERSche Funktion), negiertes AND: $\neg(\varphi \wedge \psi)$

Disjunktion (*logische Summe*, oder, OR)

$$(\varphi \vee \psi) = 1 \text{ genau dann wenn } \varphi = 1 \text{ oder } \psi = 1 \quad \text{auch } \varphi + \psi$$

NOR (NICODSche Funktion), negiertes OR: $\varphi\bar{\vee}\psi = \overline{\varphi \vee \psi} = \varphi \downarrow \psi$

Implikation (*logische Folgerung*, wenn-dann)

$$(\varphi \Rightarrow \psi) = 0 \text{ genau dann wenn } \varphi = 1 \text{ und zugleich } \psi = 0$$

Äquivalenz

$$(\varphi \Leftrightarrow \psi) = 1 \text{ genau dann wenn } \varphi = \psi$$

Antivalenz (*ausschließliches Entweder-Oder*, exclusive-or, EXOR, XOR)

$$\neg(\varphi \Leftrightarrow \psi) = 1 \text{ genau dann wenn } \varphi \neq \psi$$

Ein- und zweiwertige Wahrheitstafel

φ	ψ	$\neg\varphi$	$\varphi \wedge \psi$	$\varphi \vee \psi$	$\varphi \Rightarrow \psi$	$\varphi \Leftarrow \psi$	$\varphi \Leftrightarrow \psi$	$\neg(\varphi \Leftrightarrow \psi)$
0	0	1	0	0	1	1	1	0
0	1	1	0	1	1	0	0	1
1	0	0	0	1	0	1	0	1
1	1	0	1	1	1	1	1	0

Notwendige und hinreichende Bedingung

Gilt für zwei Aussagen φ und ψ die Implikation $\varphi \Rightarrow \psi$, so heißt φ *hinreichende Bedingung* für ψ und ψ *notwendige Bedingung* für φ .

Im Falle $\varphi \Leftrightarrow \psi$ heißt φ *hinreichende* und *notwendige Bedingung* für ψ .

1.1.2 Rechengesetze (BOOLESCHE Algebra)

kommutativ: $\varphi \wedge \psi = \psi \wedge \varphi$ $\varphi \vee \psi = \psi \vee \varphi$ $\varphi \Leftrightarrow \psi = \psi \Leftrightarrow \varphi$

assoziativ: $\varphi \wedge (\psi \wedge \vartheta) = (\varphi \wedge \psi) \wedge \vartheta = \varphi \wedge \psi \wedge \vartheta$ (analog mit \vee und \Leftrightarrow)

distributiv: $\varphi \wedge (\psi \vee \vartheta) = (\varphi \wedge \psi) \vee (\varphi \wedge \vartheta)$ (bzw. \wedge und \vee vertauschen)

DE MORGANSche Regeln

$$\overline{\varphi \wedge \psi} = \overline{\varphi} \vee \overline{\psi} \quad \overline{\varphi \vee \psi} = \overline{\varphi} \wedge \overline{\psi}$$

Die Regeln können auf mehr als zwei Variable verallgemeinert werden.

Involutionsregel (doppelte Verneinung): $\neg(\neg\varphi) = \overline{\overline{\varphi}} = \varphi$

Tautologie (ausgeschlossenes Drittes): $\varphi \vee \neg\varphi = \varphi \vee \overline{\varphi} = 1$

Kontradiktion (Widerspruch): $\varphi \wedge \neg\varphi = \varphi \wedge \overline{\varphi} = 0$

Idempotenz: $\varphi \wedge \varphi = \varphi$

$$\varphi \vee \varphi = \varphi$$

neutrale Elemente 0 und 1: $\varphi \vee 0 = \varphi$ $\varphi \wedge 1 = \varphi$ $0 = \neg 1$

Kontraposition: $(\varphi \Rightarrow \psi) = (\neg\psi \Rightarrow \neg\varphi)$

■ 1.2 Mengen

1.2.1 Grundlagen

Eine *Menge* ist eine ungeordnete Sammlung von inhaltlich zusammengehörigen Objekten (*Elementen*).

Mengenbezeichnung: A, B, M, \dots $A = \{a_1, \dots, a_n\}$ (aufzählende Form)

Elementebezeichnung: a, b, x_1, \dots

Zuordnung zur Menge: $x \in M$ („ x Element M “) bzw. $x_i \notin M$ („ x kein Element M “)

Mengenbildungsoperator: $\{x \in G \mid A(x)\}$

„Menge aller x Element G , für die gilt: $A(x)$.“

Angabe einer charakteristischen Eigenschaft: $B = \{x \mid x = k^3 \wedge k \in \mathbb{N}\}$

Zweiermenge (ungeordnete Reihenfolge): $\{a, b\}$

Paar (geordnete Reihenfolge): (a, b)

Stets gilt $\{a, b\} = \{b, a\}$, für $a \neq b$ ist jedoch $(a, b) \neq (b, a)$.

Geordnetes Tripel: (x, y, z) *geordnetes n -Tupel:* (x_1, x_2, \dots, x_n)
Leere Menge: $\emptyset, \{\}$ (enthält kein Element, auch nicht die Null)
Endliche Menge: $\{a_1, a_2, a_3\}$ *unendliche Menge:* $\{a_1, a_2, \dots\}$

Ist eine Menge $M \subset \mathbb{R}$ nach unten (oben) beschränkt, so hat sie mindestens eine untere (obere) *Schranke* S .

Supremum: $\sup X$, kleinste obere Schranke, *obere Grenze* der Menge X

Infimum: $\inf X$, größte untere Schranke, *untere Grenze* der Menge X

1.2.2 Mengenoperationen

Inklusion, A ist Teilmenge (Untermenge) von B (Obermenge)

$$A \subseteq B \Leftrightarrow \forall x : x \in A \Rightarrow x \in B \quad \text{echte Teilmenge: } A \subset B$$

Gleichheit

$$A = B \Leftrightarrow \forall x : x \in A \Leftrightarrow x \in B \quad A = B \Leftrightarrow A \subseteq B \wedge B \subseteq A$$

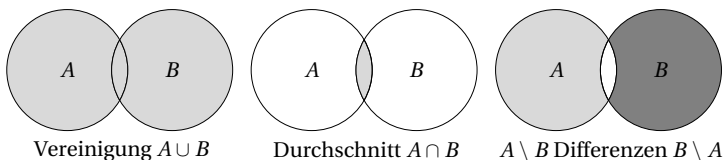
Vereinigung, Disjunktion

$$A \cup B := \{x | x \in A \vee x \in B\}$$

Durchschnitt, Konjunktion

$$A \cap B := \{x | x \in A \wedge x \in B\}$$

A und B sind *disjunkt* (elementefremd): $A \cap B = \emptyset$



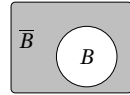
Differenz zweier Mengen

$$A \setminus B := \{x | x \in A \wedge x \notin B\} \quad A \setminus B = A \cap \bar{B}$$

$$A \setminus B \neq B \setminus A \quad A \setminus (B \setminus C) \neq (A \setminus B) \setminus C$$

Komplement einer Menge B in Bezug auf Grundmenge G (Bild)

$$\bar{B} := G \setminus B = \{x \in G \mid x \notin B\}$$



1

Potenzmenge, Menge aller Teilmengen von A

$$\mathbf{P}(A) := \{X \mid X \subseteq A\} \quad A, \emptyset \in \mathbf{P}(A)$$

kartesisches Produkt zweier Mengen (Menge von geordneten Paaren)

$$A \times B := \{(x, y) \mid x \in A \wedge y \in B\} \quad \text{für } A \neq B \text{ gilt } A \times B \neq B \times A$$

Produktmenge, Menge aller n -Tupel $(x_1, \dots, x_n) : M_1 \times \dots \times M_n \quad x_i \in M_i$

$$\text{Mengenpotenz: } M^n := \underbrace{M \times M \times \dots \times M}_n \quad n \geq 1$$

1.2.3 Rechenregeln für Mengen

(G Grundmenge)

<i>Reflexive Beziehung:</i>	$A \subseteq A \quad \bar{\bar{A}} = A$
<i>Komplementgesetze:</i>	$\bar{G} = \emptyset \quad \bar{\emptyset} = G \quad \bar{A} \cap A = \emptyset \quad \bar{A} \cup A = G$
<i>Transitive Beziehung:</i>	$A \subseteq B \wedge B \subseteq C \Rightarrow A \subseteq C$
<i>Teilmengenbeziehung:</i>	$A \cap B \subseteq A \cup B, \quad A \setminus B \subseteq A, \quad \emptyset \subseteq A, \quad A \subseteq G$
<i>Kommutativgesetze:</i>	$A \cap B = B \cap A \quad A \cup B = B \cup A$
<i>Assoziativgesetze:</i>	$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C) \quad \text{desgl. mit } \cup$
<i>Absorptionsgesetze:</i>	$A \cap (A \cup B) = A \quad A \cup (A \cap B) = A$
<i>Distributivgesetze:</i>	$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
<i>DE MORGANSche Regeln:</i>	$\overline{M_1 \cap M_2} = \bar{M}_1 \cup \bar{M}_2 \quad \overline{M_1 \cup M_2} = \bar{M}_1 \cap \bar{M}_2$

Produktbeziehungen

$$(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C) \quad (A \cap B) \times C = (A \times C) \cap (B \times C)$$

$$C \times (A \cup B) = (C \times A) \cup (C \times B) \quad C \times (A \cap B) = (C \times A) \cap (C \times B)$$

$$\text{Es gilt: } A \times B = \emptyset \Leftrightarrow A = \emptyset \vee B = \emptyset \quad A \subseteq C \wedge B \subseteq D \Rightarrow A \times B \subseteq C \times D$$

1.2.4 Relationen

Eine *Relation* R zwischen zwei Mengen A und B ist eine Teilmenge des kartesischen Produktes $A \times B$: $R \subseteq A \times B$

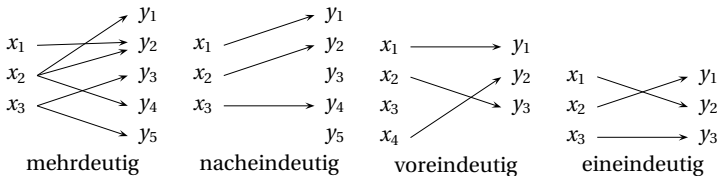
Infix-Schreibweise: xRy für $(x, y) \in R$

Definitionsbereich sind alle Elemente x , für die ein y mit xRy existiert.

