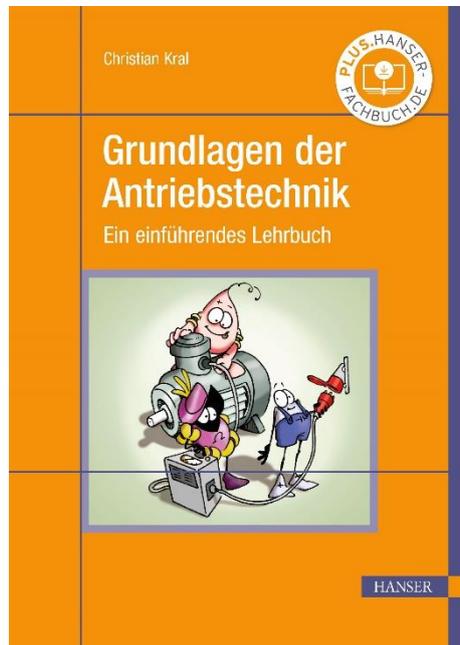


# HANSER



## Leseprobe

zu

## Grundlagen der Antriebstechnik

von Christian Kral

Print-ISBN: 978-3-446-47375-1

E-Book-ISBN: 978-3-446-47820-6

Weitere Informationen und Bestellungen unter

<https://www.hanser-kundencenter.de/fachbuch/artikel/9783446473751>

sowie im Buchhandel

© Carl Hanser Verlag, München

# Vorwort

Zur elektrischen Antriebstechnik gibt es viele gute Bücher auf hohem und damit meist universitärem Niveau. Ebenso gibt es eine Reihe von Lehrbüchern die eine Fülle an Überblickswissen vermitteln, mit wenig Mathematik und Hintergrund. Der Platz dazwischen ist ziemlich leer. Mit diesem Buch soll dieser Platz gefüllt werden, damit der Einstieg in die Antriebstechnik für angehende Ingenieurinnen und Ingenieure gelingt. Dabei folge ich einem einfachen Prinzip: Das grundlegende Verständnis ist das Wichtigste. Es geht um die Grundlagen. Wer die Grundlagen versteht, kann sich alles andere erarbeiten.

Sobald man in die Welt der elektrischen Antriebstechnik eintaucht, betritt man eine neue, fremde Welt. Sich in dieser Welt mit ihren Begriffen und Darstellungen zurechtzufinden ist schwierig. Daher ist es meiner Ansicht nach wichtig, gute Vorstellungen zu entwickeln. Erst wenn ich mir etwas gut vorstellen kann, kann ich es verstehen und dann auch damit arbeiten. Dafür braucht es auch gute Bilder. Einen besonderen Beitrag dazu leisten in diesem Buch die drei Figuren Farad, Henry und Ohm. Sie helfen mit, technische Sachverhalte und Zusammenhänge in Illustrationen zu veranschaulichen und auch ein bisschen unterhaltsam darzustellen.

Ich habe in diesem Lehrbuch die Inhalte oft ausgehend von Bildern entwickelt. Zusätzlich wollte ich ausreichend Erläuterung bereitstellen, ganz im Sinne eines Lehrbuchs. Daher ist dieses Lehrbuch auch sehr textlastig. Um monoton erscheinende Textblöcke zu vermeiden, habe ich die Texte meist stark strukturiert, übersichtlich gestaltet und mit Illustrationen aufgelockert.

Ja, ich bin ein Formalist. Darum ist es mir auch wichtig, Begriffe möglichst klar zu definieren und zu verwenden. Ebenso habe ich eine möglichst einheitliche Bildsprache bei den Ersatzschaltbildern und Diagrammen umgesetzt. Formelzeichen sind in einer möglichst vereinheitlichten Form verwendet, wodurch sich auch einige Abweichungen gegenüber der klassischen Literatur ergeben. So gesehen breche ich auch mit einigen Konventionen zugunsten einer konsistenten Darstellung der Inhalte.

Mein grundsätzlicher Zugang zur elektrischen Antriebstechnik ist sehr mathematisch geprägt. Erst durch die Mathematik verstehe ich persönlich, wie etwas funktioniert. Gleichzeitig weiß ich, dass das so nicht immer zumutbar ist. Dennoch ist es aus meiner Sicht wichtig, grundlegende Berechnungen durchführen zu können, da die mathematischen Gleichungen wesentliche Zusammenhänge verknüpfen und sichtbar machen.

In diesem Lehrbuch finden sich praktisch keine Übungsaufgaben und Rechenbeispiele. Damit Übung jedoch die Meisterin und den Meister macht, gibt es dennoch viele Aufgaben

zu diesem Lehrbuch, die online zur Verfügung stehen. Auf der ersten Seite dieses Buches steht der Code, den Sie einfach auf <https://plus.hanser-fachbuch.de> eingeben. Sie kommen damit zur Online-Plattform, auf der alle Aufgaben in LeTTo bereitgestellt sind. Diese Aufgaben sind frei verfügbar und können daher auch auf dem LeTTo-Server einer beliebigen Bildungseinrichtung uneingeschränkt verwendet und modifiziert werden.

Dieses Buch enthält Fehler, so wie andere Bücher auch. Da ich ein großer Befürworter von transparenten Prozessen bin, gibt es die Möglichkeit, mit mir in Angelegenheiten dieses Lehrbuchs über <https://github.com/christiankral/Grundlagen-der-Antriebstechnik> in Kontakt zu treten. Dazu gehören beispielsweise Fehler, die sich eingeschlichen haben, Unklarheiten, die bereinigt werden sollten, oder Probleme mit LeTTo-Aufgaben. Um auf GitHub ein neues »Issue« zu einem Anliegen zu erstellen, ist es einmalig erforderlich, einen kostenfreien GitHub-Account anzulegen.

Meinem Illustrator und gutem Freund, Michi Fleischmann, danke sehr für die – aus meiner Sicht – grandiose Umsetzung der drei Figuren in den vielen unterschiedlichen Szenen und Situationen. Besonders erfreulich waren immer die Augenblicke, als wieder Illustrationen fertiggestellt waren und in das Manuskript eingearbeitet werden konnten.

Ein großes Dankeschön geht an meine Kollegen Thomas Jäger, Norbert Salomon und Franz Raschbacher für die vollständige und überaus gründliche Durcharbeitung des Manuskripts. Ihre kritischen Anmerkungen haben zu vielen tiefgehenden Diskussionen geführt, die allesamt zum guten Gelingen des Buchs beigetragen haben. Ganz besonders danke ich auch Anton Haumer, Peter Macheiner, Daniel Asch, Wolfgang Brandl und Günter Mika für die inhaltlich wichtigen Rückmeldungen und Gespräche.

Ganz herzlich danke ich meinem Schüler Julian Chirila für seine differenzierte Auseinandersetzung mit den technischen Inhalten und den Formulierungen dieses Lehrbuchs. Seine genauen und kritischen Rückmeldungen waren für mich im Erstellungsprozess des Manuskripts von hohem Wert.

Dank der freundlichen Unterstützung durch viele Firmen, ist es möglich, sehr hochwertige technische Fotos in diesem Lehrbuch zu verwenden. Diese Firmen sind in den Bildunterschriften zu den Fotos genannt. Den Firmen mitsamt ihren Mitarbeitern, die mich tatkräftig unterstützt haben, möchte ich auch ein besonderes Dankeschön aussprechen.

Meinen Lektoren Frank Katzenmayer und Tyll Leyh vom Carl Hanser Verlag danke ich für die stets konstruktive und gute Zusammenarbeit.

Lichtenegg, im Mai 2023

Christian Kral

# Inhalt

Schreibweisen und Gezeichnetes .....	1
<b>1 Grundlegendes Handwerkszeug .....</b>	<b>5</b>
1.1 Trigonometrie .....	5
1.1.1 Winkel .....	6
1.1.2 Rechtwinkeliges Dreieck und Winkelfunktionen .....	7
1.1.3 Allgemeines Dreieck .....	11
1.2 Vektorrechnung .....	12
1.2.1 Zweidimensionale Vektoren .....	12
1.2.2 Dreidimensionale Vektoren .....	14
1.3 Komplexe Rechnung .....	21
1.4 Bezugspfeile .....	25
1.5 Einphasenwechselstrom .....	27
1.5.1 Komplexe Effektivwert-Zeitzeiger .....	27
1.5.2 Impedanz und Admittanz .....	28
1.5.3 Leistungsbegriffe .....	31
1.6 Drehstrom .....	34
1.6.1 Sternschaltung .....	35
1.6.2 Dreieckschaltung .....	36
1.6.3 Leistungsbegriffe .....	36
1.7 Leistungselektronik .....	37
1.7.1 Bauelemente .....	38
1.7.2 Grundlegende Kennwerte periodischer Größen .....	40
<b>2 Mechanik .....</b>	<b>43</b>
2.1 Statik .....	43
2.1.1 Kraft .....	44
2.1.2 Axiome der Statik .....	46

2.1.3	Zentrales ebenes Kraftsystem .....	48
2.1.4	Gewichtskraft .....	48
2.1.5	Äußere und innere Kräfte .....	49
2.1.6	Kraftübertragungselemente .....	51
2.1.7	Auflager .....	52
2.1.8	Drehmoment .....	53
2.1.9	Allgemeines ebenes Kraftsystem .....	56
2.1.10	Steigung .....	56
2.1.11	Reibung .....	58
2.1.12	Statischer Fahrwiderstand .....	61
2.2	Kinetik .....	62
2.2.1	Translatorische Kinetik .....	62
2.2.2	Rotatorische Kinetik .....	68
2.2.3	Elemente translatorischer und rotatorischer Systeme .....	75
2.2.4	Gemischt translatorische und rotatorische Kinetik .....	80
<b>3</b>	<b>Betriebsumfeld .....</b>	<b>81</b>
3.1	Klassifikation .....	82
3.2	Ausführungsformen .....	84
3.2.1	Baugröße und Flanschgröße .....	84
3.2.2	International Mounting .....	85
3.2.3	Schutzart .....	86
3.3	Verluste, Erwärmung, Kühlung .....	87
3.3.1	Verluste in elektrischen Maschinen .....	87
3.3.2	Verluste in Leistungselektronik .....	88
3.3.3	Wirkungsgradklassen von Drehstrommotoren .....	89
3.3.4	Wärmetransport und Wärmespeicherung .....	90
3.3.5	Wärmeklasse .....	93
3.3.6	Betriebsarten elektrischer Maschinen .....	94
3.3.7	Überlast .....	96
3.3.8	Kühlung elektrischer Maschinen .....	98
3.4	Typenschild .....	101
3.5	Normen .....	102
<b>4</b>	<b>Magnetfeld .....</b>	<b>107</b>
4.1	Feldvektoren .....	107
4.2	Magnetischer Widerstand .....	109
4.3	Durchflutungssatz .....	111
4.4	Induktionsgesetz .....	113

4.5	Induktivität .....	119
4.6	Lorentzkraft .....	119
4.7	Eisenverluste .....	120
<b>5</b>	<b>Einphasen-Transformator .....</b>	<b>123</b>
5.1	Idealer Transformator .....	123
5.1.1	Physikalisches Modell .....	123
5.1.2	Bauformen, Aufbau und Begriffe .....	127
5.1.3	Transformation von Impedanzen .....	130
5.2	Realer Transformator .....	131
5.2.1	Physikalisches Modell .....	131
5.2.2	Bemessungsgrößen .....	133
5.2.3	Allgemeiner Belastungszustand .....	134
5.3	Kurzschlussimpedanz .....	135
5.3.1	Kappsches Dreieck .....	137
5.3.2	Spannungsänderung bei Belastung .....	138
5.3.3	Kurzschlussspannung .....	139
5.3.4	Dauerkurzschlussstrom .....	140
5.4	Parameterbestimmung .....	140
5.4.1	Kurzschlussversuch .....	141
5.4.2	Leerlaufversuch .....	142
5.4.3	Typenschild .....	144
5.4.4	Leistungsbilanz und Wirkungsgrad .....	144
5.5	Besondere Ausführungsformen .....	146
5.5.1	Dreiwicklungs-Transformator .....	147
5.5.2	Transformator mit Anzapfung .....	147
5.5.3	Spannungswandler .....	148
5.5.4	Stromwandler .....	149
5.5.5	Spartransformator .....	150
5.5.6	HGÜ-Transformator .....	152
5.6	Besonderheiten .....	153
5.6.1	Parallelbetrieb .....	153
5.6.2	Magnetisierungsstrom .....	154
5.6.3	Einschaltstromstoß .....	155
5.6.4	Stoßkurzschlussstrom .....	156

