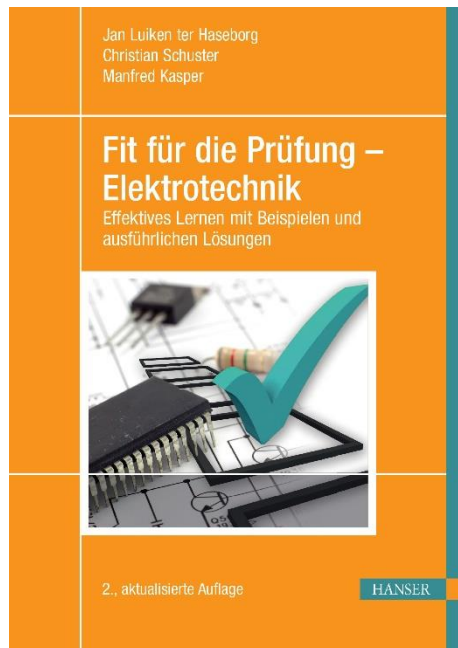


HANSER



Leseprobe

zu

Fit für die Prüfung – Elektrotechnik

von Jan Luiken ter Haseborg, Christian Schuster und
Manfred Kasper

Print-ISBN: 978-3-446-47871-8

E-Book-ISBN: 978-3-446-47876-3

Weitere Informationen und Bestellungen unter

<https://www.hanser-kundencenter.de/fachbuch/artikel/9783446478718>

sowie im Buchhandel

© Carl Hanser Verlag, München

Vorwort zur zweiten Auflage

Der Empfehlung des Carl Hanser Verlags eine zweite Auflage des Buches „Fit für die Prüfung – Elektrotechnik“ zu erstellen, sind wir gerne nachgekommen. Es handelt sich hier um ein Übungsbuch mit Aufgaben und den dazugehörigen Lösungen zu den Grundlagenvorlesungen der Elektrotechnik an Universitäten bzw. Technischen Universitäten, wobei ein Großteil der Aufgaben auch für Studierende an Fachhochschulen gedacht ist. Die Aufgaben sind thematisch in 12 Kapitel eingeteilt und jeweils kapitelweise mit einer kurzen Einführung versehen. Die vorliegende Aufgabensammlung ist im Wesentlichen ein Auszug aus den Klausuraufgaben zu den Grundlagenvorlesungen der Elektrotechnik an der Technischen Universität Hamburg. Durch den beschriebenen Aufbau eignet sich das Buch sehr gut zum Selbststudium sowie für Studierende, die die Grundlagen an anderen Universitäten gehört haben. Wie bereits im Vorwort zur ersten Auflage erwähnt, zeichnet sich das Buch dadurch aus, dass nicht nur Lösungsschritte angedeutet werden, sondern dass die Lösungen sehr ausführlich aufgebaut sind, sodass Studierende einzelne Zwischenschritte im Lösungsweg nachvollziehen können. Der Inhalt des vorliegenden Werkes soll nicht die Übungen zu den Vorlesungen ersetzen, sondern ist als ergänzendes Hilfsmittel für deren erfolgreiche Bearbeitung und die Vertiefung des Vorlesungsstoffes gedacht.

Die Autoren danken allen, die an diesem Buch mitgearbeitet haben. Ebenso danken wir für die vielen konstruktiven Vorschläge und Kommentare für die zweite Auflage. Ein besonderer Dank geht in diesem Zusammenhang an den Carl Hanser Verlag, der uns hervorragend beraten hat.

Diese zweite Auflage stellt eine aktualisierte Version der ersten Auflage dar.

Hamburg im August 2023

Jan Luiken ter Haseborg
Christian Schuster
Manfred Kasper

Inhalt

1	Elektrische Gleichstromnetzwerke	13
	Maschenstromverfahren	16
	Aufgabe 1.1	16
	Aufgabe 1.2	18
	Aufgabe 1.3	19
	Aufgabe 1.4	20
	Aufgabe 1.5	23
	Aufgabe 1.6	25
	Aufgabe 1.7	27
	Knotenpotenzialverfahren	29
	Aufgabe 1.8	29
	Aufgabe 1.9	31
	Aufgabe 1.10	33
	Aufgabe 1.11	35
	Aufgabe 1.12	37
	Aufgabe 1.13	39
	Aufgabe 1.14	41
	Maschenstromverfahren/Knotenpotenzialverfahren	44
	Aufgabe 1.15	44
	Aufgabe 1.16	46
	Ersatzstromquelle	48
	Aufgabe 1.17	48
	Ersatzspannungsquelle	52
	Aufgabe 1.18	52
	Aufgabe 1.19	54
	Ersatzspannungsquelle/Überlagerungssatz	56
	Aufgabe 1.20	56
	Ersatzspannungsquelle/Ersatzstromquelle	60
	Aufgabe 1.21	60
	Überlagerungssatz	62
	Aufgabe 1.22	62
2	Stationäres elektrisches Strömungsfeld	66
	Elektrisches Strömungsfeld	67
	Aufgabe 2.1	67
	Aufgabe 2.2	68
	Aufgabe 2.3	71
	Aufgabe 2.4	73
	Aufgabe 2.5	74
	Aufgabe 2.6	76