Mächtigkeit

Die *Mächtigkeit* oder *Kardinalität* einer Menge ist ihre Elementanzahl. Zwei Mengen heißen *gleichmächtig*, wenn es eine bijektive (eindeutige) Abbildung zwischen den beiden Mengen gibt.

Eine Menge, die zur Menge der natürlichen Zahlen \mathbb{N} gleichmächtig ist, heißt *abzählbar unendlich* oder kurz *abzählbar*.



1.2.5 Zahlensysteme

Heute gebräuchliche *Zahlensysteme* sind *polyadische* oder *Positionssysteme*.

Dualsystem (Zweiersystem, dyadisches System)

Grundziffern: $a_k \in \{0, 1\}$, $k \in \mathbb{Z}$

Stellenwert: Potenzen von 2

$$a = \pm \sum_{k=-\infty}^n a_k \cdot 2^k = \pm (a_n 2^n + \dots + a_0 2^0 + a_{-1} 2^{-1} + \dots)$$

Dezimalsystem (dekadisches System)

Grundziffern: $a_k \in \{0, 1, 2, \dots, 9\}$

Stellenwert: Potenzen von 10

$$a = \pm \sum_{k=-\infty}^n a_k \cdot 10^k = \pm (a_n 10^n + \dots + a_0 10^0 + a_{-1} 10^{-1} + \dots)$$

Endlicher Dezimalbruch: $\exists a_k \neq 0$ für $k < 0$, alle folgenden Ziffern sind Null

Periodischer Dezimalbruch: unendliche Wiederholung einer Ziffernfolge

Normalisierte Gleitkomma-Darstellung einer reellen Zahl

$$a = \mp m \cdot 10^k \quad a \in \mathbb{R}$$

Mantisse: $1 \leq m < 10$ (auch $0,1 \leq m < 1$ ist üblich), *Exponent:* $k \in \mathbb{Z}$

Hat die Mantisse t tragende Ziffern, heißt sie t -stellig.

Übersicht über häufig verwendete Zahlensysteme

(BCD-Code: Jede Ziffer einer Dezimalzahl wird einzeln binär codiert)

dezimal	dual	BCD	oktal	hexadezimal
0	0000	0000 0000	0	0
1	0001	0000 0001	1	1
2	0010	0000 0010	2	2
3	0011	0000 0011	3	3
4	0100	0000 0100	4	4
5	0101	0000 0101	5	5
6	0110	0000 0110	6	6
7	0111	0000 0111	7	7
8	1000	0000 1000	10	8
9	1001	0000 1001	11	9
10	1010	0001 0000	12	A
11	1011	0001 0001	13	B
12	1100	0001 0010	14	C
13	1101	0001 0011	15	D
14	1110	0001 0100	16	E
15	1111	0001 0101	17	F
16	10000	0001 0110	20	10
usw.	⋮	⋮	⋮	⋮

1.3 Menge der reellen Zahlen**1.3.1 Standard-Zahlenmengen****Menge der nichtnegativen ganzen (natürlichen) Zahlen**

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

Herausnahme der Zahl 0 durch Anfügen des Sternchens:

$$\mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, \dots\}$$

Kardinalzahlen: Anzahl der Elemente einer abzählbaren Menge

Ordinalzahlen: Stelle eines Elements in einer geordneten Menge

Menge der Primzahlen

Eine *Primzahl* p ist eine natürliche Zahl ≥ 2 , die ohne Rest nur durch sich selbst oder durch 1 teilbar ist:

$$\mathbb{P} = \{p \in \mathbb{N} \mid p \text{ prim}\} = \{2, 3, 5, 7, 11, \dots\}$$

Menge der ganzen Zahlen

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$$

Menge der rationalen Zahlen

$$\mathbb{Q} = \left\{x \mid x = \frac{a}{b}, a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{N}^*\right\}$$

Sind a und b *teilerfremde ganze Zahlen*, d. h. ist ihr größter gemeinsamer Teiler gleich 1, so spricht man von der *Normaldarstellung*.

\mathbb{Q} ist *abzählbar*, d. h. es gibt genauso viele rationale Zahlen wie natürliche. *Rationale Zahlen* liegen überall dicht auf der *Zahlengeraden*. Rationale Zahlen sind

- *Brüche von ganzen Zahlen*
- *endliche Dezimalbrüche*
- *unendliche periodische Dezimalbrüche*

Menge der reellen Zahlen

$$\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \text{Menge der irrationalen Zahlen}$$

Irrationale Zahlen sind nichtperiodische, nicht abbrechende Dezimalbrüche, z. B. π , $\sqrt{2}$, e . Als Näherungswerte benutzt man endliche Dezimalbrüche, etwa $\pi \approx 3,1415927$.

Menge der *positiven* reellen Zahlen: $\mathbb{R}_{>0} = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\}$.

\mathbb{R} ist nicht abzählbar (*überabzählbar*). Die reelle Zahlengerade und \mathbb{R} sind *gleichmächtig*.

Anordnungsaxiome für reelle Zahlen ($a, b, c \in \mathbb{R}$)

Stets gilt eine der drei Beziehungen zwischen zwei reellen Zahlen a und b :

$$a < b \quad \text{oder} \quad a = b \quad \text{oder} \quad a > b$$

Für $a, b > 0$ gilt

$$a + b > 0 \quad \text{und} \quad ab > 0$$

Daraus: $a < b \wedge b < c \Rightarrow a < c$ (Transitivität)
 $a < b \Rightarrow a + c < b + c$ (Monotonie der Addition)
 $a < b \wedge c > 0 \Rightarrow a \cdot c < b \cdot c$ (Monotonie der Multiplikation)

Intervalle

Offenes Intervall: $(a, b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$

Abgeschlossenes Intervall: $[a, b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$

Halboffene Intervalle: $[a, b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$

$(a, b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\}$

Statt (a, b) ist auch die Schreibweise $]a, b[$ gebräuchlich.

1.3.2 Grundoperationen für reelle Zahlen

Klammern auflösen, Ausklammern, Produkte von Summen

$$a + (b + c - d) = a + b + c - d \quad a - (b + c - d) = a - b - c + d$$

$$ac + bc = c(a + b) \quad ac - bc = c(a - b) \quad -ac - bc = -c(a + b)$$

$$a(b - c) = ab - ac \quad \text{„Punkt vor Strich“}$$

Bruchrechnung

Echter Bruch: $\frac{a}{b} < 1$ mit $0 < a < b$, $a, b \in \mathbb{N}^*$ Gemeiner Bruch: für $b \neq 10^n$

Stammbruch: $\frac{1}{a}$ (Kehrwert von a) Kehrwert von $\frac{a}{b}$ ist $\frac{b}{a}$ $a, b \neq 0$

Erweitern: $\frac{a}{b} = \frac{a \cdot c}{b \cdot c}$ Kürzen: $\frac{a}{b} = \frac{a/c}{b/c}$ $b, c \neq 0$

Addieren/Subtrahieren: $\frac{a}{b} \pm \frac{c}{b} = \frac{a \pm c}{b}$ $\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm bc}{bd}$ $b, d \neq 0$
 (Hauptnenner bd)

Multiplizieren: $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$

$$\text{Dividieren: } \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \bigg/ \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} \quad b, c, d \neq 0$$

$$\text{Nullsetzen: } \frac{a}{b} = 0 \Leftrightarrow a = 0 \wedge b \neq 0$$

Kleinstes gemeinsames Vielfaches (kgV)

Produkt der Potenzen der *Primfaktoren* mit den *höchsten* Exponenten der beteiligten Zahlen bzw. Variablen (z. B. bei Hauptnennerbestimmung).

Größter gemeinsamer Teiler (ggT)

Größte natürliche Zahl, die gemeinsamer Teiler aller beteiligten Zahlen ist.

Polynomdivision

- Ordnen von Dividend und Divisor nach fallenden Potenzen der Variablen
- 1. Glied Dividend durch 1. Glied Divisor ergibt 1. Glied Quotient
- Rückmultiplikation mit Divisor
- Subtraktion, bis die Differenz null wird bzw. ein Rest bleibt

Proportionen, Verhältnisgleichungen ($b, d \neq 0$)

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow a \cdot d = b \cdot c \quad \text{„über Kreuz multiplizieren“}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow a = k \cdot c \wedge b = k \cdot d$$

k Proportionalitätsfaktor, $k \in \mathbb{R}$

Direkte Proportionalität (Graph: *Gerade*): $y \sim x \Leftrightarrow y = kx$

Indirekte Proportionalität (Graph: *Hyperbel*): $y \sim \frac{1}{x} \Leftrightarrow y = k \frac{1}{x}$