<b>6</b>	<b>Drehstrom-Transformator</b> .....	<b>157</b>
6.1	Aktivteil .....	157
6.1.1	Eisenkern .....	157
6.1.2	Wicklung .....	160
6.2	Kühlung .....	162
6.3	Wicklungsverschaltung .....	164
6.3.1	Klemmenbezeichnung .....	165
6.3.2	Bemessungsgrößen .....	166
6.3.3	Spannungsübersetzung .....	167
6.3.4	Schaltgruppe .....	167
6.4	Typenschild .....	172
6.5	Ersatzschaltbild .....	173
6.5.1	Idealer Transformator .....	174
6.5.2	Transformator mit Kurzschlussimpedanz .....	175
6.6	Asymmetrische Belastung .....	175
6.6.1	Übersicht .....	176
6.6.2	Einphasig belasteter Yyn-Transformator .....	176
6.7	Besonderheiten .....	178
6.7.1	Parallelbetrieb .....	178
6.7.2	Verteiltransformator mit Laststufenschalter .....	179
6.7.3	Dreiwicklungs-Transformator .....	181
6.7.4	Phasenschieber-Transformator .....	181
6.7.5	Prüfung .....	184
<b>7</b>	<b>Gleichstrommaschine</b> .....	<b>185</b>
7.1	Aufbau und Wirkungsweise .....	185
7.1.1	Prinzip .....	186
7.1.2	Technische Umsetzung .....	191
7.1.3	Ankerwicklung .....	194
7.1.4	Erregerwicklung .....	195
7.1.5	Feldverteilung .....	196
7.1.6	Kommutierung und Wendepolwicklung .....	199
7.1.7	Ankerrückwirkung .....	201
7.2	Modellbildung .....	203
7.2.1	Klemmenbezeichnung .....	203
7.2.2	Symbole und Schaltungen .....	204
7.2.3	Modell und Ersatzschaltbild .....	206
7.2.4	Leistungsbilanz .....	210

7.2.5	Typenschild und Bemessungsgrößen .....	214
7.2.6	Berechnete Bemessungsgrößen .....	214
7.2.7	Bauvolumen .....	215
7.3	Betriebsverhalten .....	216
7.3.1	Ein- und Ausschalten .....	216
7.3.2	Permanentmagnetmaschine .....	217
7.3.3	Vier-Quadranten-Betrieb .....	221
7.3.4	Fremderregte Gleichstrommaschine .....	223
7.3.5	Wirksame Windungszahl .....	227
7.3.6	Nebenschlussgenerator .....	229
7.3.7	Reihenschlussmaschine .....	230
7.3.8	Universalmaschine .....	231
<b>8</b>	<b>Gleichstromsteller .....</b>	<b>233</b>
8.1	Tiefsetzsteller .....	233
8.2	H-Brücke .....	237
<b>9</b>	<b>Netzgeführter Gleichrichter .....</b>	<b>241</b>
9.1	M1U-Gleichrichter .....	242
9.2	M1C-Gleichrichter .....	244
9.3	B2U-Gleichrichter .....	246
9.4	B2C-Gleichrichter .....	248
9.5	B6U-Gleichrichter .....	251
9.6	B6C-Gleichrichter .....	253
<b>10</b>	<b>Drehfeldmaschine .....</b>	<b>257</b>
10.1	Grundlegende Eigenschaften .....	258
10.2	Erzeugung eines Drehfelds .....	259
10.2.1	Rotierender Permanentmagnet .....	260
10.2.2	Drehfeld einer Drehstromwicklung .....	262
10.2.3	Ideale Drehfeldmaschine .....	264
10.2.4	Reale Drehfeldmaschine .....	265
10.3	Drehstromwicklung .....	266
10.3.1	Kenngrößen .....	268
10.3.2	Typenschild .....	272
10.3.3	Berechnete Bemessungsgrößen .....	273
10.3.4	Klemmenkasten .....	274
10.3.5	Polumschaltbare Wicklung .....	274
10.4	Raumzeiger .....	275

10.4.1	Rücktransformation .....	278
10.4.2	Leistung und Drehmoment .....	278
10.4.3	Bezogene Raumzeiger .....	279
10.5	Bauvolumen .....	280
<b>11</b>	<b>Asynchronmaschine .....</b>	<b>281</b>
11.1	Aufbau .....	281
11.1.1	Kurzschlussläufer .....	281
11.1.2	Schleifringläufer .....	284
11.2	Grundlegende Eigenschaften .....	286
11.2.1	Wirkungsweise .....	286
11.2.2	Ersatzschaltbild .....	288
11.2.3	Eigenschaften des Drehfelds .....	290
11.2.4	Typenschild und Bemessungsgrößen .....	291
11.2.5	Leistungsbilanz .....	292
11.3	Vereinfachtes Ersatzschaltbild .....	295
11.3.1	Leistung und Verluste .....	295
11.3.2	Streuung und Rotorzeitkonstante .....	296
11.3.3	Bemessungsgrößen .....	297
11.4	Asynchronmaschine mit Kurzschlussläufer am Netz .....	297
11.4.1	Statorstromortskurve .....	298
11.4.2	Betriebskennlinien .....	301
11.4.3	Stromverdrängung und Netzanlauf .....	307
11.4.4	Strombegrenzung beim Netzanlauf .....	311
11.4.5	Drehzahlstellung .....	315
11.5	Parameterbestimmung .....	316
11.5.1	Kurzschlussversuch .....	316
11.5.2	Leerlaufversuch .....	318
11.5.3	Übersetzungsverhältnis .....	320
11.6	Asynchronmaschine mit Kurzschlussläufer am Stromrichter .....	320
11.6.1	Ersatzschaltbild .....	321
11.6.2	Betriebskennlinien .....	322
11.6.3	Grenzkennlinien .....	325
11.6.4	Vergleich Netz- und Stromrichterbetrieb .....	328
11.7	Asynchronmaschine mit Schleifringläufer am Netz .....	329
11.7.1	Externe Rotorwiderstände .....	330
11.7.2	Betriebskennlinien .....	330
11.8	Doppelt gespeiste Asynchronmaschine .....	332

11.8.1	Leistungsbilanz .....	333
11.8.2	Vergleich von Schleifringläufer-Maschinen mit externen Rotorwiderständen und doppelter Speisung .....	335
11.9	Einphasen-Asynchronmaschine .....	336
11.9.1	Drehstromasynchronmaschine im einphasigen Betrieb .....	337
11.9.2	Asynchronmaschine mit Haupt- und Hilfswicklung .....	338
<b>12</b>	<b>Synchronmaschine .....</b>	<b>339</b>
12.1	Aufbau .....	340
12.1.1	Vollpolläufer mit elektrischer Erregung .....	341
12.1.2	Schenkelpolläufer mit elektrischer Erregung .....	343
12.1.3	Erregersystem .....	345
12.1.4	Permanentmagnetläufer .....	347
12.1.5	Reluktanzläufer .....	349
12.2	Grundlegende Eigenschaften .....	349
12.2.1	Rotorfestes Koordinatensystem .....	349
12.2.2	Ersatzschaltbild bei magnetisch symmetrischem Rotor .....	351
12.2.3	Leistungsbilanz .....	353
12.2.4	Vereinfachtes Ersatzschaltbild bei magnetisch symmetrischem Rotor ..	356
12.3	Vollpolmaschine am Netz .....	356
12.3.1	Typenschild und Bemessungsgrößen .....	356
12.3.2	Polradwinkel .....	357
12.3.3	Betriebszustände .....	358
12.3.4	Zeigerdiagramme .....	360
12.3.5	Betriebskennlinien .....	362
12.3.6	Synchronisierung .....	367
12.4	Vollpolgenerator im Inselbetrieb .....	368
12.5	Schenkelpolmaschine am Netz .....	369
12.5.1	Vereinfachte Gleichungen .....	369
12.5.2	Betriebskennlinien .....	370
12.6	Kennlinien bei variabler Erregung .....	372
12.6.1	Leerlaufversuch .....	372
12.6.2	Kurzschlussversuch .....	373
12.6.3	Leerlauf-Kurzschlussverhältnis .....	374
12.7	Permanentmagnet-Maschine am Stromrichter .....	375
12.7.1	Vereinfachte Gleichungen .....	375
12.7.2	Feldorientierte Regelung .....	377
12.7.3	Betriebskennlinien .....	378

12.7.4	Grenzkennlinien .....	382
12.7.5	Bürstenlose Gleichstrommaschine .....	383
12.8	Synchronmaschine mit Reluktanzläufer am Stromrichter .....	383
12.8.1	Betriebeigenschaften .....	384
12.8.2	Betriebskennlinien .....	384
12.8.3	Vergleich mit Kurzschlussläufer-Asynchronmaschine .....	386
<b>13</b>	<b>Selbstgeführter Stromrichter .....</b>	<b>387</b>
13.1	Maschinenstromrichter .....	388
13.2	Pulsmuster .....	391
13.2.1	Vollblockbetrieb .....	392
13.2.2	Unterschwingungsverfahren .....	393
13.2.3	Raumzeigermodulation .....	397
13.3	Netzstromrichter .....	399
<b>A</b>	<b>Technologievergleich .....</b>	<b>403</b>
A.1	Vergleich von elektrischen Maschinen .....	403
A.2	Vergleich von Netzgleichrichtern für den Umrichterbetrieb .....	405
	<b>Literatur .....</b>	<b>407</b>
	<b>Stichwortverzeichnis .....</b>	<b>411</b>

Der Luftwiderstandsbeiwert gibt dabei an, wie aerodynamisch ein Fahrzeug ist. Je stromlinienförmiger ein Fahrzeug ist, desto kleiner ist sein Luftwiderstandsbeiwert. Der Luftwiderstand wirkt gegen die Bewegungsrichtung.

Für eine Bewegung in die negative  $x$ -Richtung müssen in den Gln. (2.19) und (2.20) die Richtungsvektoren von  $(-\vec{e}_x)$  auf  $\vec{e}_x$  geändert werden.

**Steigungswiderstand.** Unter dem Steigungswiderstand verstehen wir die Tangential-Gewichtskraft aus Gl. (2.8):

$$\vec{F}_{GT} = m \cdot g \cdot \sin(\beta) \cdot (-\vec{e}_x) \quad (2.21)$$

Der Steigungswiderstand ist beim Bergauffahren ( $\beta > 0$ ) in die negative  $x$ -Richtung und beim Bergabfahren ( $\beta < 0$ ) in die positive  $x$ -Richtung gerichtet. Beim Fahren in der horizontalen Ebene ( $\beta = 0$ ) ist der Steigungswiderstand gleich null.