Aufgabe 2.7	78
Aufgabe 2.8	79
Aufgabe 2.9	81

3 Elektrisches Feld 84

Elektrisches Feld	86
Aufgabe 3.1	86
Aufgabe 3.2	88
Aufgabe 3.3	90
Aufgabe 3.4	93
Aufgabe 3.5	95
Aufgabe 3.6	97
Aufgabe 3.7	100
Elektrisches Feld/elektrisches Strömungsfeld	102
Aufgabe 3.8	102

4 Magnetisches Feld 104

Felder stromdurchflossener Leiter	105
Aufgabe 4.1	105
Aufgabe 4.2	106
Aufgabe 4.3	109
Magnetischer Kreis	111
Aufgabe 4.4	111
Aufgabe 4.5	112
Aufgabe 4.6	114
Aufgabe 4.7	117
Aufgabe 4.8	120
Aufgabe 4.9	123
Aufgabe 4.10	125

5 Berechnung zeitabhängiger Vorgänge 128

Sinusförmiger Verlauf im Zeitbereich	130
Aufgabe 5.1	130
Aufgabe 5.2	131
Schaltvorgänge	133
Aufgabe 5.3	133
Aufgabe 5.4	135
Aufgabe 5.5	136
Aufgabe 5.6	137
Aufgabe 5.7	138
Zeitabhängiger Verlauf in Diodenschaltungen	140
Aufgabe 5.8	140
Aufgabe 5.9	143
Aufgabe 5.10	145

6	Komplexe Wechselstromrechnung	147
	Impedanzberechnung, Ströme und Spannungen	148
	Aufgabe 6.1	148
	Aufgabe 6.2	149
	Aufgabe 6.3	151
	Aufgabe 6.4	152
	Netzwerkanalyse	153
	Aufgabe 6.5	153
	Aufgabe 6.6	155
	Frequenzabhängigkeit und komplexe Leistung	156
	Aufgabe 6.7	156
	Aufgabe 6.8	158
	Aufgabe 6.9	159
	Aufgabe 6.10	161
	Aufgabe 6.11	163
	Verschiedene Anwendungen	165
	Aufgabe 6.12	165
	Aufgabe 6.13	167
	Aufgabe 6.14	170
	Aufgabe 6.15	172
	Aufgabe 6.16	173
	Aufgabe 6.17	175
	Aufgabe 6.18	177
7	Zeigerdiagramme und Ortskurven	180
	Zeigerdiagramme	182
	Aufgabe 7.1	182
	Aufgabe 7.2	184
	Aufgabe 7.3	186
	Aufgabe 7.4	188
	Aufgabe 7.5	189
	Ortskurven	191
	Aufgabe 7.6	191
	Aufgabe 7.7	193
	Aufgabe 7.8	195
	Aufgabe 7.9	197
	Aufgabe 7.10	198
8	Schwingkreise und Filterschaltungen	200
	Schwingkreise und Resonanz	201
	Aufgabe 8.1	201
	Aufgabe 8.2	203
	Aufgabe 8.3	204
	Aufgabe 8.4	206
	Aufgabe 8.5	208
	Passive Filter und Bode-Diagramme	211
	Aufgabe 8.6	211

Aufgabe 8.7	213
Aufgabe 8.8	216

9 Schaltungen mit Operationsverstärkern 218

Analyse von OP-Schaltungen	219
Aufgabe 9.1	219
Aufgabe 9.2	221
Aufgabe 9.3	223
Aufgabe 9.4	225
Aufgabe 9.5	226
Aufgabe 9.6	227
Aufgabe 9.7	228
Aktive Filter und Bode-Diagramme	230
Aufgabe 9.8	230
Aufgabe 9.9	232
Aufgabe 9.10	234
Aufgabe 9.11	235
Aufgabe 9.12	238
Aufgabe 9.13	240
Aufgabe 9.14	243
Aufgabe 9.15	245
Aufgabe 9.16	247