Mittelwerte

Arithmetisches Mittel

$$\bar{x} = \frac{a+b}{2}$$

Mittlere Proportionale, geometrisches Mittel ($a, b \geq 0$)

$$\bar{x}_g = \sqrt{ab}$$

Sachwortverzeichnis

A

- Abbildung, eindeutige 123
- , eineindeutige 72, 124
- , lineare 71
- , umkehrbare 124
- Abbildungsmatrix 71
- abgeschlossenes Intervall 23
- abhängige Variable 123
- Ableitung der Bildfunktion 238
- der elementaren Funktionen 153
- der Umkehrfunktion 155
- einer Funktion 151
- , höhere 155
- , partielle 156
- Ableitungsfunktion 152
- Abrunden 25
- absolut integrierbar 234
- absolut konvergente Reihe 221
- absolute Besetzungszahl 244
- absolute Häufigkeit 243
- absolute Konvergenz 222
- absoluter Fehler 252
- Absorptionsgesetze 19
- Abspalten eines Linearfaktors 44, 130
- Abstand eines Punktes von einer Ebene 102
- eines Punktes von einer Geraden 97, 99
- von zwei nichtparallelen Geraden 100
- Abweichung vom Zentralwert 247
- Abwicklung 164
- abzählbar unendlich 20
- Abzinsungsfaktor 39
- Achsenabschnitt 96
- Achsenabschnittsgleichung 96, 102
- Addition 32
- von Brüchen 23
- von Vektoren 50
- Additionsmethode 42
- Additionssatz 29, 255
- der Normalverteilung 265
- Additionstheoreme 140, 145
- Additivität des Integrals 173
- Adjunkte 63
- Ähnlichkeit 81
- Ähnlichkeitssatz 237
- algebraische Gleichung 42
- algebraische Gleichung n -ten Grades 43
- algebraisches Komplement 63
- allgemeine Hyperbelgleichung 114
- allgemeine Kreisgleichung 106
- allgemeine Lösung 203
- allgemeine Parabelgleichung 111
- alternierend 37
- alternierende harmonische Reihe 221
- alternierende Reihe 223
- Altgrad 79
- Amplitude 141
- Amplitudenspektrum 235
- AND 16
- Anfangskapital 38
- Anfangswertbedingungen 203, 210
- Anfangswertproblem 216
- Anfangswertsatz 239
- Ankathete 84
- Ankreis 82
- Annuität 40

Anordnungsaxiom 22
 Anti-Kommutativgesetz 56
 Antivalenz 16
 Approximation 2. Ordnung 227
 äquivalente Umformung 40
 Äquivalenz 16
 Äquivalenzumformung 69
 Arbeitsintegral 196
 arccos 142
 arccot 142
 ARCHIMEDISCHE Spirale 148
 arcosh 146
 arcoth 146
 arcsin 142
 arctan 142
 Areafunktion 146
 area-kosinus-hyperbolicus 146
 area-sinus-hyperbolicus 146
 Argument 123
 Argument einer komplexen Zahl 31
 arithmetische Folge 36
 arithmetische Summe 37
 arithmetisches Mittel 24, 183, 245
 Arkusfunktion 142
 arsinh 146
 artanh 146
 assoziativ 17
 Assoziativgesetze 19, 49, 58 f., 239
 Astroide 110
 Asymptote 132, 135 f.
 – einer Hyperbel 115
 –, schräge 132, 150
 –, senkrechte 127, 132
 –, waagrechte 127, 132, 150
 Asymptotenkegel 119
 aufgespannter Raum 49
 Aufpunkt 101
 Aufrunden 25
 Aufzinsungsfaktor 38 f.
 Ausdruck 40
 ausgeartete Fläche 117
 ausgeartete Kegelschnitte 105

ausgleichende Kurve 250
 Ausklammern 23
 Aussage 15
 Außenwinkel 82, 84, 86
 Außenwinkelsumme 86
 äußerer Teilpunkt 94
 äußeres Produkt 55
 axialsymmetrisch 128, 191
 axialsymmetrisches Vektorfeld 197
 Axiome von KOLMOGOROW 254

B

Balkendiagramm 261
 Bandmatrix 60
 Barwert 38 f.
 Basis 26 f., 50, 136
 Basisvektor 71
 Basiswechsel 28
 BCD-Code 21
 bedingte Wahrscheinlichkeit 256
 Bedingung, hinreichende 16
 –, notwendige 16
 begleitendes Dreibein 166
 BERNOULLISCHE Differenzialgleichung 208
 BERNOULLISCHE Ungleichung 40
 BERNOULLISCHE Zahlen 227
 Beschleunigungsvektor 190
 beschränkte Funktion 128
 beschreibende Statistik 243
 Besetzungsdichte 245
 Besetzungszahl, absolute 244
 –, relative 244
 BESSEL-Funktion erster Art 210
 – zweiter Art 211
 BESSELSCHE Differenzialgleichung 210
 bestimmt divergente Reihe 221
 bestimmte Divergenz 36
 bestimmtes Integral 170
 Bestimmtheitsmaß 250

Betrag einer komplexen Zahl 31
 – einer reellen Zahl 25
 – eines Vektors 62
 Betrag eines Vektors 51, 54
 Betragsfunktion 133
 Bijektion 124
 Bildfunktion 235 f.
 Bildmenge 123
 Bildraum 236, 239
 binärer Logarithmus 28
 Binomialkoeffizient 28, 34
 Binomialverteilung 262
 binomische Formeln 29
 binomische Reihe 227
 binomischer Satz 28
 Binormale 165
 Binormalenvektor 166
 Bogen 88
 Bogenelement 161
 Bogenlänge 165, 184
 Bogenmaß 79, 137
 Boxplot 248
 Breitenkreise 74
 Brennpunkt 105, 107, 111, 113
 Brennstrahl 107, 109, 111
 Brennweite 107, 111, 113
 BRIGGSscher Logarithmus 27
 Bruch, echter 23
 –, gemeiner 23
 Bruchgleichung 41
 Bruchrechnung 23
 Bruchungleichung 41

C

CAUCHY-Produkt von Reihen 221
 CAUCHY-SCHWARZsche Ungleichung 53
 charakteristische Gleichung 65, 209, 215
 charakteristisches Polynom 66, 215

CLAIRAUTSche Differentialgleichung 208
 cos 136
 cosh 143
 cot 136
 coth 143
 CRAMERSche Regel 61, 70
 curl 194

D

Dämpfungssatz 237
 DE MORGANSche Gesetze 254
 DE MORGANSche Regeln 19
 Definitionsbereich 123, 150
 Definitionslücken 132, 150
 DEG 79
 dekadischer Logarithmus 27
 dekadisches System 20
 Deltafunktion 134
 Determinante 63
 –, dreireihige 64
 –, Rechenregeln 64
 –, zweireihige 63
 Dezimalbruch, endlicher 20
 –, periodischer 20
 Dezimalsystem 20
 Diagonalisierung 66
 Diagonalmatrix 60
 dichotome Grundgesamtheit 262
 Dichtefunktion 258
 Differenz 18
 Differenz von Mengen 254
 Differenzen von trigonometrischen Termen 141
 Differenzenfolge 35
 Differenzenquotient 151
 Differenzial 152
 – der Bogenlänge 161
 –, totales 157
 Differenzialgeometrie 161

- Differenzialgleichung, BERNOULLISCHE 208
- , BESSELSche 210
 - , CLAIRAUTSche 208
 - , gewöhnliche 203, 239
 - , Grad 203
 - , homogene 205
 - , homogene lineare 206
 - , inhomogene lineare 206
 - , lineare 206
 - , RICCATISChe 208
 - , Struktursatz für lineare 206
 - , totale (exakte, vollständige) 207
 - , trennbare 205
- Differenzialgleichungen, numerische Verfahren 216
- Differenzialgleichungssystem, homogenes 218
- , inhomogenes 218
 - , lineares 218, 240
- Differenzialoperator 152
- Differenzialquotient 151
- Differenziation, implizite 157
- Differenziationsregeln 154, 190
- Differenziationssatz 237
- differenzierbar 151
- Differenzierbarkeit 151, 153
- Dimension 50
- Dimension der Lösungsmenge 69
- Dimensionsformel 69
- DIRAC-Funktion 134, 239 f.
- direkte Proportionalität 24
- Direktrix 111
- DIRICHLET-Bedingungen 231
- disjunkt 18
- disjunkte Ereignisse 254 f.
- Disjunktion 16, 18
- Diskontierungsfaktor 39
- Diskontierwert 39
- diskrete Gleichverteilung 261
- diskrete zufällige Variable 257
- Diskriminante 42
- Dispersion 259
- distributiv 17
- Distributivgesetze 19, 49, 53, 56, 58 f., 239
- div 192
- divergent 36, 220
- Divergenz 192
- Divergenzsatz 201
- dividierte Differenz 131
- Division 32
- von Brüchen 24
- Doppelintegral 179
- Doppelintegral in Polarkoordinaten 180
- doppelte Verneinung 17
- doppelter Winkel 140
- Drachenviereck 86
- Drehkörper 187, 189
- Drehung 76
- Dreieck, Ankathete 84
- , Gegenkathete 84
 - , gleichschenkliges 83
 - , gleichseitiges 83
 - , Hypotenuse 83
 - , Kathete 83
 - , Kongruenz 82
 - , rechtwinkliges 83
- Dreieckimpulsfunktion 133
- Dreiecksmatrix 60
- Dreiecksungleichung 25, 51, 62
- dreifacher Winkel 140
- Dreifachintegral 180
- Dreipunktgleichungen 101
- dreireihige Determinante 64
- Dualsystem 20
- Durchmesser 88 f.
- Durchschnitt 18, 254
- durchschnittliches Wachstumstempo 246
- Durchstoßpunkt 103
- dyadisches System 20