**Statischer Fahrwiderstand.** Die Summe aus Roll-, Luft- und Steigungswiderstand ergibt den statischen Fahrwiderstand:

$$\vec{F}_F = \vec{F}_R + \vec{F}_L + \vec{F}_T \quad (2.22)$$

Im statischen Gleichgewicht bei konstanter Geschwindigkeit gilt für die Antriebskraft  $\vec{F}_A$  und den Fahrwiderstand  $\vec{F}_F$ :

$$\vec{F}_A + \vec{F}_F = \vec{0} \text{ N} \quad (2.23)$$

## ■ 2.2 Kinetik

Die Kinetik behandelt die Bewegung von Körpern unter dem Einfluss von Kräften und Drehmomenten. Wir unterscheiden im Rahmen dieses Kapitels nur zwei unterschiedliche Bewegungsformen:

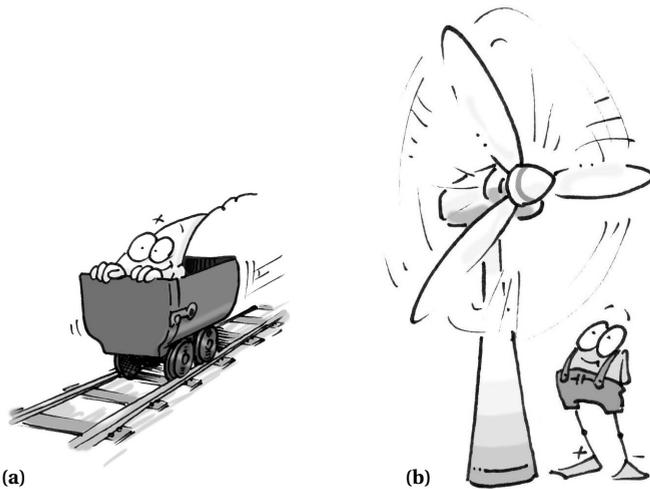
**Eindimensionale translatorische Bewegung.** Alle Punkte eines Körpers weisen dieselbe Geschwindigkeit auf und bewegen sich in nur einer Richtung – daher nennen wir die Bewegungsform eindimensional, wie in Bild 2.19a.

**Eindimensionale rotatorische Bewegung.** Ein Körper rotiert ausschließlich um eine feste Rotationsachse, wie in Bild 2.19b.

### 2.2.1 Translatorische Kinetik

Zunächst betrachten wir die Begriffe Ort bzw. Weg, Geschwindigkeit und Beschleunigung. Im nächsten Schritt behandeln wir die mechanische Leistung und die kinetische Energie. Danach beziehen wir die Trägheit der Masse in unsere Betrachtungen mit ein und erweitern damit die statische Betrachtungsweise auf die Kinetik.

Die allgemeine Bewegung eines Körpers im Raum schränken wir in diesem Buch auf die Bewegung entlang einer Koordinatenachse der  $x$ - $y$ -Ebene ein. Die damit einhergehenden Vektoren des Orts, der Geschwindigkeit und der Beschleunigung bestehen daher nur aus einer  $x$ - oder einer  $y$ -Koordinate, während die übrigen Koordinaten stets null sind.



**Bild 2.19** (a) Eindimensionale translatorische Bewegung wie auf Schienen, (b) eindimensionale rotatorische Bewegung um eine Rotationsachse

## Ort

Zeichen	Einheit	Größe	Quantity
$s$	m	Ort	Position

Der Ort beschreibt die Position eines Körpers. Konkret werden wir für alle grundlegenden Betrachtungen die Bewegung auf die  $x$ -Richtung beziehen. Der Ortsvektor

$$\vec{s} = \begin{pmatrix} s \\ 0 \text{ m} \\ 0 \text{ m} \end{pmatrix} = s \cdot \vec{e}_x \quad (2.24)$$

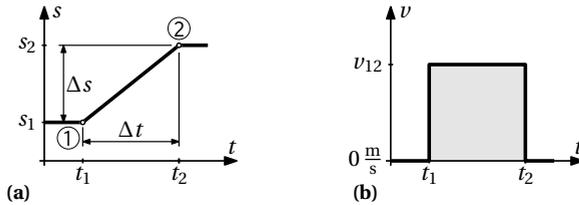
weist daher nur eine  $x$ -Koordinate – wir nennen sie schlicht  $s$  – auf. Sollten wir einmal Bewegungen nur in der  $y$ -Richtung untersuchen, so müssen wir im Vektor eine Variable für den Ort in der  $y$ - statt der  $x$ -Koordinate berücksichtigen.

## Geschwindigkeit

Zeichen	Einheit	Größe	Quantity
$v$	m/s	Geschwindigkeit	Velocity

Die Geschwindigkeit – etwa eines Fahrzeugs – in  $x$ -Richtung kann als Vektor

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} v \\ 0 \text{ m/s} \\ 0 \text{ m/s} \end{pmatrix} = v \cdot \vec{e}_x \quad (2.25)$$



**Bild 2.20** (a) Verlauf des Wegs  $s$  als Funktion der Zeit  $t$ , (b) Verlauf der Geschwindigkeit  $v$  als Funktion der Zeit  $t$

dargestellt werden. Unter Geschwindigkeit verstehen wir die Wegänderung nach der Zeit. Wenn sich innerhalb des Zeitintervalls  $\Delta t$  die  $x$ -Koordinate des Wegs um  $\Delta s$  ändert, dann beträgt die  $x$ -Koordinate der Geschwindigkeit:

$$\boxed{v = \frac{\Delta s}{\Delta t}} \quad (2.26)$$

Ändert sich der Weg in einem bestimmten Zeitbereich nicht, so ist die zugehörige Geschwindigkeit in diesem Zeitbereich gleich null. In Bild 2.20a ist dies an einem Beispiel für  $t < t_1$  und  $t > t_2$  dargestellt. Im gesamten Zeitbereich  $t_1 < t < t_2$  ändert sich hingegen der Weg linear<sup>4</sup>. Insgesamt ändert sich der Weg ausgehend von  $s_1$  auf  $s_2$  und daher gilt:

$$v_{12} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1} \quad (2.27)$$



Für die Weg- und die Zeitänderung rechnen wir immer Endpunkt (hier ②) minus Anfangspunkt (hier ①).

Nachdem die Wegänderung im gesamten Zeitbereich  $t_1 < t < t_2$  linear ist, ist die Geschwindigkeit  $v$  in diesem Zeitbereich konstant und gleich dem in Gl. (2.27) berechneten Wert. Dies ist auch in Bild 2.20b dargestellt. Außerhalb dieses Zeitbereichs ist die Wegänderung jeweils gleich null und damit ist auch die Geschwindigkeit dort gleich null. Zu den Zeitpunkten  $t_1$  und  $t_2$  springt die Geschwindigkeit, d. h. sie weist eine Unstetigkeitsstelle auf.

Umgekehrt kann die Wegänderung  $\Delta s$  zwischen den Zeitpunkten  $t_1$  und  $t_2$  dadurch berechnet werden, dass man die grau unterlegte Fläche zwischen Geschwindigkeit und Zeitachse in Bild 2.20b – zwischen  $t_1$  und  $t_2$  – bestimmt. Diese Vorgehensweise funktioniert allgemein und nicht nur für das dargestellte Beispiel, in dem die grau unterlegte Fläche  $\Delta s = s_2 - s_1 = v_{12} \cdot (t_2 - t_1)$  beträgt.



Die **Fläche zwischen der Kurve der Geschwindigkeit** und der **Zeitachse** zwischen  $t_1$  und  $t_2$  ist **gleich der Wegänderung** zwischen  $t_1$  und  $t_2$ . Dabei müssen wir Flächen oberhalb der Kurve positiv und jene unterhalb der Kurve negativ zählen.

<sup>4</sup> Die sprunghafte Änderung der Geschwindigkeit ist physikalisch nicht möglich und stellt daher eine vereinfachte Betrachtung dar.



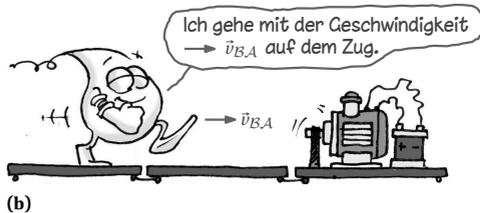
Zusätzlich ist es wichtig zu verstehen, dass **aus** der Kurve der **Geschwindigkeit** nur die **Wegdifferenz**  $\Delta s = s_2 - s_1$  bestimmt werden kann, nicht aber die Größen  $s_1$  und  $s_2$  selbst. Sollten wir jedoch entweder  $s_1$  oder  $s_2$  kennen, so können wir die jeweils andere Größe sehr wohl berechnen.

## Relativgeschwindigkeit

Spätestens seit der Relativitätstheorie wissen wir, dass es keine absoluten Systeme der Beobachtung gibt. Wir wollen Geschwindigkeiten deutlich unter der Lichtgeschwindigkeit betrachten, und kommen dadurch mit einer recht konventionellen Betrachtungsweise aus.

In einem *Bezugssystem* in Bild 2.21 befindet sich Farad, der neben den dargestellten Bahngleisen stillsteht. An Farad fährt ein Zug vorbei, den wir als System  $\mathcal{A}$  bezeichnen. Der Zug fährt mit der Geschwindigkeit  $\vec{v}_A$  aus Sicht von Farad im Bezugssystem.

Auf dem Zug befindet sich Henry, der sich mit der Geschwindigkeit  $\vec{v}_{B,A}$  relativ zum Zug bewegt. Es handelt sich dabei um die subjektiv von Henry wahrgenommene Geschwindigkeit, mit der Henry auf dem Zug geht. Wenn der Zug geschlossen und ohne Fenster wäre,



**Bild 2.21** (a) Der Zug bewegt sich mit der Geschwindigkeit  $\vec{v}_A$  gegenüber Farad, (b) Henry bewegt sich mit der Relativgeschwindigkeit  $\vec{v}_{B,A}$  auf dem Zug, (c) Henry bewegt sich relativ zu Farad mit der Geschwindigkeit  $\vec{v}_B$

würde Henry im Idealfall gar nicht feststellen können, dass er sich in einem sich bewegendem Zug befindet.

Wenn Farad nun Henry im Zug beobachtet, so nimmt er Henrys Geschwindigkeit  $\vec{v}_{B,A}$  zusätzlich zur Geschwindigkeit  $\vec{v}_A$  des Zugs wahr. Die Geschwindigkeit von Henry (System  $\mathcal{B}$ ) aus Farads Sicht im Bezugssystem beträgt daher:

$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{B,A} \quad (2.28)$$

## Beschleunigung



**Zeichen**  
 $a$

**Einheit**  
 $\text{m/s}^2$

**Größe**  
Beschleunigung

**Quantity**  
Acceleration

Wir betrachten beim Beschleunigungsvektor

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} a \\ 0 \text{ m/s}^2 \\ 0 \text{ m/s}^2 \end{pmatrix} = a \cdot \vec{e}_z \quad (2.29)$$

nachfolgend nur die  $x$ -Koordinate, die wir hier mit  $a$  bezeichnen, und die gleich der zeitlichen Änderung der Geschwindigkeit ist. Formal gehen wir mit diesen Begriffen wie mit der Geschwindigkeit um: Ändert sich innerhalb eines Zeitintervalls  $\Delta t$  die Geschwindigkeit um  $\Delta v$ , so berechnen wir in diesem Zeitintervall die Beschleunigung gemäß:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad (2.30)$$

Wenn in einem Zeitabschnitt die Geschwindigkeitsänderung linear ist, dann ist in diesem Zeitbereich die Beschleunigung konstant. Am Beispiel von dem in Bild 2.22a dargestellten Geschwindigkeitsverlauf ergibt sich im Zeitabschnitt  $t_1 < t < t_2$  die konstante Beschleunigung:

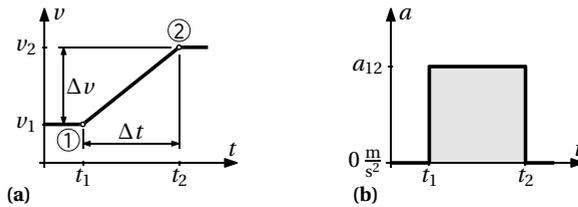
$$a_{12} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} \quad (2.31)$$

In den Bereichen konstanter Geschwindigkeit ist folglich auch die in Bild 2.22b gezeigte Beschleunigung gleich null.