10 Dreiphasensysteme 249

Dreiphasensysteme mit überwiegend symmetrischen Lasten	250
Aufgabe 10.1	250
Aufgabe 10.2	251
Aufgabe 10.3	253
Aufgabe 10.4	255
Aufgabe 10.5	256
Dreiphasensysteme mit unsymmetrischen Lasten	258
Aufgabe 10.6	258
Aufgabe 10.7	259
Aufgabe 10.8	260
Aufgabe 10.9	263
Aufgabe 10.10	264
Aufgabe 10.11	266
Aufgabe 10.12	268
Aufgabe 10.13	270
Aufgabe 10.14	271
Aufgabe 10.15	273
Aufgabe 10.16	275
Allgemeine Dreiphasensysteme	277
Aufgabe 10.17	277
Aufgabe 10.18	278
Aufgabe 10.19	280

11	Transistorschaltungen	282
	Schaltungen mit MOS-Transistoren	283
	Aufgabe 11.1	283
	Aufgabe 11.2	284
	Aufgabe 11.3	286
	Aufgabe 11.4	289
	Aufgabe 11.5	291
	Aufgabe 11.6	292
	Schaltungen mit Bipolar-Transistoren	294
	Aufgabe 11.7	294
	Aufgabe 11.8	295
	Aufgabe 11.9	296
	Aufgabe 11.10	298
	Aufgabe 11.11	300
	Aufgabe 11.12	301
	Aufgabe 11.13	302
	Aufgabe 11.14	303
	Aufgabe 11.15	304
12	Übertrager	305
	Schaltungen mit idealen Übertragern	306
	Aufgabe 12.1	306
	Aufgabe 12.2	307
	Aufgabe 12.3	309
	Aufgabe 12.4	310
	Aufgabe 12.5	311
	Schaltungen mit nichtidealen Übertragern	313
	Aufgabe 12.6	313
	Aufgabe 12.7	315
	Aufgabe 12.8	316
	Aufgabe 12.9	318
	Aufgabe 12.10	320
	Aufgabe 12.11	321
	Aufgabe 12.12	323
	Index	325

1

Elektrische Gleichstromnetzwerke

Die Berechnung elektrischer Netzwerke ist ein zentrales und grundlegendes Kapitel der Elektrotechnik. In diesem Kapitel werden ausschließlich Gleichstromnetzwerke behandelt. Grundlage sind das Ohmsche Gesetz und die Kirchhoffschen Regeln. Sind in einem Netzwerk mit z Zweigen die z Zweigspannungen bekannt, lassen sich die z Zweigströme berechnen. Entsprechendes gilt für z bekannte Zweigströme, d. h. in diesem Fall lassen sich die unbekannten z Zweigspannungen ermitteln. Die Knotenregel liefert für ein Netzwerk mit k Knoten genau $k - 1$ linear unabhängige Gleichungen. Die restlichen $m = z - (k - 1)$ linear unabhängigen Gleichungen lassen sich mithilfe der Maschenregel aufstellen. Ist der vollständige Baum eines Netzwerkes festgelegt, bilden die $k - 1$ Zweige des vollständigen Baums die Baumzweige und die $m = z - (k - 1)$ Zweige, die nicht zum vollständigen Baum gehören, die Maschenzweige oder auch Verbindungszweige. Der vollständige Baum ist dadurch charakterisiert, dass er keine geschlossenen Maschen enthält und dass alle Knoten direkt oder indirekt miteinander verbunden sind.

In diesem Kapitel werden die bekannten Lösungsverfahren

- **Maschenstromverfahren**
- **Knotenpotenzialverfahren**
- **Ersatzspannungsquelle, Ersatzstromquelle**
- **Superpositionsprinzip**

angewandt.

Auf die mathematische Herleitung der linearen Gleichungssysteme im Rahmen des Maschenstrom- und des Knotenpotenzialverfahrens wird an dieser Stelle verzichtet. Ausgehend von der Herleitung wird in diesem Kapitel für beide Verfahren eine systematische Vorgehensweise für die Aufstellung der linearen Gleichungssysteme angegeben.

Als ein sehr wichtiges Werkzeug zur Berechnung elektrischer Netzwerke werden diese beiden Verfahren in Verbindung mit der Ersatzspannungsquelle und Ersatzstromquelle angesehen. Die Ersatzspannungsquelle und die Ersatzstromquelle spielen u. a. bei dem Maschenstrom- und dem Knotenpotenzialverfahren eine wichtige Rolle, wenn Stromquellen in Spannungsquellen und umgekehrt umzuwandeln sind.