E

- Ebene 101
 –, Abstand eines Punktes von einer 102
 ebene Kurve 148
 Ebenengleichung, Achsenabschnittsgleichung 102
 –, Dreipunktgleichungen 101
 –, HESSESche Normalform 102
 –, implizite 101
 –, Normalenform 102
 –, Punkt-Richtungs-Form 101
 ebenes skalares Feld 190
 ebenes Vektorfeld 190
 echt gebrochenen rationale Funktion 175
 echter Bruch 23
 e-Funktion 135
 Eigenschaften von Kurvenintegralen 196
 eigentliche Kegelschnitte 105
 Eigenvektor 66, 121, 218
 Eigenwert 121, 218
 eindeutige Abbildung 123
 eineindeutige Abbildung 20, 72, 124
 einfach zusammenhängend 198
 Einheitskreis 136
 Einheitsmatrix 60
 Einheitsprungfunktion 134
 Einhüllende 165
 einparametrische Kurvenschar 165
 Einschnittverfahren 216
 einseitiger Grenzwert 126
 einseitiger Test 270
 Einsetzungsmethode 42
 Element 17
 elementare Zeilenoperation 69
 Elementarereignis 253
 Elementarereignisraum 253
 elementfremd 18
 Eliminationsverfahren 218
 Ellipse 105, 107
 –, Evolute 110
 –, Flächeninhalt 110
 –, Umfang 110
 Ellipsengleichung, allgemeine 108
 –, Hauptform 108
 –, Mittelpunktsgleichung 108
 –, Polargleichung 108
 –, Scheitelfgleichung 108
 Ellipsensegment 110
 Ellipsensektor 110
 Ellipsoid 117
 empirische Kovarianz 249
 empirische Standardabweichung 249
 empirische Varianz 248
 empirische Verteilungsfunktion 245
 endliche Menge 18
 endlicher Dezimalbruch 20
 Endwertsatz 239
 energieloses System 238
 Entfernung zweier Punkte 94
 Enveloppe 165
 ε -Umgebung 126
 Ereignis 253, 255
 –, disjunktes 255
 –, sicheres 254
 –, unabhängiges 256
 –, unmögliches 255
 erf 266
 Ergänzungswinkel 80
 Erniedrigung der Ordnung 203
 error function 241, 266
 Ersatzfunktion 132
 Erwartungstreue 267
 Erwartungswert 259
 – des arithmetischen Mittels 260
 – einer Summe 259
 erweiterte Koeffizientenmatrix 67
 EUKLIDISCHE Norm 62
 EULER-CAUCHYSche Differenzialgleichung 215
 EULER-FOURIER-Formel 231

EULERSche Formel 31, 141
 EULERSche Konstante 177
 EULERSche Zahl 28, 135, 221
 EULERSche Zahlen 229
 EULERScher Multiplikator 207
 EULERScher Polyedersatz 90
 Evolute 150, 164
 – einer Ellipse 110
 – einer Hyperbel 116
 – einer Parabel 113
 Evolvente 164
 Existenz einer Stammfunktion 197
 EXOR 16
 explizite Form einer Funktionsgleichung 123
 Exponent 26 f.
 –, gebrochener 26
 –, natürlicher 26
 –, negativer 26
 Exponentialfunktion 135
 Exponentialgleichung 45
 Exponentialintegral 177
 Exponentialverteilung 266
 exponentieller Zerfall 135
 Extrema mit zwei Variablen 160
 – unter Nebenbedingung 160
 Extremum 158
 Extremwertsatz 129
 Extremwerttest, 1. 159
 –, 2. 159
 Exzentrizität, lineare 107, 113
 –, numerische 107, 113

F

Faktorisierung eines Polynoms 43
 Faktorregel 154, 173, 190
 Fakultät 28, 33
 Faltung 238
 –, Rechenregeln 239
 Faltungsintegral 238
 Faltungssatz 239

Fehler 1. Art 269
 – 2. Art 269
 –, absoluter 252
 –, prozentualer 252
 –, relativer 252
 –, wahrer 252
 Fehlerfortpflanzung 252
 Fehlerfortpflanzungsgesetz,
 GAUSSSches 252
 Fehlerfunktion 241, 266
 Feld 189
 –, ebenes skalares 190
 –, räumliches skalares 190
 Fixpunktgleichung 45
 Fixpunktiteration 45
 Fläche 2. Ordnung 116
 –, ausgeartete 117
 –, eigentliche 117
 – im Raum 168
 Flächenelement 179
 Flächenelement in Polarkoordinaten
 180
 Flächeninhalt 104, 182, 199
 – einer Ellipse 110
 – eines Dreiecks 104
 Flächenmomente 1. Grades 187
 Flächennormalenvektor 169
 Fluss des Vektorfeldes 193
 Flussdichte 202
 Folge 35
 –, arithmetische 36
 –, geometrische 37
 –, Monotonie 36
 formaler Vektor 191
 Formel von MOIVRE 146
 FOURIER-Amplitude 232
 FOURIER-Analysis 230
 –, Hauptsatz 231
 FOURIER-Integral 233
 FOURIER-Koeffizient, komplexer 232
 FOURIER-Kosinus-Transformierte
 235

- FOURIER-Reihe 230
 –, komplexe Form 232
 –, Spektraldarstellung 232
 FOURIER-Sinus-Transformierte 235
 FOURIER-Transformation 233
 frac 133
 Fraktile 246
 freier Vektor 48
 FRENETSche Ableitungsformeln 166
 Frequenzbereich 235
 Frequenzspektrum, stetiges 233
 FROBENIUS-Norm 63
 Fundamentalmatrix 219
 Fundamentalsatz der Algebra 43
 Funktion 123
 –, 1. Ableitung 151
 –, Area- 146
 –, Arkus- 142
 –, beschränkte 128
 –, Delta- 134
 –, DIRAC-Impuls- 134
 –, e- 135
 –, Einheitssprung- 134
 –, Exponential- 135
 –, Gamma- 241
 –, ganzrationale 129
 –, gebrochenrationale 175
 –, gebrochenrationale 132
 –, gerade 128, 134, 233, 235
 –, Grenzwerte 126
 –, HEAVISIDE- 134, 237, 240
 –, Hintereinanderschaltung 125
 –, Hyperbel- 143
 –, logarithmische 228
 –, mit mehreren unabhängigen Variablen 125
 –, Mittelwert 171, 183
 –, nichtrationale 133
 –, periodische 128, 230
 –, Stetigkeit 129
 –, symmetrische 235
 –, symmetrische periodische 233
 –, Theta- 134
 –, trigonometrische 136, 228
 –, unecht gebrochene 132
 –, ungerade 128, 233, 235
 –, vektorwertige 189
 – von zwei reellen Veränderlichen 125
 –, Winkel- 136
 –, Wurzel- 134
 –, zyklometrische 142, 228
 Funktional-Determinante 180
 Funktionsgleichung 123
 Funktionswert 123
 Fußpunkt 99
- G**
- Gammafunktion 211, 241
 ganze Zahl 22
 ganzrationale Funktion 129
 GAUSS-Elimination 69
 GAUSS-JORDANScher Algorithmus 61
 GAUSSSche Fundamentalgröße 199
 GAUSSSche Glockenkurve 264
 GAUSSSche Normalgleichungen 251
 GAUSSSche Zahlenebene 30
 GAUSSSches Fehlerfortpflanzungsgesetz 252
 GAUSSSches Fehlerintegral 177
 GAUSS-Verteilung 264
 Gebietsintegral 179
 gebrochener Exponent 26
 gebrochenrationale Funktion 132
 gebundener Vektor 48
 gefensterter Signal 234
 Gegenereignis 254 f.
 Gegenkathete 84
 gemeiner Bruch 23
 gemeiner Logarithmus 27
 gemischtes Glied 105
 gemischtes Produkt 56
 geometrische Folge 37
 geometrische Reihe 223

- geometrische Summe 37
- geometrisches Mittel 24, 246
- geordnetes n -Tupel 18
- geordnetes Tripel 18
- Gerade 95
 - , Abstand eines Punktes von einer 97, 99
 - , Abstand von zwei nichtparallelen 100
 - , Achsenabschnitt 96
 - durch den Ursprung 98
 - in der Ebene 95
 - , Richtungsvektor 97
 - , Schnittpunkt mit Ellipse 109
 - , Schnittpunkt mit Hyperbel 115
 - , Schnittpunkt mit Kreis 107
 - , Schnittpunkt mit Parabel 112
 - , Schnittpunkt zweier 99
 - , Schnittwinkel zweier 100
 - , Steigung 96
 - , windschief 99
- gerade Funktion 128, 134, 233, 235
- Geradengleichung 41
 - , Achsenabschnittsgleichung 96
 - , explizite Form 96
 - , HESSEsche Normalform 96 f.
 - , implizite Form 96
 - in Polarkoordinaten 96
 - , Punkt-Richtungs-Form 97
 - , Punkt-Steigungs-Form 95
 - , Zweipunkt-Form 95, 98
- Geradenschar 208
- gerader Hohlzylinder 91
- gerader Kreiskegel 92
- gerader Kreiszylinder 91
- Geschwindigkeitsvektor 189
- Gesetz der großen Zahlen 260
- gewöhnliche Differenzialgleichung 203
- gewöhnliche lineare Differenzialgleichung 239
- gewöhnliche Zykloide 148
- Gleichanteil 231
- Gleichheit 18
- gleichmächtig 20
- gleichschenkliges Dreieck 83
- gleichseitiges Dreieck 83
- Gleichsetzungsmethode 42
- Gleichung 40
 - , algebraische 42
 - , algebraische, n -ten Grades 43
 - , Exponential- 45
 - , goniometrische 45
 - , lineare 41
 - , logarithmische 45
 - , quadratische 42
 - , transzendente 42
 - , Wurzel- 45
- Gleichungssystem 41
 - , homogenes lineares 67
 - , inhomogenes lineares 67
 - , inkonsistentes 70
 - , lineares 53, 67
 - , LR-Zerlegung 70
 - , quadratisches lineares 68
 - , triviale Lösung 68
 - , überbestimmtes 67
 - , unterbestimmtes 67
- Gleitkommadarstellung 21, 28
- globales Maximum 158
- globales Minimum 158
- Glockenkurve 264
- Goldener Schnitt 81
- goniometrische Beziehungen 140
- goniometrische Gleichung 45
- grad 192
- Grad des Polynoms 129
- Grad einer Differenzialgleichung 203
- Gradient 169, 192
- Gradientenfeld 197
- Gradmaß 79, 137
- grafische Integration 204
- Graph 123