Aus der Beschleunigung zwischen den Zeitpunkten  $t_1$  und  $t_2$  kann man jedoch auch die Geschwindigkeitsänderung  $\Delta v$  berechnen. Diese ergibt sich allgemein aus der Fläche zwischen der Beschleunigung und der Zeitachse. In Bild 2.22b ist diese Fläche grau unterlegt und aufgrund ihrer Rechteckform einfach zu  $\Delta v = v_2 - v_1 = a_{12} \cdot (t_2 - t_1)$  berechenbar.

## Trägheit

Wir denken uns alle Masse eines Körpers in einen Punkt – dem Schwerpunkt – konzentriert. Nach wie vor gelten dafür die Axiome der Statik aus Abschnitt 2.1.2. Zusätzlich zum Trägheitsaxiom gilt, dass die Summe aller an einem Körper angreifenden Kraftvektoren –



**Bild 2.22** (a) Verlauf des Wegs  $s$  als Funktion der Zeit  $t$ , (b) Verlauf der Geschwindigkeit  $v$  als Funktion der Zeit  $t$

hier repräsentiert als Summe aller Kräfte mit dem Index  $k$  – gleich der Masse mal dem Beschleunigungsvektor ist:

$$\sum_k \vec{F}_k = m \cdot \vec{a} \quad (2.32)$$

Diese Vektorgleichung können wir in den meisten hier untersuchten Aufgaben vereinfachen, etwa, wenn wir nur Bewegungen in der  $x$ -Richtung mit  $\vec{F}_k = F_k \cdot \vec{e}_x$  und  $\vec{a} = a \cdot \vec{e}_x$  untersuchen. In diesem Fall wird aus der Vektorgleichung eine einzelne skalare Gleichung der  $x$ -Koordinate:

$$\sum_k F_k = m \cdot a \quad (2.33)$$

## Leistung



**Zeichen**  
 $P$

**Einheit**  
W

**Größe**  
Leistung

**Quantity**  
Power

Die Leistung an einem translatorisch bewegten Körper ergibt sich aus dem inneren Produkt des in Summe angreifenden Kraftvektors  $\vec{F}$  sowie des Geschwindigkeitsvektors  $\vec{v}$ :

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v} \quad (2.34)$$

Betrachten wir nur Bewegungen in Richtung der  $x$ -Koordinate, so wird aus der Leistungsgleichung mit  $\vec{F} = F \cdot \vec{e}_x$  und  $\vec{v} = v \cdot \vec{e}_x$ :

$$P = F \cdot v \quad (2.35)$$

## Energie



**Zeichen**  
 $E$

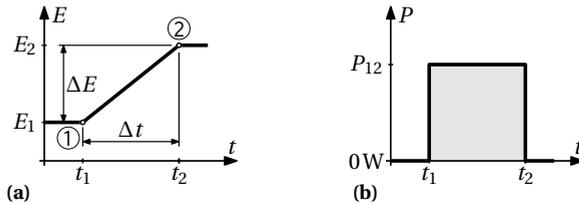
**Einheit**  
J

**Größe**  
Energie, Arbeit

**Quantity**  
Energy, work



Das Einheitenzeichen J steht für »Joule«.  
 $J = Ws$  »Wattsekunde«, also »Watt« mal »Sekunde«.



**Bild 2.23** (a) Verlauf der Energie  $E$  als Funktion der Zeit  $t$ , (b) zugehörige Leistung  $P$  als Funktion der Zeit  $t$

Wenn innerhalb des Zeitintervalls  $\Delta t$  die Leistung  $P$  umgesetzt wird, dann beträgt die zugehörige Änderung der Energie bzw. Arbeit:

$$\boxed{\Delta E = P \cdot \Delta t} \quad (2.36)$$

Die Gültigkeit dieser Gleichung lässt sich an einem einfachen Beispiel veranschaulichen. Der elektrische Energiezähler in einem Haushalt zeigt zu einem bestimmten Zeitpunkt  $t_1$  die Energiemenge  $E_1$  wie in Bild 2.23a. Es ist offensichtlich, dass, wenn keine Leistung verbraucht wird, sich die verbrauchte Energiemenge nicht *ändert*, also konstant bleibt. Wenn hingegen zwischen den Zeitpunkten  $t_1$  und  $t_2$  die konstante Leistung  $P_{12}$  verbraucht wird, so *ändert* sich die verbrauchte Energiemenge bis zum Zeitpunkt  $t_2$  um:

$$\Delta E = E_2 - E_1 = P_{12} \cdot (t_2 - t_1) \quad (2.37)$$

Aufgrund der im Zeitbereich  $t_1 < t < t_2$  konstanten Leistung  $P_{12}$  ist die Energieänderung in diesem Zeitbereich linear. Diese Energiemenge entspricht der grau unterlegten Fläche in Bild 2.23b.

## Kinetische Energie

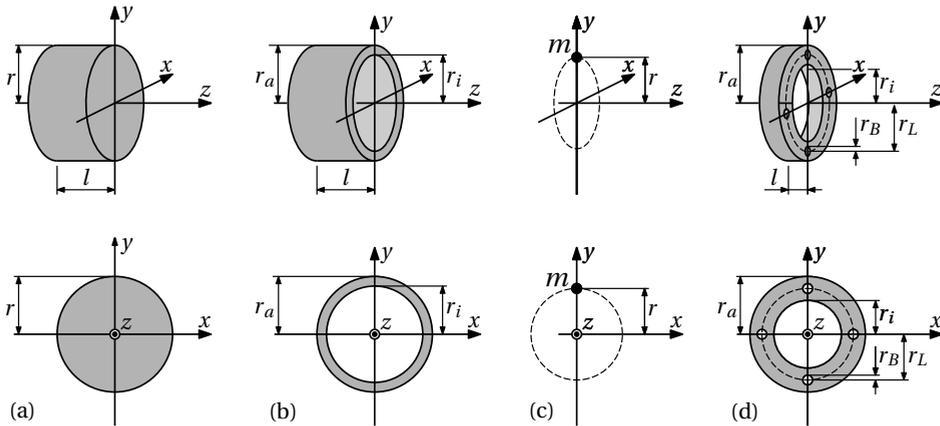
Wenn wir eine Masse  $m$  ausgehend von der Geschwindigkeit null auf die Geschwindigkeit  $v$  bringen, so müssen wir die Energie

$$\boxed{E = m \cdot \frac{v^2}{2}} \quad (2.38)$$

aufbringen.

### 2.2.2 Rotatorische Kinetik

Wir betrachten nachfolgend die Rotation von Körpern um nur eine Achse. Was die Masse als Maß für die Trägheit eines translatorischen Systems war, ist im Falle eines rotatorischen Systems das *Massenträgheitsmoment*.



**Bild 2.24** (a) Vollzylinder, (b) Hohlzylinder, (c) Punktmasse und (d) Flansch

## Berechnung von Massenträgheitsmomenten



### Zeichen

$J$

$\rho$

### Einheit

$\text{kg} \cdot \text{m}^2$

$\text{kg}/\text{m}^3$

### Größe

Massenträgheitsmoment,  
Trägheitsmoment

Massedichte, Dichte

### Quantity

Moment of inertia,  
inertia

Mass density, density

Wir werden nachfolgend ausschließlich die Massenträgheitsmomente von Punktmassen und von zylindrischen, homogenen<sup>5</sup> Körpern betrachten, die entlang der Zylinderachse rotieren. Die Zylinderachse in Bild 2.24a, b und d ist die  $z$ -Achse. Nachfolgend verwenden wir zusätzliche Indizes für die zu berechnenden Massenträgheitsmomente, Volumina und Massen, um die betrachteten Körper voneinander zu unterscheiden.

**Vollzylinder.** Für die Berechnung des Massenträgheitsmoments benötigen wir im ersten Schritt das Volumen  $V$  des Körpers. Für den Vollzylinder (Index  $V$ ) aus Bild 2.24a mit dem Radius  $r$  und der Länge  $l$  berechnen wir das Volumen aus Grundfläche mal Länge:

$$V_V = r^2 \cdot \pi \cdot l \quad (2.39)$$

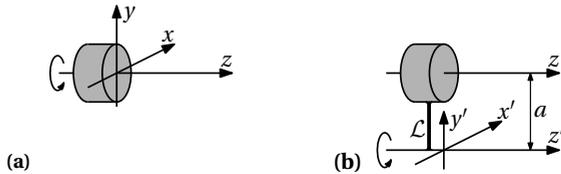
Aus der Massedichte  $\rho$  und dem Volumen berechnen wir die Masse:

$$m_V = \rho \cdot V_V \quad (2.40)$$

Für das Massenträgheitsmoment des Vollzylinders erhalten wir:

$$J_V = m_V \cdot \frac{r^2}{2} = \rho \cdot \frac{r^4}{2} \cdot \pi \cdot l \quad (2.41)$$

<sup>5</sup> Homogen bedeutet, dass alle Punkte (eines Körpers) die gleichen Eigenschaften aufweisen, etwa dieselbe Massedichte  $\rho$ .



**Bild 2.25** (a) Zylinder mit dem Massenträgheitsmoment  $J$  rotiert um Achse  $z$  der Zylindersymmetrie, (b) derselbe Zylinder rotiert in einem festen Abstand  $a$  um die Rotationsachse  $z'$ , wodurch sich sein Massenträgheitsmoment auf  $J' = J + m \cdot a^2$  vergrößert; der Zylinder sei mit der praktisch massefreien Stange  $\mathcal{L}$  auf Abstand gehalten

**Addition von Massenträgheitsmomenten.** Wenn mehrere Massenträgheitsmomente um eine gemeinsame Achse rotieren, so können wir das gesamt wirksame Massenträgheitsmoment durch Addition der einzelnen Massenträgheitsmomente bestimmen.

**Subtraktion von Massenträgheitsmomenten.** Wenn beispielsweise ein Zylinder mit kleinerem Durchmesser  $r_i$  aus einem Zylinder mit größerem Durchmesser  $r_a$  symmetrisch ausgeschnitten wird, so entsteht ein Hohlzylinder. Das gesamt wirksame Massenträgheitsmoment dieses Hohlzylinders wird dadurch gewonnen, indem man das Massenträgheitsmoment des herausgetrennten inneren Zylinders vom Massenträgheitsmoment des äußeren Zylinders subtrahiert.

**Hohlzylinder.** Das Volumen des Hohlzylinders (Index  $H$ ) aus Bild 2.24b berechnen wir dadurch, dass wir vom Volumen des äußeren Vollzylinders mit dem Radius  $r_a$  das Volumen des inneren Vollzylinders mit dem Radius  $r_i$  abziehen:

$$V_H = (r_a^2 - r_i^2) \cdot \pi \cdot l \quad (2.42)$$

Nachdem wir die Masse

$$m_H = \rho \cdot V_H \quad (2.43)$$

bestimmt haben, ermitteln wir das Massenträgheitsmoment zu:

$$J_H = m_H \cdot \frac{r_a^2 + r_i^2}{2} = \rho \cdot \frac{r_a^4 - r_i^4}{2} \cdot \pi \cdot l \quad (2.44)$$

**Steinerscher Satz.** Die Massenträgheitsmomente aus den Gln. (2.41) und (2.44) setzen voraus, dass die Rotationsachse gleich der Zylinderachse ist. In technischen Anwendungen haben wir jedoch auch mitunter Fälle, in denen die Rotationsachse  $z'$  um den Abstand  $a$  zur Achse der Zylindersymmetrie  $z$  parallel verschoben ist, wie das in Bild 2.25 dargestellt ist. In diesem Fall berechnen wir das Massenträgheitsmoment bezüglich der Achse  $z'$  mit dem *Steinerschen Satz*:

$$J' = J + m \cdot a^2 \quad (2.45)$$

In dieser Gleichung ist  $m$  die Masse des betrachteten Zylinders oder Hohlzylinders und  $J$  dessen Massenträgheitsmoment um die Achse  $z$ .