Mit dem Überlagerungssatz (Superpositionsprinzip) werden lineare elektrische Netzwerke mit mehr als einer Quelle berechnet. Das Kapitel 1 enthält u. a. Aufgaben, bei denen Kombinationen aus den oben erwähnten Lösungsverfahren zur Anwendung kommen.

Die Berechnung von elektrischen Netzwerken erfolgt in den Aufgaben 1.1 bis 1.7 mithilfe des Maschenstromverfahrens und in den Aufgaben 1.8 bis 1.14 mithilfe des Knotenpotenzialverfahrens. Die Aufgaben 1.15 und 1.16 wenden jeweils beide Verfahren an. Die Ersatzstromquelle kommt in Aufgabe 1.17 und die Ersatzspannungsquelle in den Aufgaben 1.18

und 1.19 zur Anwendung. Die Aufgaben 1.20 und 1.22 behandeln den Überlagerungssatz, während in Aufgabe 1.21 Ersatzspannungsquelle und Ersatzstromquelle den Schwerpunkt bilden.

Systematisches Vorgehen für die Berechnung elektrischer Netzwerke mit dem Maschenstromverfahren

1. Bestimmen der Anzahl m der unabhängigen Maschengleichungen:
Es gilt: $m = z - (k - 1)$, wobei z die Anzahl der Zweige und k die Anzahl der Knoten darstellt.
2. Umrechnen aller Stromquellen in äquivalente Spannungsquellen
3. Für jede Masche ist ein Maschenstrom anzunehmen. Die Pfeilrichtung der Maschenströme erfolgt möglichst entgegen dem Uhrzeigersinn. Jeder Zweig muss in mindestens einer Masche enthalten sein; Zusammenhang zwischen fiktiven Maschenströmen und wahren Strömen herstellen.
4. Für jede Masche: Aufstellung der Maschenregel: $\sum U = 0$ und eintragen in folgendes Rechenschema:

Tabelle 1.1 Aufstellung des Gleichungssystems

	I_{M1}	I_{M2}	I_{M3}	...	I_{Mm}	
Masche 1	R_{11}	R_{12}	R_{13}	...	R_{1m}	U_1
Masche 2	R_{21}	R_{22}	R_{23}	...	R_{2m}	U_2
Masche 3	R_{31}	R_{32}	R_{33}	...	R_{3m}	U_3
...
Masche m	R_{m1}	R_{m2}	R_{m3}	...	R_{mm}	U_m

Die Abkürzungen bedeuten:

I_{Mx} Maschenstrom in der Masche x

U_x Summe aller Quellenspannungen, positiv, wenn Richtung des Maschenstromes entgegengesetzt zu den Spannungspfeilen der Quellenspannungen ist, sonst negativ

R_{xx} Summe aller Widerstände in der Masche m , stets positiv

R_{xy} Widerstand, der von den Maschenströmen I_x und I_y gemeinsam durchflossen wird. Positiv, wenn Pfeile der Maschenströme im Koppelzweig gleichgerichtet sind, sonst negativ.

5. Kontrolle des Schemas:
Die Koeffizienten des Rechenschemas müssen symmetrisch zur Hauptdiagonalen sein.
6. Lösung des linearen Gleichungssystems, z. B. mithilfe der Cramerschen Regel

Systematisches Vorgehen für die Berechnung elektrischer Netzwerke mit dem Knotenpotenzialverfahren

1. Umrechnen aller Spannungsquellen in äquivalente Stromquellen
2. Die Knoten werden durchnummeriert (von 1 bis n) und ein Knoten als Bezugsknoten gewählt (Ziffer 0).
3. Für jeden Knoten: Aufstellung der Knotenregel: $\sum I = 0$ und eintragen in folgendes Rechenschema:

Tabelle 1.2 Aufstellung des Gleichungssystems

	U_{10}	U_{20}	U_{30}	...	U_{n0}	
Knoten 1	G_{11}	$-G_{12}$	$-G_{13}$...	$-G_{1n}$	I_1
Knoten 2	$-G_{21}$	G_{22}	$-G_{23}$...	$-G_{2n}$	I_2
Knoten 3	$-G_{31}$	$-G_{32}$	G_{33}	...	$-G_{3n}$	I_3
...
Knoten n	$-G_{n1}$	$-G_{n2}$	$-G_{n3}$...	G_{nn}	I_n

Die Abkürzungen bedeuten:

U_{x0} Knotenspannungen zwischen dem Knoten x und dem Bezugsknoten 0

I_x Summe aller Quellenströme, die in den Knoten fließen, negativ, wenn Strom vom Knoten wegfleßt, sonst positiv

G_{xx} Summe aller Leitwerte, die einseitig mit Knoten x verbunden sind (Knotenleitwert, in Hauptdiagonale)

G_{xy} Leitwert zwischen Knoten x und Knoten y (Koppelleitwert, es ist $G_{xy} = G_{yx}$)

4. Kontrolle des Schemas:

Die Koeffizienten des Rechenschemas müssen symmetrisch zur Hauptdiagonalen sein.