Grenze, obere 18
 –, untere 18
 Grenzwert einer Funktion 126
 –, einseitiger 126
 –, linksseitiger 126
 –, rechtsseitiger 126
 –, uneigentlicher 127
 Grenzwert einer Folge 35
 Grenzwertsatz 126
 – von DE MOIVRE und LAPLACE 265
 –, zentraler 265
 große Halbachse 107
 größter gemeinsamer Teiler (ggT) 24
 Grundintegral 172
 GULDINSche Regeln 89

H

Hakenintegral 198
 Halbachse, imaginäre 113
 –, kleine 107
 –, reelle 113
 halber Winkel 140
 halboffenes Intervall 23
 Halbparameter, einer Ellipse 107
 – einer Hyperbel 113
 – einer Parabel 111
 harmonische Reihe 221 f.
 harmonisches Mittel 25, 246
 Häufigkeit, absolute 243
 –, relative 244
 Häufigkeitspolygon 245
 Häufigkeitstabelle, klassierte 244
 –, unklassierte 243
 Hauptabschnittsmatrix 59
 Hauptachse 107
 –, große 107
 Hauptachsentransformation 121
 Hauptdiagonale 57
 Hauptform der Ellipse 108
 – der Hyperbel 114
 – der Parabel 111
 Hauptnenner 23
 Hauptnormalenvektor 166
 Hauptsatz der Differenzial- und Integralrechnung 170
 Hauptsatz der FOURIER-Analyse 231
 Hauptsatz der LAPLACE-Transformation 236
 Hauptscheitel 107
 HEAVISIDE-Funktion 134, 237, 240
 HERMITESche Matrix 61
 HESSEsche Normalform 96 f., 102
 hexadezimal 21
 hinreichende Bedingung 16
 Hintereinanderschaltung von Funktionen 125
 Histogramm 245
 hochsignifikant 270
 Höhenlinie 125, 190
 Höhensatz 84
 höhere Ableitung 155
 Hohlzylinder, gerader 91
 homogene Differenzialgleichung 205
 homogene Koordinaten 77
 homogene lineare Differenzialgleichung 206
 homogenes Differenzialgleichungssystem 218
 homogenes lineares Gleichungssystem 67
 HORNERSches Schema 44
 Hyperbel 105, 113, 132
 –, Evolute 116
 Hyperbelfunktion 143, 229
 Hyperbelgleichung, allgemeine 114
 –, Hauptform 114
 –, Mittelpunktsgleichung 114
 –, Polargleichung 114
 –, Scheitelfgleichung 114
 Hyperbelkosinus 143
 Hyperbelsinus 143
 hyperbolische Spirale 149
 hyperbolischer PYTHAGORAS 144

- Hyperboloid 118
–, einschaliges 117 f.
–, zweischaliges 117 f.
Hyperfläche 2. Ordnung 121
hypergeometrische Verteilung 262
Hypotenuse 83
- I**
- Idempotenz 17
imaginäre Einheit 30
imaginäre Halbachse 113
Imaginärteil 30
Implikation 16
implizite Differenziation 157
implizite Form einer Funktionsgleichung 123
implizite Gleichung der Ebene 101
implizite Kurvengleichung 2. Grades 105
indirekte Proportionalität 24
Indizes 35
Infimum 18, 35
Infix-Schreibweise 20
inhomogene lineare Differenzialgleichung 206
inhomogenes Differenzialgleichungssystem 218
inhomogenes lineares Gleichungssystem 67
Injektion 124
Inklusion 18
inkonsistentes Gleichungssystem 70
Inkreis 84, 86
Inkreismittelpunkt 82
Inkreisradius 82
Inkugel 89
Innenwinkel 82, 84, 86
Innenwinkelsumme 86
innerer Teilpunkt 94
inneres Produkt 52
int 133
Integerfunktion 133
Integrabilitätsbedingung 207
Integral, Additivität 173
–, bestimmtes 170
–, Faktorregel 173
–, Monotonie 173
–, Summenregel 173
–, unbestimmtes 169
–, uneigentliches 173
Integralfunktion 170
Integralkosinus 177
Integrallogarithmus 177
Integralsinus 177
Integraltransformation 236
Integrand 169
Integration 169
–, grafische 204
–, numerische 177
–, partielle 175
– rationaler Ausdrücke 174
Integrationsdifferenzial 169
Integrationsgrenze 170
Integrationskonstante 169
Integrationsregel 172 f.
Integrationsatz 238
Integrationstechniken 174
Integrationsvariable 169
integrierender Faktor 207
Interpolation 131
Interpolationsformel von LAGRANGE 131
Interpolationsformel von NEWTON 131
Intervall 23
–, abgeschlossenes 23
–, halboffenes 23
–, offenes 23
Intervallschätzung 268
inverse LAPLACE-Transformation 237
inverse Matrix 61
Inversionsregel 40
irrationale Zahl 22

Irrtumswahrscheinlichkeit 268, 270
 Isokline 204
 isolierter Punkt 164
 Iterationsfolge 45

J

JACOBI-Determinante 180
 Jochpunkt 160

K

Kardinalität 20
 Kardinalzahlen 22
 kartesische Form einer komplexen
 Zahl 31
 kartesische Koordinaten 73, 185
 kartesisches Produkt 19
 Kathete 83
 Kathetensatz 84
 Kegel 117, 119
 Kegelschnitt 104
 –, ausgearbeiteter 105
 –, eigentlicher 105
 –, Klassifikation 105
 Kehrmatrix 61
 Kehrwert 23, 26
 Kehrwertregel 154
 KEPLERSche Fassregel 89, 178
 Kettenlinie 143, 149f.
 Kettenregel 155f., 174, 190
 Klammern auflösen 23
 Klasse 244
 Klassenanzahl 244
 Klassenbreite 244
 Klassenmitte 244
 klassierte Häufigkeitstabelle 244
 Klassifikation der Kegelschnitte 105
 kleine Halbachse 107
 kleinstes gemeinsames Vielfaches
 (kgV) 24
 Knick 151
 Koeffizientenmatrix 67

Koeffizientenvergleich 176
 Kofaktor 63
 kollinearer Vektor 49
 KOLMOGOROW 254
 Kombinatorik 33
 kommutativ 17
 Kommutativgesetze 19, 49, 53, 58,
 239
 komplanarer Vektor 49
 Komplement 19, 254
 Komplementbeziehungen 139
 Komplementgesetze 19
 Komplementwinkel 80
 komplexe Form der FOURIER-Reihe
 232
 komplexe Zahl 30, 33
 komplexer FOURIER-Koeffizient 232
 Konditionszahl 252
 Konfidenzintervall 268
 Konfidenzniveau 268
 Kongruenz 81
 Kongruenz von Dreiecken 82
 konjugiert komplexe Zahl 30
 Konjunktion 16, 18
 konkav 162
 konservatives Vektorfeld 197
 Konsistenz 267
 Konstantenregel 153
 Konstantenvektor 67
 Konstruktion einer Stammfunktion
 198
 Kontinuitätsprinzip 32
 Kontradiktion 17
 konvergent 36, 220
 Konvergenzbereich 224
 Konvergenzhalbene 236
 Konvergenzkriterien für Reihen 222
 Konvergenzordnung 47
 Konvergenzradius 224
 Konvergenzverhalten einer Potenzrei-
 he 224
 konvex 162

- Koordinatenfunktion 189
 Koordinatensystem 73
 Koordinatentransformation 75
 Korrelationskoeffizient 250
 Korrelationsmaß 249
 Korrespondenztabelle der LAPLACE-Transformation 240
 kosinus-hyperbolicus 143
 Kosinussatz 83
 Kotangens 137
 Kovarianz, empirische 249
 Kreis 87, 105 f.
 –, Parametrisierung 106
 Kreisabschnitt 88
 Kreisabschnitt 88
 Kreisevolvente 164
 Kreisfläche 88
 Kreisgleichung, allgemeine 106
 – durch drei Punkte 107
 Kreiskegelstumpf 92
 Kreissegment 88
 Kreissektor 88
 Kreisumfang 88
 Kreiszyylinder 120
 –, gerader 91
 Kreuzprodukt 55
 kritischer Bereich 270
 KRONECKER-Symbol 60
 Krümmung 163, 166
 – einer Ellipse 109
 – einer Hyperbel 116
 – einer Parabel 112
 – einer Raumkurve 167
 Krümmungskreis 109
 Krümmungsmittelpunkt 163, 168
 Krümmungsradius 163, 167
 Krümmungsverhalten 150, 162
 $k\sigma$ -Regeln 264
 kubische Parabel 130
 kubisches Polynom 130
 Kugel 92, 117
 Kugelabschnitt 92
 Kugelausschnitt 93
 Kugeldreieck 93
 Kugelkappe 93
 Kugelkoordinaten 74, 165, 182, 185, 192 ff.
 Kugelschicht 93
 Kugelsegment 92
 Kugelsektor 93
 kugelsymmetrisch 191
 Kugelzone 93
 Kugelzweieck 93
 Kurve 2. Ordnung 104
 Kurvendiskussion 150
 Kurvenintegral 195
 –, Eigenschaften 196
 Kurvenmomente 1. Grades 187
 Kurvenschar 203
 Kürzen 23
- L**
- Lagemaß 245
 LAGRANGE-Multiplikatorregel 160
 LAPLACE-Experiment 261
 LAPLACE-Gleichung 193
 LAPLACE-Operator 193
 LAPLACEScher Entwicklungssatz 63
 LAPLACE-Transformation 236
 –, Hauptsatz 236
 –, inverse 237
 –, Korrespondenztabelle 240
 LAPLACE-Transformierte 236
 Laufvariable 25
 leere Menge 18
 leere Summe 26
 leeres Produkt 26
 LEIBNIZSche Sektorformel 183
 LEIBNIZSche Zinseszinsformel 38
 Leitlinie 105, 111
 Leitstrahl 111
 L'HOSPITALSche Regel 127
 Limes 126