**Punktmasse.** Wenn die Punktmasse  $m$  mit dem Abstand  $r$  um die Rotationsachse  $z$  rotiert, so beträgt das Massenträgheitsmoment dieser Punktmasse:

$$J_m = m \cdot r^2 \quad (2.46)$$

**Flansch.** Der Flansch (Index  $F$ ) in Bild 2.24d ist ein Hohlzylinder mit kurzer Länge  $l$ , der zusätzlich mit symmetrisch angeordneten Bohrungen – hier sind es  $b = 4$  Bohrungen – versehen ist, die jeweils den Bohrungsdurchmesser  $r_B$  aufweisen. Die Mittelpunkte dieser Bohrungen liegen regelmäßig auf einem Kreis, dem Lochkreis mit dem Radius  $r_L$ . Für das Massenträgheitsmoment eines Flansches mit  $b$  Bohrungen berechnen wir:

- Das Massenträgheitsmoment  $J_H$  des Hohlzylinders gemäß Gl. (2.44)
- Die Masse eines Bohrkörpers (jenes zylindrischen Körpers, der aus dem Flansch ausgebohrt wird):

$$m_B = \rho \cdot r_B^2 \cdot \pi \cdot l \quad (2.47)$$

- Das Massenträgheitsmoment eines Bohrkörpers, bezogen auf seine eigene Achse der Zylindersymmetrie:

$$J_B = \rho \cdot \frac{r_B^4}{2} \cdot \pi \cdot l \quad (2.48)$$

Vom Massenträgheitsmoment  $J_H$  subtrahieren wir dann im nächsten Schritt insgesamt  $b$  Stück Bohrkörper, die mit dem Steinerschen Satz auf den Lochkreis transformiert wurden:

$$J_F = J_H - b \cdot (J_B + m_B \cdot r_L^2) \quad (2.49)$$

## Winkel

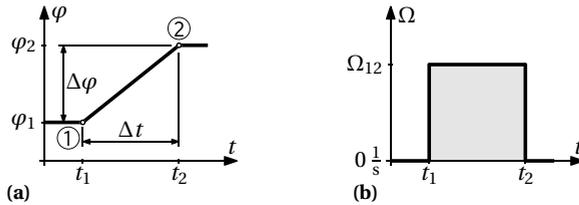
Zeichen	Einheit	Größe	Quantity
$\varphi$	rad	Winkel	Angle

Der kleine griechische Buchstabe  $\varphi$  wird »phi« gesprochen.

Die Einheit rad steht für »Radiant« und ist streng genommen keine separate Einheit, sondern physikalisch die Einheit 1.

Eine Drehung bzw. Verdrehung im mathematisch positiven Sinn repräsentieren wir über einen positiven Winkel bzw. Verdrehwinkel  $\varphi$ . Anstelle der Einheit rad verwenden wir oft auch die nicht-kohärente Einheit Grad ( $^\circ$ ) unter Berücksichtigung von  $360^\circ = 2 \cdot \pi$ .

Streng genommen müssen wir den Winkel ebenfalls als eine vektorielle Größe darstellen. Damit können wir ausdrücken, um welche Achse die Verdrehung stattfindet. Da wir hier nur Rotationen um die  $z$ -Achse betrachten, gilt  $\vec{\varphi} = \varphi \cdot \vec{e}_z$ . Die skalare Größe  $\varphi$  ist dann die  $z$ -Koordinate des Winkelvektors.



**Bild 2.26** (a) Verlauf des Winkels  $\varphi$  als Funktion der Zeit  $t$ , (b) Verlauf der Winkelgeschwindigkeit  $\Omega$  als Funktion der Zeit  $t$

## Winkelgeschwindigkeit

Zeichen	Einheit	Größe	Quantity
$\Omega$	rad/s	Winkelgeschwindigkeit <sup>6</sup>	Angular velocity

Der große griechische Buchstabe  $\Omega$  wird »Omega« gesprochen.

Die Einheit rad/s steht für »Radiant« pro »Sekunde« und ist genau genommen gleich der Einheit 1/s.

Was die Geschwindigkeit für die translatorische Bewegung ist, das ist die Winkelgeschwindigkeit für die rotatorische Bewegung. Wir setzen dabei voraus, dass der Vektor der Winkelgeschwindigkeit  $\vec{\Omega} = \Omega \cdot \vec{e}_z$  nur die  $z$ -Koordinate aufweist.

Die Winkelgeschwindigkeit  $\Omega$  ist die Änderung des Verdrehwinkels  $\varphi$  nach der Zeit  $t$ . Mathematisch beschreiben wir dies als Winkeländerung  $\Delta\varphi$  dividiert durch die Zeitänderung  $\Delta t$ :

$$\Omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \quad (2.50)$$

Die SI-Einheit der Winkelgeschwindigkeit ist rad (Radiant) pro Sekunde oder – da rad streng genommen gar keine physikalische Einheit ist – eins durch Sekunde.

Im Beispiel des Kurvenverlaufs von  $\varphi$  in Bild 2.26a ist der Winkel für  $t < t_1$  und  $t > t_2$  konstant. Folglich ist für diesen Zeitbereich auch die Winkelgeschwindigkeit  $\Omega$  in Bild 2.26b gleich null. Im Zeitbereich  $t_1 < t < t_2$  ändert sich der Winkel  $\varphi$  ausgehend von  $\varphi_1$  auf  $\varphi_2$  linear und damit beträgt die Winkelgeschwindigkeit gemäß Bild 2.26b in diesem Zeitbereich:

$$\Omega_{12} = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{t_2 - t_1} \quad (2.51)$$

Wir wollen uns an dieser Stelle nochmals in Erinnerung rufen, dass wir eine Änderung immer als Endpunkt (hier ②) minus Anfangspunkt (hier ①) rechnen.

In umgekehrter Weise können wir aus dem Verlauf der Winkelgeschwindigkeit in Bild 2.26b zwischen  $t_1$  und  $t_2$  die Änderung des Winkel  $\Delta\varphi$  berechnen, indem wir die Größe der grau

<sup>6</sup> Wir verwenden für die Winkelgeschwindigkeit fortan das große griechische  $\Omega$  – gleich geschrieben wie die Einheit »Ohm« – zur Unterscheidung von der Kreisfrequenz  $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$ .

unterlegten Fläche zwischen Winkelgeschwindigkeit und Zeitachse bestimmen. Eine Fläche oberhalb der Zeitachse wird positiv, eine Fläche unterhalb der Zeitachse wird negativ gezählt. Die konkreten Größen von  $\varphi_1$  und  $\varphi_2$  sind daraus nicht bestimmbar. Sollten wir jedoch entweder  $\varphi_1$  oder  $\varphi_2$  kennen, können wir die jeweils andere Größe aus der Differenzbeziehung  $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$  berechnen.

## Drehzahl

	Zeichen	Einheit	Größe	Quantity
	$n$	1/s	Drehzahl	Speed

Unter der Drehzahl verstehen wir Anzahl von Umdrehungen pro Zeit. Da die Winkelgeschwindigkeit  $\Omega$  die Winkeländerung pro Zeit angibt, und eine vollständige Umdrehung dem Winkel  $2 \cdot \pi$  entspricht, gilt zwischen der Winkelgeschwindigkeit  $\Omega$  (in  $z$ -Richtung) und der Drehzahl  $n$  (in  $z$ -Richtung) der Zusammenhang:

$$\Omega = 2 \cdot \pi \cdot n \quad (2.52)$$

Oft gibt man Drehzahlen mit der Einheit Umdrehungen pro Minute – abgekürzt mit Upm – oder mit der gleichwertigen Einheit  $\frac{1}{\text{min}}$  an. In diesem Fall multiplizieren wir die Drehzahl mit dem Faktor  $\frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}}$ , welcher gleich eins ist. Dadurch lassen wir die physikalische Größe unverändert, aber konvertieren die Einheit von Upm auf die  $\frac{1}{\text{s}}$ .

## Winkelbeschleunigung

	Zeichen	Einheit	Größe	Quantity
	$\alpha$	rad/s <sup>2</sup>	Winkelbeschleunigung	Angular acceleration



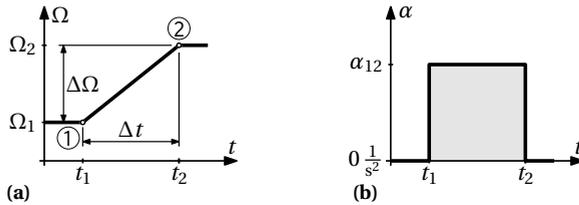
Der kleine griechische Buchstabe  $\alpha$  wird »alpha« gesprochen.

Die Einheit rad/s<sup>2</sup> steht für »Radiant« pro »Sekunde« zum Quadrat und ist keine separate Einheit, sondern physikalisch die Einheit 1/s<sup>2</sup>.

Die Winkelbeschleunigung ist die zeitliche Änderung der Winkelgeschwindigkeit. Ändert sich also die Winkelgeschwindigkeit  $\alpha$ , welche die  $z$ -Koordinate von  $\vec{\alpha} = \alpha \cdot \vec{e}_z$  repräsentiert, um  $\Delta\Omega$  innerhalb der Zeit  $\Delta t$ , so berechnen wir die Winkelbeschleunigung gemäß:

$$\alpha = \frac{\Delta\Omega}{\Delta t} \quad (2.53)$$

Für den beispielhaften Kurvenverlauf in Bild 2.27a ist die Winkelgeschwindigkeit für  $t < t_1$  und  $t > t_2$  jeweils konstant. Als Konsequenz dessen, dass sich die Winkelgeschwindigkeit in diesen Zeitbereichen nicht ändert, ist die Winkelbeschleunigung für  $t < t_1$  und  $t > t_2$  in Bild 2.27b jeweils gleich null. Im Zeitbereich  $t_1 < t < t_2$  ist die Änderung der Winkelgeschwindigkeit linear und damit ist die Winkelbeschleunigung in genau diesem Bereich



**Bild 2.27** (a) Verlauf der Winkelgeschwindigkeit  $\Omega$  als Funktion der Zeit  $t$ , (b) Verlauf der Winkelbeschleunigung  $\alpha$  als Funktion der Zeit  $t$

konstant und gleich:

$$\alpha_{12} = \frac{\Delta\Omega}{\Delta t} = \frac{\Omega_2 - \Omega_1}{t_2 - t_1} \quad (2.54)$$

Aus dem Zeitverlauf der Winkelbeschleunigung im Zeitbereich  $t_1 < t < t_2$  können wir umgekehrt die Änderung der Winkelgeschwindigkeit bestimmen, indem wir in diesem Zeitbereich die Fläche zwischen der Kurve der Winkelbeschleunigung und der Zeitachse ermitteln. In Bild 2.27b beträgt diese grau unterlegte Rechteckfläche  $\Delta\Omega = \Omega_2 - \Omega_1 = \alpha_{12} \cdot (t_2 - t_1)$ .

## Trägheit

Wir denken uns nachfolgend alle Massenträgheiten auf eine Rotationsachse bezogen. In Analogie zur Summe aller Kräfte, die in einem translatorischen System gleich der Masse mal Beschleunigung ist, ist in einem rotatorischen System die Summe aller Drehmomente – hier repräsentiert als Summe aller Drehmomente mit dem Index  $k$  – gleich dem Massenträgheitsmoment mal der Winkelbeschleunigung:

$$\sum_k \vec{M}_k = J \cdot \vec{\alpha} \quad (2.55)$$

Daher erhalten wir für  $\vec{M}_k = M_k \cdot \vec{e}_z$  und  $\vec{\alpha} = \alpha \cdot \vec{e}_z$ :

$$\sum_k M_k = J \cdot \alpha \quad (2.56)$$

## Leistung

In einem rotatorischen System berechnen wir ganz allgemein die mechanische Leistung als inneres Produkt aus Drehmoment und Winkelgeschwindigkeit:

$$P = \vec{M} \cdot \vec{\Omega} \quad (2.57)$$

Für  $\vec{M} = M \cdot \vec{e}_z$  und  $\vec{\Omega} = \Omega \cdot \vec{e}_z$  ergibt sich damit:

$$P = M \cdot \Omega \quad (2.58)$$

## Kinetische Energie

Wenn wir einen rotierenden Körper mit dem Massenträgheitsmoment  $J$  ausgehend vom Stillstand auf die Winkelgeschwindigkeit  $\Omega$  beschleunigen, so müssen wir dafür folgende Energie aufwenden:

$$E = J \cdot \frac{\Omega^2}{2} \quad (2.59)$$

### 2.2.3 Elemente translatorischer und rotatorischer Systeme

In diesem Abschnitt behandeln wir Elemente, in denen translatorische und rotatorische Bewegungen aufeinandertreffen. Wir gehen nachfolgend davon aus, dass alle Übertragungen von Bewegungen, Kräften und Drehmomenten in idealer Weise – also ohne Verluste – auftreten.

#### Rad

Mit einem Rad können wir translatorische in rotatorische Bewegung umsetzen, und umgekehrt. Wir betrachten dazu das Rad mit dem Radius  $r$  in Bild 2.28a, dessen Winkelgeschwindigkeit  $\vec{\Omega} = \Omega \cdot \vec{e}_z$  in Richtung der negativen  $z$ -Achse gerichtet ist. Wenn wir davon ausgehen, dass sich das Rad in mathematisch negativer Richtung dreht, folgt daraus, dass die  $z$ -Koordinate  $\Omega < 0 \frac{1}{s}$  ist. Wir können die Umfangsgeschwindigkeit  $\vec{v}$  des Rads in einem beliebigen Punkt  $\mathcal{B}$  ausrechnen, wenn wir den zugehörigen Vektor  $\vec{r} = -r \cdot \vec{e}_y$  vom Radmitelpunkt zum Punkt  $\mathcal{B}$  bestimmen. Ganz allgemein gilt dann für die Umfangsgeschwindigkeit im Punkt  $\mathcal{B}$ :

$$\vec{v} = \vec{\Omega} \times \vec{r} \quad (2.60)$$

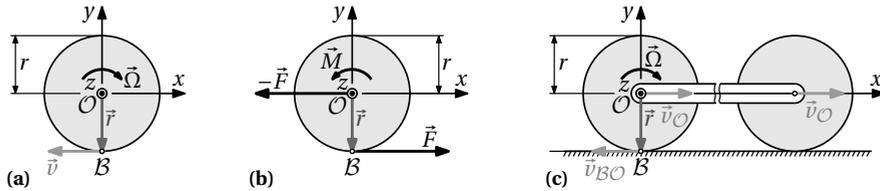
Für den konkret eingezeichneten Punkt  $\mathcal{B}$  ergibt sich damit  $\vec{v} = -\Omega \cdot r \cdot \vec{e}_z \times \vec{e}_y = \Omega \cdot r \cdot \vec{e}_x = v \cdot \vec{e}_x$ , wobei  $v < 0 \frac{m}{s}$  wegen  $\Omega < 0 \frac{1}{s}$  ist.

Wenn in Bild 2.28b im selben Punkt  $\mathcal{B}$  die äußere Kraft  $\vec{F} = F \cdot \vec{e}_x$  angreift, so muss

- die Kraftkoordinate  $F > 0\text{N}$  sein, da der Kraftvektor nach rechts gerichtet ist,
- am Auflagerpunkt  $\mathcal{O}$  des Rads eine gleich große, aber entgegengesetzt gerichtete Kraft  $-\vec{F}$  angreifen und
- außerdem kann die äußere Kraft  $\vec{F}$  auch als gleichwertiges äußeres Drehmoment

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} \quad (2.61)$$

interpretiert werden, das auf das Rad wirkt; wir berechnen  $\vec{M} = -r \cdot F \cdot \vec{e}_y \times \vec{e}_x = r \cdot F \cdot \vec{e}_z = M \cdot \vec{e}_z$ , wobei die Drehmomentkoordinate  $M > 0\text{Nm}$  ist, da das Drehmoment in Richtung der positiven  $z$ -Achse gerichtet ist.



**Bild 2.28** Rad mit (a) Winkelgeschwindigkeit und Umfangsgeschwindigkeit, (b) Umfangskraft und Drehmoment, (c) Fahrzeug mit Fahrzeuggeschwindigkeit  $\vec{v}_O$  bezüglich Fahrbahn und Relativgeschwindigkeit  $\vec{v}_{BO}$  des Rads bezüglich Fahrzeug im Berührungspunkt  $B$

## Fahrzeug

Wir denken uns das Fahrzeug in Bild 2.28c aus zwei Rädern oder Walzen bestehend, die über ein Art Fahrgestell miteinander verbunden sind. Als *Referenzsystem* betrachten wir dabei die Fahrbahn bzw. einen darauf befindlichen, unbewegten Beobachter. Einerseits bewegt sich das Fahrzeug relativ zum Referenzsystem und andererseits bewegen sich die Räder relativ zum Fahrzeug. Wir betrachten nachfolgend zwei besondere Punkte,  $O$  und  $B$ , ausschließlich am linken Rad des Fahrzeugs, da für das rechte Rad ohnehin gleichwertige Verhältnisse gelten.

Der Punkt  $O$  ist der *Mittelpunkt* des Rads, der gleichzeitig Ursprung des dargestellten  $x$ - $y$ -Koordinatensystems ist, und der sich mit der Geschwindigkeit  $\vec{v}_O$  bezüglich des Referenzsystems bewegt.

Der zweite Punkt ist der *Berührungspunkt*  $B$  des Rads mit der Fahrbahn. Die Relativgeschwindigkeit dieses Punktes  $B$  bezogen auf den Punkt  $O$  bestimmen wir mit dem eingezeichneten Vektor  $\vec{r} = -r \cdot \vec{e}_y$  und der Winkelgeschwindigkeit  $\vec{\Omega} = \Omega \cdot \vec{e}_z$  (mit  $\Omega < 0 \frac{1}{s}$ ) über Gl. (2.60) zu:

$$\vec{v}_{BO} = \vec{\Omega} \times \vec{r} \quad (2.62)$$

Dabei bezeichnet  $r$  den Radius, eine positive Größe. Somit ergibt sich im konkreten Fall  $\vec{v}_{BO} = \Omega \cdot r \cdot \vec{e}_x = v_{BO} \cdot \vec{e}_x$ , wobei wegen  $\Omega < 0 \frac{1}{s}$  auch  $v_{BO} < 0 \frac{m}{s}$  ist.

Ob sich in unserer Überlegung ein Rad auf einer Fahrbahn oder ein Zahnrad auf einer Zahnstange bewegt, ist einerlei. Das Zahnrad veranschaulicht allerdings besser, dass aus Sicht eines Beobachters auf der Zahnstange die Geschwindigkeit des Berührungspunkt  $B$  – die sich aus der Relativgeschwindigkeit  $\vec{v}_{BO}$  und der Fahrzeuggeschwindigkeit  $\vec{v}_O$  zusammensetzt – gleich null ist:

$$\vec{v}_B = \vec{v}_{BO} + \vec{v}_O = \vec{0} \frac{m}{s} \quad (2.63)$$

Daraus ergibt sich, dass die Geschwindigkeit des Fahrzeugs gleich der negativen Umfangsgeschwindigkeit am Berührungspunkt des Rads ist:

$$\vec{v}_O = -\vec{v}_{BO} \quad (2.64)$$

## Seiltrommel

Wenn wir über eine Seiltrommel ein Seil auf- oder abwickeln, haben wir ähnliche Verhältnisse wie bei einem Rad. Das vertikal nach unten hängende Seil berührt in Bild 2.29a im

Punkt  $\mathcal{B}$  die Seiltrommel mit dem Radius  $r$ . Das Seil bleibt aufgrund der angreifenden Zugkraft  $\vec{F}$  gespannt. Wenn die Seiltrommel die Winkelgeschwindigkeit  $\vec{\Omega}$  aufweist, dann berechnen wir die Seilgeschwindigkeit über Gl. (2.60) und das an der Seiltrommel zufolge der Kraft  $\vec{F}$  gleichwertig wirksame Drehmoment über Gl. (2.61).

## Einstufiges Getriebe

Ein Getriebe wie in Bild 2.29b besteht im einfachsten Fall aus zwei ineinandergreifenden Zahnrädern, die in der Regel unterschiedliche Radien  $r_1$  und  $r_2$  aufweisen und hier einfach als Kreise ohne Zähne dargestellt sind. Das linke Zahnrad wird als Zahnrad 1, das rechte als Zahnrad 2 bezeichnet. Da die Zahnbreite der beiden Zahnräder für einen möglichst reibungsfreien Ablauf gleich groß sein müssen, ist das Verhältnis der Radien  $\frac{r_2}{r_1}$  gleich dem Verhältnis der Zähne  $\frac{z_2}{z_1}$ . Ein Getriebe mit nur zwei Zahnrädern bezeichnen wir als einstufiges Getriebe.

Wir gehen nachfolgend davon aus, dass Leistung von Zahnrad 1 auf Zahnrad 2 übertragen wird:

- Zahnrad 1 sitzt auf der Antriebswelle (Leistung wird zugeführt).
- Zahnrad 2 sitzt auf der Abtriebswelle (Leistung wird abgegeben).

Die beiden Zahnräder weisen die Winkelgeschwindigkeiten  $\vec{\Omega}_1 = \Omega_1 \cdot \vec{e}_z$  und  $\vec{\Omega}_2 = \Omega_2 \cdot \vec{e}_z$  auf, die mit  $\Omega_1 > 0 \frac{1}{s}$  und  $\Omega_2 < 0 \frac{1}{s}$  unterschiedlich gerichtet sind. Am Berührungspunkt  $\mathcal{B}$  müssen die beiden Zahnräder dieselbe Umfangsgeschwindigkeit haben, da die Zahnräder im Berührungspunkt  $\mathcal{B}$  keine Relativgeschwindigkeit erlauben. Wenn wir diesen Sachverhalt mathematisch formulieren, so gilt:

$$\vec{v} = \vec{\Omega}_1 \times \vec{r}_1 = \vec{\Omega}_2 \times \vec{r}_2 = (\Omega_1 \cdot \vec{e}_z) \times (r_1 \cdot \vec{e}_x) = (\Omega_2 \cdot \vec{e}_z) \times (-r_2 \cdot \vec{e}_x) = v \cdot \vec{e}_y \quad (2.65)$$

$$v = \Omega_1 \cdot r_1 = -\Omega_2 \cdot r_2 \quad (2.66)$$

Daraus lässt sich der Zusammenhang zwischen den Beträgen der Winkelgeschwindigkeiten, Drehzahlen, Radien sowie Zähne formulieren, wobei wir das Betrags-Verhältnis der *Antriebsdrehzahl* zur *Abtriebsdrehzahl* als *Übersetzungsverhältnis*

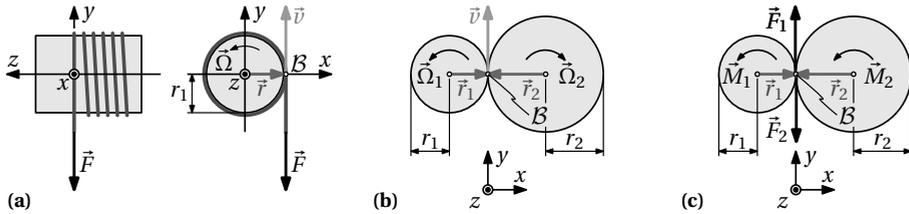
$$i = \frac{|n_1|}{|n_2|} = \frac{|\Omega_1|}{|\Omega_2|} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{z_2}{z_1} \quad (2.67)$$

bezeichnen. Umgangssprachlich haben sich folgende Begriffe etabliert:

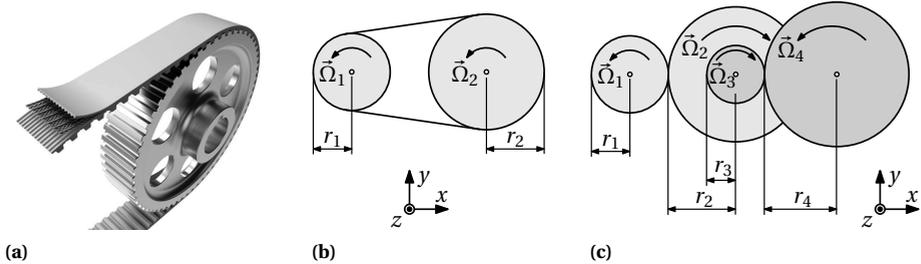
- Eine *Untersetzung* mit  $i > 1$  führt zu einer Verminderung der Abtriebsdrehzahl gegenüber der Antriebsdrehzahl,  $|n_1| > |n_2|$ .
- Eine *Übersetzung* mit  $i < 1$  führt zu einer Erhöhung der Abtriebsdrehzahl gegenüber der Antriebsdrehzahl,  $|n_2| > |n_1|$ .