linear abhängig 49
 linear unabhängig 49
 linear unabhängige Basislösungen 210, 214
 lineare Abbildung 71
 lineare Approximation 158
 lineare Differenzialgleichung 206
 lineare Exzentrizität 107, 113
 lineare Fehlerfortpflanzung 252
 lineare Gleichung 41
 lineare Hülle 49
 lineare Minimumseigenschaft 247
 lineare Näherung 154, 158
 lineare Regression 251
 lineare Substitution 205
 lineare Unabhängigkeit 49
 lineare Ungleichung 42
 lineare Verzinsung 38
 linearer Raum 48
 lineares Ausgleichsproblem 251
 lineares Differenzialgleichungssystem 218, 240
 lineares Gleichungssystem 53, 67
 lineares Polynom 130
 Linearisierung 154, 158, 229
 Linearitätsbedingung 71
 Linearitätssatz 237
 Linearkombination 49
 Linienelement 165, 204
 –, vektorielles 196
 linienflüchtiger Vektor 48
 Linkskrümmung 159, 162
 linksseitiger Grenzwert 126
 ln-Reihe 228
 Logarithmand 27
 Logarithmengesetze 27
 logarithmische Differenziation 153, 155
 logarithmische Funktion 228
 logarithmische Gleichung 45
 logarithmische Integration 172
 logarithmische Spirale 148

Logarithmus 27
 –, binärer 28
 –, BRIGGSscher 27
 –, dekadischer 27
 –, gemeiner 27
 –, natürlicher 28, 136
 –, Zweier- 28
 Logarithmusfunktion 135
 lokales Maximum 158
 lokales Minimum 158
 Lösung, allgemeine 203
 –, partikuläre 203
 –, singuläre 203
 Lösungskurve 203
 Lösungsvektor 67
 Lotgerade durch einen Punkt 103
 LR-Zerlegung 70

M

Mächtigkeit 20
 MACLAURINSche Formel 226
 Mantelfläche eines Rotationskörpers 184
 Mantellinie 89
 Mantissee 21, 28
 Massenträgheitsmoment 189
 Matrix 57
 –, Band- 60
 –, Diagonal- 60
 –, Dreiecks- 60
 –, Einheits- 60
 –, erweiterte Koeffizienten- 67
 –, HERMITESche 61
 –, inverse 61
 –, Keh- 61
 –, Koeffizienten- 67
 –, negativ definite 61
 –, Ordnung 59
 –, orthogonale 61
 –, Permutations- 60
 –, positiv definite 61

- , quadratische Form 61
 - , Rang 62
 - , reguläre 59
 - , schiefssymmetrische 61
 - , singuläre 59
 - , symmetrische 61
 - , System- 67
 - , unitäre 61
 - Matrixnorm 62
 - Matrizenverfahren 218
 - maximaler Fortpflanzungsfehler 252
 - Maximum, globales 158
 - , lokales 158
 - Median 247
 - mehrdeutig 20
 - Mehrfachintegrale 179
 - Mehrschrittverfahren 216
 - Menge aller Stammfunktionen 169
 - , endliche 18
 - , leere 18
 - , unendliche 18
 - Mengenbildungsoperator 17
 - Mengenpotenz 19
 - Meridiankurve 200
 - Merkmalsausprägungen 243
 - Methode der kleinsten Quadrate 250
 - Minimum, globales 158
 - , lokales 158
 - Minor 63
 - Mittel, arithmetisches 24
 - , geometrisches 24, 246
 - , harmonisches 25, 246
 - , quadratisches 246
 - Mittelparallele 85
 - Mittelpunktsgleichung der Ellipse 108
 - der Hyperbel 114
 - Mittelpunktstrahl 148
 - Mittelpunktswinkel 88
 - Mittelsenkrechte 82
 - Mittelwert 24, 245
 - einer Funktion 171, 183
 - Mittelwertsatz der Integralrechnung 171
 - mittlerer Wachstumsfaktor 246
 - Modalwert 247
 - Momente 1. Grades 186 f.
 - Momente 2. Grades 188
 - monoton fallend 36
 - monoton wachsend 36
 - Monotonie 124, 173, 255
 - Monotonie der Addition 23
 - Monotonie der Multiplikation 23
 - Monotonie einer Folge 36
 - Monotonieverhalten 150
 - Multinomialkoeffizient 34
 - Multiplikation 32
 - von Brüchen 23
 - von Vektoren mit Skalaren 50
 - Multiplikationssatz für Ereignisse 256
 - Multiplikationstheorem 65
- N
- Nablaoperator 191
 - Nachdifferenzieren 155
 - nacheindeutig 20
 - nachschüssig 39
 - Näherungsformel 229
 - NAND 16
 - natürliche Zahl 21
 - natürlicher Exponent 26
 - natürlicher Logarithmus 28, 136
 - natürliches Wachstum 135
 - Nebenachse 107
 - Nebendiagonale 57
 - Nebenscheitel 107
 - negativ definite Matrix 61
 - negativ korreliert 249
 - negativer Exponent 26
 - negativer Vektor 52
 - neutrales Element 49
 - NEWTONSches (Tangenten-)Näherungsverfahren 46

NEWTON-Schreibweise 152
 nichtäquivalente Umformung 40
 nichtrationale Funktion 133
 nichttriviale Lösung 66
 NICODSche Funktion 16
 Niveaulinie 125, 190
 NOR 16
 Normale 162, 165
 –, an Ellipse 109
 –, an Hyperbel 115
 –, an Kreis 107
 –, an Parabel 112
 Normalebene 166
 Normaleneinheitsvektor 101, 169, 200
 Normalenform einer Ebene 102
 Normalenvektor 96, 101
 Normalform einer quadratischen Gleichung 42
 Normalverteilung 264
 normierte Kovarianz 250
 normierter Vektor 51
 notwendige Bedingung 16
 notwendiges Konvergenzkriterium 222
 Nullfolge 36
 Nullhypothese 269
 Nullmatrix 57
 Nullphase 141
 Nullstelle 129
 Nullteiler 59
 Nullvektor 49, 51
 numerische Exzentrizität 107, 113
 numerische Integration 177
 numerische Verfahren für Differenzialgleichungen 216
 Numerus 27

O

obere Dreiecksmatrix 60
 obere Grenze 18

obere Schranke 35, 128
 Oberflächenintegral 198
 Obermenge 18
 Oberschwingung 231
 offenes Intervall 23
 Oktaeder 91
 oktal 21
 OR 16
 Ordinalzahlen 22
 Ordnung 203
 – der Matrix 59
 –, Erniedrigung 203
 –, Reduktion 209
 Originalfunktion 235 f.
 Originalraum 236, 239
 orthogonal 52
 orthogonale Matrix 61
 orthogonale Zerlegung 53
 orthogonaler Einheitsvektor 51
 Ortsvektor 54, 94

P

Paar 17
 paarweise konjugiert 43
 Parabel 105, 130
 –, Evolute 113
 –, kubische 130
 – n -ten Grades 130
 Parabelgleichung, allgemeine 111
 –, Hauptform 111
 –, Polargleichung 112
 –, Scheitelfgleichung 111
 Parabelscheitel 130
 Parabelsegment 113
 Paraboloid 120
 –, elliptisches 117
 –, hyperbolisches 117
 parallel 99
 Parallelogramm 55, 85
 Parameter 189, 267

- Parameterform einer Funktionsgleichung 123
- Parameterregel 155
- Parametrisierung des Kreises 106
- Parametrisierung eines Flächenstücks 198
- Partialbruchzerlegung 175
- Partialdivision 44
- Partialsomme 37
- partielle Ableitung 156
- partielle Integration 175
- partikuläre Lösung 203
- Periode 31, 128, 230
- , primitive 230
- periodische Funktion 128, 230
- periodischer Dezimalbruch 20
- Periodizität 139, 150
- Peripheriewinkel 87 f.
- Permutation 33
- Permutationsmatrix 60
- Phase 31
- Phasenspektrum 235
- Pivotelement 70
- Planimetrie 79
- Pol 150
- polares Flächenmoment 2. Grades 188
- Polarform einer komplexen Zahl 31
- Polargleichung der Ellipse 108
- der Hyperbel 114
- der Parabel 112
- Polarkoordinaten 74, 94, 96, 156
- Polarwinkel 31
- Polstelle 132
- Polyeder 90
- Polygonzug 217
- Polygonzugverfahren von EULER-CAUCHY 216
- Polynom 43, 129
- , Grad 129
- , kubisches 130
- , lineares 130
- , quadratisches 130
- , trigonometrisches 231
- , Zerlegung in Linearfaktoren 130
- Polynomdivision 24, 44, 132
- Positionssystem 20
- positiv definite Matrix 61
- positiv korreliert 249
- postnumerando 39
- Potenz 26, 33
- Potenzen von j 31
- Potenzfunktion 130, 132
- Potenzgesetze 27
- Potenzial 197
- Potenzialfeld 197
- Potenzmenge 19
- Potenzprodukt 252
- Potenzregel 153
- Potenzreihe 176, 224
- Potenzreihenansatz 208
- pq -Formel 42
- Prädiktor-Korrektor-Verfahren 216
- pränumerando 39
- Primfaktor 24
- primitive Periode 230
- Primzahl 22
- Prisma 90
- Produkt, äußeres 55
- , gemischtes 56
- , leeres 26
- von Matrizen 58
- Produkte von trigonometrischen Termen 141
- Produktintegration 175
- Produktmenge 19
- Produktregel 154, 190, 195
- Produktzeichen 25
- Projektion 53, 73
- Proportion 24
- Proportionalität, direkte 24
- , indirekte 24
- prozentualer Fehler 252
- Punkt vor Strich 23