Im Berührungspunkt  $\mathcal{B}$  in Bild 2.29c muss die auf Zahnrad 1 ausgeübte Kraft  $\vec{F}_1$  in Summe mit der auf das Zahnrad 2 ausgeübten Kraft  $\vec{F}_2$  null ergeben – als Konsequenz des Kräftegleichgewichts:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{0} \text{ N} \quad (2.68)$$



**Bild 2.29** (a) Seiltrommel, Getriebe mit (b) Geschwindigkeit im Berührungspunkt  $B$  und Winkelgeschwindigkeiten, (c) Kräften im Berührungspunkt  $B$  und Drehmomenten



**Bild 2.30** (a) Zahnrad mit Teil eines Zahnriemens (© Bando Europe GmbH), (b) Riemen- oder Kettentrieb, (c) zweistufiges Getriebe

Das bedeutet, dass die Beträge der beiden Kräfte gleich groß sind. Die beiden Drehmomente, denen diese Kräfte unter Berücksichtigung von  $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2 = F \cdot \vec{e}_y$  entsprechen,

$$\vec{M}_1 = \vec{r}_1 \times \vec{F}_1 = (r_1 \cdot \vec{e}_x) \times (F \cdot \vec{e}_y) = r_1 \cdot F \cdot \vec{e}_z = M_1 \cdot \vec{e}_z, \quad (2.69)$$

$$\vec{M}_2 = \vec{r}_2 \times \vec{F}_2 = (-r_2 \cdot \vec{e}_x) \times (-F \cdot \vec{e}_y) = r_2 \cdot F \cdot \vec{e}_z = M_2 \cdot \vec{e}_z, \quad (2.70)$$

führen aufgrund von  $F = \frac{M_1}{r_1} = \frac{M_2}{r_2}$  zum Zusammenhang:<sup>7</sup>

$$i = \frac{|M_2|}{|M_1|} \quad (2.71)$$

Bemerkenswert ist, dass die beiden Drehmomente  $\vec{M}_1$  und  $\vec{M}_2$  dieselbe Richtung aufweisen, während die Winkelgeschwindigkeiten  $\vec{\Omega}_1$  und  $\vec{\Omega}_2$  unterschiedlich gerichtet sind, da sich die beiden Zahnräder in Bild 2.29b in unterschiedliche Richtungen drehen. Die Konsequenz dessen ist, dass die Summe der mechanisch zugeführten Leistungen  $P_1$  und  $P_2$  von Zahnrad 1 und 2 gleich null ist:

$$\overbrace{M_1 \cdot \Omega_1}^{P_1} + \overbrace{M_2 \cdot \Omega_2}^{P_2} = 0W \quad (2.72)$$

Diese Gleichung kann auch dahingehend interpretiert werden, dass das untersuchte Getriebe ein idealer Leistungswandler ist. Wenn Zahnrad 2 das abtreibende Zahnrad ist, dann ist die Leistung  $P_2 < 0W$  während  $P_1 > 0W$  ist.

<sup>7</sup> Die Betragsbildung der Drehmomente wäre im Falle eines Zahnradgetriebes nicht erforderlich, ist aber eine allgemein gültige Formulierung, die auch für einen Riemen- oder Kettentrieb gilt.

**Erweitertes Wissen.** Dass wir das Drehzahl- und Drehmomentverhältnis jeweils über die Beträge der einzelnen Größen formuliert haben, ist mit der Absicht geschehen, die Betrachtung von allen Arten von Getrieben zu vereinfachen. Für eine mit der Abtriebsseite verbundene mechanische Anordnung gilt das Prinzip von *Actio = Reactio*. Das auf diese Anordnung wirkende Drehmoment ist daher gleich  $-\vec{M}_2$ , wodurch wir dieser Anordnung wieder mechanische Leistung zuführen. Wenn wir also nicht dezidiert an den Vorzeichen der Drehzahlen und Drehmoment an jeder einzelnen Stelle eines mechanischen Strangs interessiert sind, können wir vereinfachend an einem Beispiel festhalten: Wenn ein Elektromotor – mit der mechanisch abgegebenen Leistung  $P_1 > 0\text{W}$  – über ein Getriebe und eine Seiltrommel eine Last hebt, dann wird das Vorzeichen der mechanischen Leistung an der Seiltrommel und an der zu hebenden Last ebenfalls positiv sein. In einem solchen Fall ist es vorteilhaft und inhaltlich ausreichend korrekt, an jeder Stelle mit dem selben Vorzeichen von Drehzahl und Drehmoment zu rechnen.

### Riemen- oder Kettentrieb

Ein Riemen oder eine Kette wird um zwei Räder oder Zahnräder geführt. Dazu zeigt Bild 2.30b die zugehörige schematische Darstellung und Bild 2.30a beispielhaft einen Zahnriemen mit Zahnrad. Ein Riemen- oder Kettentrieb übersetzt die Drehzahlen wie in Gl. (2.67). Im Vergleich zum Zahnradgetriebe sind in der dargestellten Anordnung die beiden Drehzahlen  $\vec{\Omega}_1$  und  $\vec{\Omega}_2$  gleich gerichtet, drehen also in dieselbe Richtung. Zusätzlich gilt die Gl. (2.71) für die Drehmomente, deren Vektoren jedoch im Vergleich zu einem Zahnradgetriebe nun in einander entgegengesetzte Richtungen wirken.

### Mehrstufiges Getriebe

In Bild 2.30c ist ein zweistufiges Getriebe dargestellt. Die erste Stufe, basierend auf den Zahnrädern mit den Radien  $r_1$  und  $r_2$ , weist das Drehzahlübersetzungsverhältnis

$$i_{12} = \frac{|n_1|}{|n_2|} = \frac{|\Omega_1|}{|\Omega_2|} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{|M_2|}{|M_1|} \quad (2.73)$$

auf, wobei Zahnrad 1 das angetriebene Zahnrad ist. Das Drehzahlübersetzungsverhältnis der zweiten Stufe berechnet sich mit den Radien  $r_3$  und  $r_4$  auf gleiche Weise, wobei Zahnrad 4 das abtreibende Zahnrad ist:

$$i_{34} = \frac{|n_3|}{|n_4|} = \frac{|\Omega_3|}{|\Omega_4|} = \frac{r_4}{r_3} = \frac{|M_4|}{|M_3|} \quad (2.74)$$

Das gesamte Übersetzungsverhältnis von  $\Omega_4$  zu  $\Omega_1$  ist damit:

$$i = i_{12} \cdot i_{34} = \frac{|n_1|}{|n_4|} = \frac{|\Omega_1|}{|\Omega_4|} = \frac{|M_4|}{|M_1|} \quad (2.75)$$

## Transformation von Massenträgheitsmomenten

Wenn wir ein Massenträgheitsmoment  $J_1$  mit dem Zahnrad 1 des Getriebes aus Bild 2.29b verbunden haben, so können wir es stattdessen durch ein gleichwertiges Massenträgheitsmoment  $J_2$  ersetzen, das mit dem Zahnrad 2 verbunden ist. Eine äquivalente Transformation folgt aus der Gleichheit der kinetischen Energien in den beiden Fällen. Aus  $\frac{1}{2} \cdot J_1 \cdot \Omega_1^2 = \frac{1}{2} \cdot J_2 \cdot \Omega_2^2$  folgt unter Berücksichtigung des Übersetzungsverhältnisses  $i$  aus Gl. (2.67):

$$J_2 = i^2 \cdot J_1 \quad (2.76)$$

## 2.2.4 Gemischt translatorische und rotatorische Kinetik

Ein Vergleich von translatorischen und rotatorischen physikalischen Größen und wichtiger Gleichungen ist in Tabelle 2.1 und 2.2 dargestellt.

Wenn wir ein gemischtes System von translatorischen und rotatorischen Gleichungen haben, kann es oft zweckmäßig sein, alle translatorischen auf rotatorische Größen umzurechnen. Falls es zusätzlich ein Getriebe in diesem System geben sollte, wählt man einfach eine der beiden Getriebewellen als Bezugssystem und bezieht darauf alle rotatorischen Größen.

**Tabelle 2.1** Gegenüberstellung von translatorischen und rotatorischen Größen

Translatorische Größe (skalar)	Trans. Zeichen	Trans. Einheit	Rotatorische Größe (skalar)	Rot. Zeichen	Rot. Einheit
Ort	$s$	m	Winkel	$\varphi$	1
Geschwindigkeit	$v$	m/s	Winkelgeschwindigkeit	$\Omega$	1/s
Beschleunigung	$a$	m/s <sup>2</sup>	Winkelbeschleunigung	$\alpha$	1/s <sup>2</sup>
Masse	$m$	kg	Massenträgheitsmoment	$J$	kg · m <sup>2</sup>
Kraft	$F$	N	Drehmoment	$M$	Nm

**Tabelle 2.2** Gegenüberstellung von translatorischen und rotatorischen Gleichungen

Translatorische	Gleichung	Rotatorische	Gleichung
Geschwindigkeit	$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$	Winkelgeschwindigkeit	$\Omega = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t}$
Beschleunigung	$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$	Winkelbeschleunigung	$\alpha = \frac{\Delta \Omega}{\Delta t}$
Leistung	$P = F \cdot v$	Leistung	$P = M \cdot \Omega$
Kinetische Energie	$E = m \cdot \frac{v^2}{2}$	Kinetische Energie	$E = J \cdot \frac{\Omega^2}{2}$
Massenträgheit	$\Sigma F = m \cdot a$	Massenträgheit	$\Sigma M = J \cdot \alpha$

# Stichwortverzeichnis

## A

AC-DC-Konverter  
– netzgeführt 241  
– selbstgeführt 387  
Aktivteil  
– Gleichstrommaschine 185  
– Transformator 128, 157  
Allgemeines ebenes Kraftsystem 56  
Amperesches Gesetz 111  
Ankerkreiswiderstand 208  
Ankerrückwirkung 198, 201  
Ankerwicklung 194  
Anlaufmoment 311  
Anlauftransformator 314  
Anzapfung 147  
asymmetrische Belastung 175  
Auflager 52  
Ausnutzungsfaktor 215  
Außenleiterspannung 34  
Axiome 46

## B

B2C-Gleichrichter 248  
B2U-Gleichrichter 246  
B6C-Gleichrichter 253  
B6U-Gleichrichter 251  
Bauform 85  
Baugröße 84  
Bauvolumen 215  
– Drehfeldmaschine 280  
– Gleichstrommaschine 227  
Beharrungszustand 95  
Bemessungsgrößen 101  
– Asynchronmaschine 291  
– Drehfeldmaschine 273  
– Gleichstrommaschine 214  
– Synchronmaschine 356

– Transformator 133, 166  
Beschleunigung 66, 210  
Betriebsarten 94  
Bewegungsinduktion 117  
Blechung 122  
– Drehfeldmaschine 266  
– Transformator 128  
Blindleistung 33  
Bohrungsdurchmesser 270  
Bremsen 94  
Bürsten  
– Asynchronmaschine 284  
– Gleichstrommaschine 193  
– Synchronmaschine 345  
Bürstenlose Gleichstrommaschine 383