Punkt-Richtungs-Form 97, 101
 Punkt-Steigungs-Form 95
 punktsymmetrisch 128
 Punktwolke 249
 Pyramide 90
 Pyramidenstumpf 90

Q

Quader 90
 Quadrant 137
 Quadrat 85
 Quadrate von trigonometrischen Termen 141
 quadratische Ergänzung 122
 quadratische Form 61
 quadratische Gleichung 42
 quadratische Minimumseigenschaft 246
 quadratische Ungleichung 42 f.
 quadratisches lineares Gleichungssystem 68
 quadratisches Mittel 184, 246
 quadratisches Polynom 130
 Quadratur 182
 Quantil 246, 269
 – der χ^2 -Verteilung 274
 – der Standard-Normalverteilung 273
 – der t -Verteilung 273
 Quartilsabstand 248
 Quelldichte 193, 202
 Quelle 193
 Quotientenfolge 35
 Quotientenkriterium 222
 Quotientenregel 154

R

RAD 79
 radialsymmetrisch 191
 radialsymmetrisches Vektorfeld 197
 Radiant 79

Radikand 26
 Radius 88 f.
 Ränder des Konvergenzbereiches 224
 Randwertbedingungen 203, 210
 Rang einer Matrix 62
 Rate 38
 Raten-Rentenformel 39
 rationale Zahl 22
 Raum, aufgespannter 49
 –, linearer 48
 Raumfläche 165
 Raumintegral 180
 Raumkurve 165
 räumlicher Satz des PYTHAGORAS 54
 räumliches skalares Feld 190
 räumliches Vektorfeld 191
 Raute 85
 Realteil 30
 Rechenregeln für die Faltung 239
 Rechteck 85
 Rechteckimpulsfunktion 133
 Rechteckverteilung 263
 Rechtskrümmung 159, 162
 rechtsseitig stetige Treppenfunktion 245
 rechtsseitiger Grenzwert 126
 Rechtssystem 73
 rechtwinkliges Dreieck 83
 rect 133
 Reduktion der Ordnung 209
 Reduktionsformeln 138
 reelle Halbachse 113
 reelle Zahl 21
 –, Betrag 25
 –, Signum 25
 reeller FOURIER-Koeffizient 231
 Regel von GULDIN 200
 Regel von SARRUS 64
 regelmäßiges Sechseck 86
 regelmäßiges Vieleck 86
 Regressionsgerade 251
 Regressionsparameter 251

Regressionsrechnung 250
 Regula falsi 47
 reguläre Matrix 59
 Reihe 220
 –, absolut konvergente 221
 –, alternierende 223
 –, alternierende harmonische 221
 –, bestimmt divergente 221
 –, binomische 227
 –, CAUCHY-Produkt 221
 –, divergente 220
 –, FOURIER- 232
 – für Exponentialfunktionen 227
 –, geometrische 223
 –, harmonische 221 f.
 –, konvergente 220
 –, Konvergenzkriterien 222
 –, Kosinus- 228
 –, In- 228
 –, Sinus- 228
 –, Tangens- 228
 –, TAYLOR- 226 f.
 –, unendliche 38, 220
 rein imaginäre Zahl 30
 rektifizierende Ebene 166
 rekursive Darstellung 35
 rekursive Definition 28
 Relation 20
 Relationszeichen 43
 relative Besetzungszahl 244
 relative Häufigkeit 244
 relativer Fehler 252
 relativer Fortpflanzungsfehler 252
 Rente 38
 Rentenformel einer Zeitrente 39
 Rentenrechnung 39
 Restfunktion 133
 Restglied 177, 221, 225 f.
 Restgliedabschätzung 178 f.
 Rhombus 85
 RICCATISCHE Differenzialgleichung
 208

Richtungsableitung 192
 Richtungsfeld 204
 Richtungskosinus 54 f., 98
 Richtungsvektor 79, 97, 101
 Richtungswinkel 54, 97
 RIEMANNSCHE Summe 170
 rot 194
 Rotation 76, 194
 Rotationsfläche 200
 Rotationsparaboloid 120
 rotatorische Bewegung 185
 Rückkehrpunkt 164
 Rückwärtssubstitution 70
 Rundungsfehler 216
 Rundungsregel 25
 RUNGE-KUTTA-Verfahren 217

S

Sattelpunkt 160
 Satz des PYTHAGORAS 84
 Satz des THALES 87
 Satz von BAYES 257
 Satz von BOLZANO 129
 Satz von CAVALIERI 89
 Satz von der totalen Wahrscheinlich-
 keit 256
 Satz von DIRICHLET 231
 Satz von FUBINI 180 f.
 Satz von GAUSS 201
 Satz von GREEN 201
 Satz von HURWITZ 61
 Satz von LAPLACE 255
 Satz von MOIVRE 33
 Satz von PAPPUS 200
 Satz von PTOLEMÄUS 85
 Satz von SCHWARZ 156
 Satz von STEINER 189
 Satz von STOKES 202
 Satz von WEIERSTRASS 129
 Säulendiagramm 244
 Schachbrettregel 63

- Schätzfunktion 267
 Schätzprinzip 267
 Schaubild 123
 Scheitel 80, 111, 113
 Scheitelgleichung der Ellipse 108
 – der Hyperbel 114
 – der Parabel 111
 Scheitelpunktsform 130
 Schenkel 80
 schiefssymmetrische Matrix 61
 Schleppkurve 149
 schließende Statistik 267
 Schmiegeebene 166
 Schnittgerade zweier Ebenen 103
 Schnittpunkt, Gerade mit Ellipse 109
 –, Gerade mit Hyperbel 115
 –, Gerade mit Kreis 107
 –, Gerade mit Parabel 112
 –, zweier Geraden 99
 Schnittwinkel, spitzer 103
 – zweier Funktionsgraphen 162
 – zweier Geraden 100
 schräge Asymptote 132, 150
 Schranke 18
 –, obere 35
 –, untere 35
 Schrittweite 178
 schwach monoton fallend 124
 schwach monoton wachsend 124
 Schwerpunkt 82, 85, 187, 259
 Sehne 88, 151
 Sehnennäherung 47
 Sehnensatz 87
 Sehnentangentenwinkel 87
 Sehnenviereck 85
 Seitenhalbierende 82
 Sekante 151
 Sekantensatz 87
 Sekantentangentensatz 88
 Sektorfläche 183
 Senke 193
 senkrechte Asymptote 127, 132
 separabel 205
 sgn 133
 SHEFFERSche Funktion 16
 sicheres Ereignis 254
 Sicherheitswahrscheinlichkeit 268
 Signal, gefensterter 234
 signifikant 270
 Signifikanzniveau 270
 Signifikanztest 269
 Signum einer reellen Zahl 25
 Signumfunktion 133
 SIMPSONSche Regel 89, 178
 sin 136
 singuläre Lösung 203
 singuläre Matrix 59
 singulärer Punkt 164
 sinh 143
 Sinus 137
 sinus-hyperbolicus 143
 Sinus-Reihe 228
 Sinussatz 83
 Skalar 48
 skalares Linienelement 195
 skalares Oberflächenelement 199
 Skalarmatrix 60
 Skalarprodukt 52, 55, 79
 Skaliermatrix 78
 Skalierung 72, 76 f.
 Spaltenindex 57
 Spaltensummennorm 62
 Spaltenvektor 57
 Spannvektor 101
 Spannweite 244, 247
 Sparkassen-Rentenformel 39
 Spat 64
 Spatprodukt 56, 167 f., 200
 Spektraldarstellung der FOURIER-
 Reihe 232
 Spektralfunktion 235
 Spektralnrm 62
 spezielle lineare Abbildung 72
 sphärischer Exzess 93

- Spiegelung 73
spitzer Schnittwinkel 103
Sprungfunktion 240
Spur einer Matrix 66
Stabdiagramm 244, 261
Stammbruch 23
Stammfunktion 169, 197, 207
–, Existenz 197
–, Konstruktion 198
Standardabweichung 260
– des arithmetischen Mittels 249
–, empirische 249
Standardbasis 51
Standardbasisvektor 54
Standard-Normalverteilung 265
–, Quantil 273
–, Tabelle 272
Standard-Zahlenmenge 21
statistische Masse 243
Steigung 96, 130
Steigung der Tangente 151
Steigungswinkel 130
sternförmig 198
stetige Gleichverteilung 263
stetige Teilung 81
stetige zufällige Variable 258
stetiges Frequenzspektrum 233
Stetigkeit 153
Stetigkeit einer Funktion 129
Stetigkeitskorrektur 266
Stichprobenanteil 268
Stichprobenmittel 268
Stichprobenstandardabweichung 249
Stichprobenvarianz 248, 268
Störfunktion 212, 214, 240
Störgliedansatz 212
Strahlensatz 81
Strecke 94
streng monoton fallend 36, 124
streng monoton wachsend 36, 124
Streuungsmaß 247
Stromlinie 191
Struktursatz 215, 218
Struktursatz für lineare Differenzialgleichungen 206
STUDENT-Verteilung 273
Stufenpunkt 161
Stufenwinkel 80
Stürzen 64
Stützpolynom 131
Stützstelle 131, 177
Substitution, lineare 205
–, rückwärts 174
Substitutionsregel 174
Subtrahieren von Brüchen 23
Subtraktion 32
Summe, leere 26
Summen einiger konvergenter Zahlenreihen 221
Summen von trigonometrischen Termen 141
Summenhäufigkeitsfunktion 245
Summenregel 154, 173, 190
Summenzeichen 25
Superposition 141
Superpositionsprinzip 214
Supplementwinkel 80
Supremum 18, 35
Surjektion 124
Symmetrie 150
Symmetriesatz 29
symmetrische Funktion 235
symmetrische Matrix 61
symmetrische periodische Funktion 233
Systemmatrix 67
- T**
- Tabelle der Standard-Normalverteilung 272
tan 136
Tangens 137
Tangenssatz 83

- Tangente 162, 165
 – an Ellipse 109
 – an Hyperbel 115
 – an Kreis 107
 – an Parabel 112
 Tangentenvektor 166, 189, 199
 Tangentenviereck 86
 Tangentialebene 157 f.
 – an eine Fläche 169
 tanh 143
 Tautologie 17
 TAYLOR-Formel 225 f.
 TAYLOR-Koeffizienten 226
 TAYLOR-Polynom 225
 TAYLOR-Reihe 226
 –, Zusammenstellung 227
 teilerfremde ganze Zahl 22
 Teilfolge 36
 Teilmenge 18, 254
 Teilpunkt 94
 –, äußerer 94
 –, innerer 94
 Teilung 81
 –, stetige 81
 Teilung einer Strecke 94
 Teilverhältnis 95
 Term 40
 Terrassenpunkt 161
 Testgröße 270
 Tetraeder 91, 104
 Theta-Funktion 134
 Tilgungsdauer 40
 Tilgungsformel 40
 Tilgungsrate 40
 Tilgungsrechnung 39
 Torsion 166
 Torsionswinkel 168
 Torus 94
 totale (exakte, vollständige) Differenzialgleichung 207
 totales Differenzial 157
 Traktrix 149
 Transformationsmatrix 121
 Transitivität 23
 Translation 76
 transponierte (gestürzte) Matrix 57
 Transposition 64
 transzendente Gleichung 42
 Trapez 85
 Trapezregel 178
 Trefferwahrscheinlichkeit 262
 trennbare Differenzialgleichung 205
 Trennung der Variablen 205
 Treppenform 62, 69
 tri 133
 trigonometrische Form einer komplexen Zahl 31
 trigonometrische Funktion 84, 136, 228
 trigonometrischer PYTHAGORAS 140
 trigonometrisches Polynom 231
 triviale Lösung 68
- U**
- über Kreuz multiplizieren 24
 überabzählbar 22
 überbestimmtes Gleichungssystem 67
 Überlagerung von Sinusfunktionen 141
 Umfang einer Ellipse 110
 Umfangswinkel 88
 Umformung, äquivalente 40
 –, nichtäquivalente 40
 umkehrbare Abbildung 124
 umkehrbare lineare Abbildung 72
 Umkehrfunktion 124
 Umkreis 84 ff.
 Umkreismittelpunkt 82
 Umkreisradius 82
 Umkugel 89
 unabhängige Ereignisse 256
 unabhängige Variable 123

- Unabhängigkeit von zufälligen Variablen 259
 unbestimmtes Integral 169
 unecht gebrochene Funktion 132
 uneigentlicher Grenzwert 127
 uneigentliches Integral 173
 unendliche Menge 18
 unendliche Reihe 38, 220
 Unendlichkeitsstelle 132, 150
 ungerade Funktion 128, 233, 235
 Ungleichung 40
 –, BERNOULLISCHE 40
 –, lineare 42
 –, quadratische 42 f.
 Ungleichung der Mittelwerte 25
 Ungleichung von TSCHEBYSCHOW 260
 unitäre Matrix 61
 unklassierte Häufigkeitstabelle 243
 unkorreliert 249
 unmögliches Ereignis 255
 unterbestimmtes Gleichungssystem 67
 Unterdeterminante 63
 untere Dreiecksmatrix 60
 untere Grenze 18
 untere Schranke 35, 128
 Untermatrix 59
 Untermenge 18
 Urbild 123
 Urbildmenge 123
 Urliste 243
 Urnenmodell 33
- V**
- Variable, abhängige 123
 –, diskrete zufällige 257
 –, Erwartungswert 259
 –, stetige zufällige 258
 –, unabhängige 123
 –, Unabhängigkeit 259
 –, zufällige 257, 267
 Variablentransformation für Dreifachintegrale 181
 Variablentransformation für Gebietsintegrale 180
 Varianz 259
 – des arithmetischen Mittels 260
 – einer Summe 260
 –, empirische 248
 Variation 34
 Variation der Konstanten 206, 212, 219
 Variationsbreite 247
 Variationskoeffizient 249, 261
 Vektor 48
 –, Addition 50
 –, Betrag 51, 54, 62
 –, Diagonalisierung 60
 –, EUKLIDISCHE NORM 62
 –, formaler 191
 –, freier 48
 –, gebundener 48
 –, kollinear 49
 –, komplanar 49
 –, linienflüchtiger 48
 –, Multiplikation 50
 –, negativer 52
 –, normierter 51
 –, Winkel zwischen zwei 95
 –, Zerlegung 53
 Vektoranalysis 189
 Vektorfeld, axialsymmetrisches 197
 –, ebenes 190
 –, Fluss 193
 –, konservatives 197
 –, radialsymmetrisches 197
 –, räumliches 191
 –, Zirkulation 197
 vektorielles Flächenelement 200
 vektorielles Linienelement 196
 Vektornorm 62

Vektorprodukt 55 f.
 Vektorraum 48, 215
 Vektorraumaxiom 49
 vektorwertige Funktion 189
 Vereinigung 18, 254
 Verfahren 4. Ordnung von RUNGE-KUTTA 217
 Verfahrensfehler 216
 Verhalten im Unendlichen 150
 Verhältnisgleichung 24
 Verkettung 125, 155
 Verschiebung 76
 Verschiebungssatz 189, 237, 259
 Verteilungsfunktion 257, 261
 Vertrauensintervall 268
 Vertrauensniveau 268
 Vieleck 86
 –, Außenwinkel 86
 –, Inkreis 86
 –, Innenwinkel 86
 –, regelmäßiges 86
 –, Umkreis 86
 –, Zentriwinkel 86
 Vielfachheit 43
 Vielfache 90
 Viereck 84
 –, Außenwinkel 84
 –, Inkreis 84, 86
 Innenwinkel 84
 –, Umkreis 84 f.
 Volumen 104
 – eines Ellipsoides 118
 – eines Körpers 185
 – eines Rotationskörpers 184
 Volumenelement in Kugelkoordinaten 182
 Volumenelement in Zylinderkoordinaten 182
 Volumenintegral 180
 Volumenmomente 1. Grades 187
 voreindeutig 20

vorschüssig 39
 Vorzeichenwechsel 129

W

waagrechte Asymptote 127, 132, 150
 Wachstumsfaktor 246
 –, mittlerer 246
 Wachstumsintensität 135
 Wachstumstempo, durchschnittliches 246
 wahrer Fehler 252
 Wahrheitstafel 16
 Wahrheitswert 15
 Wahrscheinlichkeit 254
 –, bedingte 256
 Wahrscheinlichkeitsdichte 258
 Wahrscheinlichkeitsfunktion 261 ff.
 Wahrscheinlichkeitsverteilung 261
 Wechselwinkel 80
 wegunabhängig 197
 Wendepunkt 160
 Wendetangente 160
 Wertebereich 35, 123
 Wertevorrat 123
 windschief 99
 Windung 166
 – einer Raumkurve 168
 Winkel, doppelter 140
 –, dreifacher 140
 –, halber 140
 Winkel zwischen zwei Geraden 79
 Winkel zwischen zwei Vektoren 95
 Winkelbeschleunigung 185
 Winkelfunktion 136
 Winkelgeschwindigkeit 185
 Winkelhalbierende 82
 Winkelmaß 79
 Winkelpythagoras 54
 Wirbeldichte 194, 202
 WRONSKI-Determinante 212, 214
 Würfel 90

Wurzel 26, 33
 Wurzelfunktion 134
 Wurzelgesetze 26
 Wurzelgleichung 45
 Wurzelkriterium 222
 Wurzelsatz von VIETA 43

X

XOR 16

Z

Zahl, EULERSche 28, 135
 –, ganze 22
 –, irrationale 22
 –, komplexe 30, 33
 –, konjugiert komplexe 30
 –, natürliche 21
 –, rationale 22
 –, reelle 21
 –, rein imaginäre 30
 –, teilerfremde ganze 22
 Zahlen, EULERSche 229
 Zahlenfolge 35
 Zahlengerade 22
 Zahlenreihe 220
 Zahlensystem 20
 –, polyadisches 20
 –, Positionssystem 20
 Zangenregel 127
 Zeiger 30
 Zeilenindex 57
 Zeilensummennorm 62
 Zeilenvektor 57
 Zeitbereich 235
 Zeitfunktion 235 f.
 Zeitreihe 246
 zentraler Grenzwertsatz 265
 Zentralfeld 191
 Zentralwert 247
 Zentriwinkel 86 ff.

Zerfallskonstante 135
 Zerlegung eines Vektors 53
 Zerlegung von Polynomen in Linear-
 faktoren 130
 Ziehen mit Zurücklegen 33
 Ziehen ohne Zurücklegen 33
 Zinsdivisor 38
 Zinsen 38
 Zinseszinsrechnung 38
 Zinsfaktor 38
 Zinsfuß 38 f.
 Zinsperiode 38
 Zinssatz 38
 Zinszahl 38
 Zirkulation eines Vektorfeldes 197,
 202
 Zufall 253
 zufällige Variable 257, 267
 Zufallsexperiment 253
 Zufallsgröße 257
 Zufallsstichprobe 267
 zweidimensionale Urliste 249
 Zweierlogarithmus 28
 Zweiermenge 17
 Zweiersystem 20
 Zweipunkt-Form 95, 98
 zweireihige Determinante 63
 zweiseitiger Test 270
 Z-Winkel 80
 Zwischenstelle 170 f.
 Zwischenwertsatz 129, 154
 zyklische Vertauschungen (zV) 83
 Zykloidenbogen 148
 zyklometrische Funktion 142, 228
 Zylinder 120
 –, elliptischer 117
 –, hyperbolischer 117
 –, parabolischer 117
 Zylinderkoordinaten 74, 165, 182,
 185, 192 ff.
 zylindersymmetrisch 191