## D

Dauerkurzschlussstrom 140  
DC-AC-Konverter  
– selbstgeführt 387  
DC-DC-Konverter 233  
Diode 38  
Direktachse 349  
Doppelt gespeiste Asynchronmaschine 332  
Drehfeld 259, 262  
Drehmoment 53  
– Asynchronmaschine 294  
– Drehfeldmaschine 278  
– Gleichstrommaschine 207  
– Permanentmagnet-Synchronmaschine 376  
– Schenkelpol-Synchronmaschine 371  
– Synchron-Reluktanzmaschine 384  
– Vollpol-Synchronmaschine 365  
Drehstrombank 157  
Drehstromsteller 314  
Drehstromwicklung 266  
Drehzahl 73

Dreieckschaltung 36  
 – Drehfeldmaschine 274  
 – Drehstrom-Transformator 167  
 Dreischenkel-Transformator 158  
 Durchflutungssatz 111

**E**

Effektivwert 42  
 Effektivwert-Zeitzeiger 27  
 Einphasen-Asynchronmaschine 336  
 Einphasige Belastung 176  
 Einschaltstromstoß 155  
 Einsvektor 17  
 Eisenfüllfaktor 129  
 Eisenverluste 120  
 Energie 67, 75  
 Erregersystem 345  
 Erregerwicklung  
 – Gleichstrommaschine 195  
 – Synchronmaschine 340  
 Ersatzschaltbild  
 – Asynchronmaschine 288, 295, 321  
 – Drehstrom-Transformator 173  
 – Einphasen-Transformator 126, 131, 135  
 – Gleichstrommaschine 206  
 – Synchronmaschine 351, 356

**F**

Fahrwiderstand 61  
 Fahrzeug 76, 328  
 Feldbild  
 – Drehfeldmaschine 262  
 – Gleichstrommaschine 196  
 Feldorientierte Regelung  
 – Permanentmagnet-Synchronmaschine 377  
 Feldschwächung  
 – Asynchronmaschine 324  
 – Gleichstrommaschine 201, 225  
 – Permanentmagnet-Synchronmaschine 380  
 – Synchron-Reluktanzmaschine 385  
 feste Einspannung 53  
 Festlager 52  
 Flanschgröße 84  
 Flussverkettung 113  
 Fourierreihe 392  
 Freilaufdiode  
 – Stromrichter 389  
 – Tiefsetzsteller 234  
 Freischneiden 50  
 Frequenz 40  
 Fünfschenkel-Transformator 159

**G**

galvanische Trennung 124  
 Geschwindigkeit 63  
 Getriebe 77, 216  
 Gewichtskraft 48  
 Gießharztransformator 163  
 Gleichrichter  
 – netzgeführt 241  
 – selbstgeführt 399  
 Gleichrichtwert 41  
 Gleichstromsteller 233  
 Grenzkennlinien  
 – Asynchronmaschine 325  
 – Gleichstrommaschine 223  
 – Permanentmagnet-Synchronmaschine 382

**H**

H-Brücke 237  
 Halten 222, 323  
 hartmagnetisch 107  
 Hauptfeld  
 – Drehfeldmaschine 264  
 – Gleichstrommaschine 177  
 – Transformator 124, 132  
 HGÜ-Transformator 152  
 Hilfsreihenschlusswicklung 202  
 Hystereseverluste 120

**I**

IGBT 39, 389  
 Induktionsgesetz 113  
 Induktivität 119  
 innere Spannung 206  
 Inselbetrieb 368  
 International Mounting 85  
 IP-Schutzarten 86

**K**

Kennwerte periodischer Größen 40  
 Kerntransformator 127, 158  
 Kessel 163  
 Kippmoment  
 – Kurzschlussläufer-Asynchronmaschine 303  
 – Permanentmagnet-Synchronmaschine 382  
 – Schleifringläufer-Asynchronmaschine 330  
 – Synchron-Reluktanzmaschine 386  
 – Vollpol-Synchronmaschine 365  
 Klemmenbezeichnung  
 – Drehfeldmaschine 258  
 – Gleichstrommaschine 203  
 – Spannungswandler 149  
 – Stromwandler 150

- Transformator 165
- Klemmenkasten 274
- Klosssche Gleichung 303
- Kommutator 192
- Kommutierung
  - Gleichstrommaschine 190, 199
  - Gleichstromsteller 237
  - netzgeführter Gleichrichter 250
  - Stromrichter 388
- Kommutierungsgrenzbereich 225
- Kompensationswicklung 202
- Komplexe Rechnung 21
- Konvektion 92
- Kosinussatz 11
- Kraft 44
- Kräftepaar 56
- Kräfteplan 46
- Kreisdiagramm → Statorstromortskurve
- Kühlung 98
  - Transformator 162
- Kurzschlussläufer 281
  - Netzbetrieb 297
  - Stromrichterbetrieb 320
- Kurzschlussspannung 139, 172
- Kurzschlussverluste 141, 172
- Kurzschlussversuch
  - Asynchronmaschine 316
  - Synchronmaschine 373
  - Transformator 141

**L**

- Lageplan 46
- Lagerschild 82, 193
- Längsachse 349
- Längsreaktanz 352
- Längsregler 182
- Laststufenschalter 179
- Leerlauf-Kurzschlussverhältnis 374
- Leerlaufverluste 143, 172
- Leerlaufversuch
  - Asynchronmaschine 318
  - Synchronmaschine 372
  - Transformator 142
- Leistung 67, 74
- Leistungsbegriffe 31, 36
- Leistungsbilanz
  - Gleichstrommaschine 210
  - Kurzschlussläufer 292
  - Schleifringläufer, doppelt gespeist 333
  - Synchronmaschine 353
  - Transformator 144
- Leistungselektronik 37, 83

- Leistungsfaktor 32
- Leistungsschild 101
- Leitverluste 89
- Linearantrieb 84
- Lochzahl 271
- Lorentzkraft 119
- Loslager 52
- Luftwiderstand 61

## M

- M1C-Gleichrichter 244
- M1U-Gleichrichter 242
- magnetischer Leitwert 109
- magnetischer Widerstand 109
- Magnetisierungsstrom 154
- Manteltransformator 127
- Massenträgheitsmoment 69, 210
- Mittelwert 41
- MOSFET 39, 233

## N

- Natürlicher Kommutierungszeitpunkt 244, 252
- Nebenschlussgenerator 229
- Netzanlauf 307
- neutrale Zone 190, 198
- Normen 102
- Nullfluss 176

## O

- Oberspannungsseite 128
- Öltransformator 163
- Orthogonalität 18
- Ortskurve → Statorstromortskurve
- Ossanna-Kreis 301

## P

- Parallelbetrieb 153, 178
- Pendelstütze 51
- Periodendauer 40
- Permanentmagnet-Synchronmaschine 347
  - Stromrichterbetrieb 375
- Permeabilität 107
- Permeanz 109
- Phasenschieber-Transformator 181
- Polpaarzahl
  - Drehfeldmaschine 269
  - Gleichstrommaschine 188
- Polradwinkel 357
- polumschaltbare Wicklung 274
- Primärseite 128
- Prüfung
  - Asynchronmaschine 316

- Synchronmaschine 372
- Transformator 184
- Pulsweitenmodulation
- H-Brücke 238
- Stromrichter 391
- Tiefsetzstellers 235
- Punktmasse 70

**Q**

- Querachse 349
- Querreaktanz 375
- Querregler 182

**R**

- Raumzeiger 275
- Raumzeigermodulation 397
- Reibung 58
- Reibungsverluste 88
- Reihenschlussmaschine 195, 230
- Relativgeschwindigkeit 65
- Reluktanz 109
- Richtungsvektor 17
- Ringkerntransformator 127
- Rotorfrequenz 287

**S**

- Sättigung 120, 154
- Schaltfrequenz 37, 89
- selbstgeführter Stromrichter 395
- Tiefsetzsteller 234
- Schaltgruppe 167
- Schaltverluste 89
- Scheinleistung 32
- Schenkelpol-Synchronmaschine 343
- Netzbetrieb 369
- Schleifringe
- Asynchronmaschine 284
- Synchronmaschine 345
- Schleifringläufer 284
- doppelt gespeist 332
- Netzbetrieb 329
- Schlupf 287
- Schrägregler 183
- Schutzart 86
- Schwerpunkt 48
- Sehnung 272
- Seiltrommel 76
- Sekundärseite 128
- selbstgeführter Stromrichter
- Drehstrom 387
- H-Brücke 237
- Tiefsetzsteller 237

- Servoantrieb 84
- Sinussatz 11
- Softstarter 314
- Spannungswandler 148
- Spartransformator 150, 314
- starrer Körper 46
- Statik 43
- Statorstromortskurve
- Asynchronmaschine 298
- Permanentmagnet-Synchronmaschine 380
- Schenkelpol-Synchronmaschine 372
- Synchron-Reluktanzmaschine 385
- Vollpolmaschine 367
- Steigung 8, 56
- Steigungswiderstand 62
- Steinerscher Satz 70
- Stern-Dreieck-Anlauf 312
- Sternschaltung 35
- Drehfeldmaschine 274
- Drehstrom-Transformator 167
- Stoßkurzschlussstrom 156
- Strahlung 92
- Strang 34
- Strefelfeld 132
- Stromverdrängung 307
- Stromwandler 149
- Stromwendung → Kommutierung
- Stundenzahl 167
- Synchron-Reluktanzmaschine 349
- Stromrichterbetrieb 383
- Synchrone Längsreaktanz 352
- Synchrone Querreaktanz 375
- synchrone Drehzahl 270
- Synchronisierung 367

**T**

- Tastverhältnis
- H-Brücke 238
- Tiefsetzsteller 234
- Technologievergleich
- Gleichrichter 405
- Maschinen 403
- Thyristor 39
- Tiefsetzsteller 233
- Trägheit 66, 74
- Transformation
- Asynchronmaschine 296
- Synchronmaschine 351
- Transformator 130
- Transformationsgesetze 125
- Transistor 39
- Trockentransformator 163

- Typenschild 101
- Asynchronmaschine 291
- Drehfeldmaschine 272
- Gleichstrommaschine 214
- Synchronmaschine 356
- Transformator 144, 172

**U**

- Überlast 96
- Übersetzungsverhältnis
- Asynchronmaschine 289, 320
- Synchronmaschine 351
- Transformator 134, 166
- Umlaufspannung
- elektrisch 114
- magnetisch 111
- Universalmaschine 231
- Unterschwingungsverfahren 393
- Unterspannungsseite 128

**V**

- V-Kurven 365
- Vektorrechnung 12
- Verkettungsfluss 113
- Verluste 87
- Vier-Quadranten-Betrieb
- Gleichstrommaschine 221
- Gleichstromsteller 238
- Vollblockbetrieb 392
- Vollpol-Synchronmaschine 341
- Inselbetrieb 368
- Netzbetrieb 356

**W**

- Wärmeklasse 93
- Wärmeleitung 90
- Wärmespeicherung 90, 92

- Wärmetransport 90
- Wechselstrommotor 231
- Wechselstromsteller 314
- weichmagnetisch 107
- Wendepol 199
- Wickelkopf 192
- Asynchronmaschine 283
- Gleichstrommaschine 193
- Wicklung
- Drehstrommaschine 266
- Gleichstrommaschine 191
- Transformator 160
- Wicklungsachse 258
- Wicklungsfaktor 272
- Windungszahl
- Drehfeldmaschine 272
- Drehstrom-Transformator 167
- Einphasen-Transformator 123
- Gleichstrommaschine 206, 227
- Winkel 71
- Winkelbeschleunigung 73
- Winkelgeschwindigkeit 72
- Wirbelstromverluste 121
- Wirkleistung 32
- Wirkungsgrad
- Asynchronmaschine 306
- Gleichstrommaschine 213
- Transformator 144
- Wirkungsgradklassen 89
- Wirkungslinie 44

**Z**

- Zentrales ebenes Kraftsystem 48
- Zickzackschaltung 167
- Zuleitungsstrom 34
- Zündwinkel 244
- Zweiphasige Belastung 176