5. Lösung des linearen Gleichungssystems, z. B. mithilfe der Cramerschen Regel

Cramersche Regel zur Lösung linearer Gleichungssysteme

Mithilfe der Cramerschen Regel lassen sich Gleichungssysteme mit n linearen Gleichungen und n Veränderlichen lösen.

$$[A] \cdot [x] = [y]$$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ \dots \\ y_n \end{bmatrix}$$

$$x_i = \frac{\det(A_i)}{\det(A)},$$

wobei $\det(A)$ die Koeffizientendeterminante der Koeffizientenmatrix $[A]$ und $\det(A_i)$ die Determinante der Matrix $[A_i]$ darstellen. Die Determinante der Matrix $[A_i]$ ergibt sich, wenn die i -te Spalte der Matrix $[A]$ durch die rechte Seite des Gleichungssystems ersetzt wird.

Zum Beispiel für eine dreireihige Koeffizientenmatrix und den Unbekannten x_1 , x_2 und x_3 ergibt sich für die Unbekannte x_2 :

$$x_2 = \frac{\det(A_2)}{\det(A)}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} a_{11} & y_1 & a_{13} \\ a_{21} & y_2 & a_{23} \\ a_{31} & y_3 & a_{33} \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

$$\det(A) = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

$$= a_{11}(a_{22} \cdot a_{33} - a_{23} \cdot a_{32}) - a_{12}(a_{21} \cdot a_{33} - a_{23} \cdot a_{31}) + a_{13}(a_{21} \cdot a_{32} - a_{22} \cdot a_{31})$$

$$\det(A_2) = \begin{vmatrix} a_{11} & y_1 & a_{13} \\ a_{21} & y_2 & a_{23} \\ a_{31} & y_3 & a_{33} \end{vmatrix}$$

$$= a_{11}(y_2 \cdot a_{33} - a_{23} \cdot y_3) - y_1(a_{21} \cdot a_{33} - a_{23} \cdot a_{31}) + a_{13}(a_{21} \cdot y_3 - y_2 \cdot a_{31})$$

■ Maschenstromverfahren

Aufgabe 1.1

Das folgende lineare Netzwerk ist gegeben:

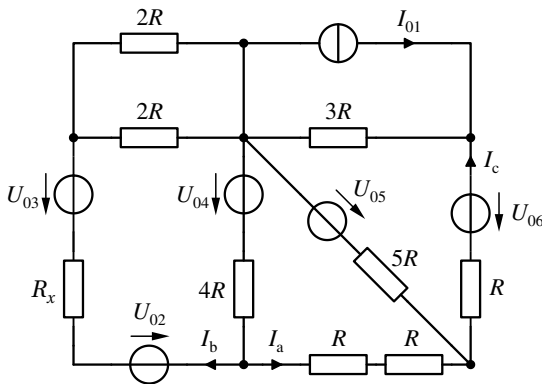


Bild 1.1.1 Lineares Netzwerk

- Formen Sie die Stromquelle I_{01} in die äquivalente Spannungsquelle U_{01} um und fassen Sie Widerstände zusammen, um das Netzwerk zu vereinfachen.
- Stellen Sie mithilfe des Maschenstromverfahrens das Gleichungssystem für die unabhängigen Ströme I_a , I_b und I_c auf (Matrixform).
- Der Widerstand R_x besteht aus einem Heizdraht. Dieser hat einen Durchmesser von $d = 0,5 \text{ mm}$, eine Länge von $l = 50 \text{ cm}$ und besteht aus Konstantan mit einem spezifischen Widerstand von $\varrho = 0,5 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}$. Bestimmen Sie die Leistung an dem Heizdraht, wenn der Strom $I_a = 500 \text{ mA}$ beträgt.

Gegeben ist die Lösungsmatrix eines **anderen** Netzwerkes.

$$\begin{bmatrix} 3R & 0 & 2R \\ 0 & 6R & R \\ 2R & R & 7R \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_d \\ I_e \\ I_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \text{ V} \\ 15 \text{ V} \\ 20 \text{ V} \end{bmatrix}$$

Lösungsmatrix eines Netzwerkes

- Bestimmen Sie den Strom I_d aus der oben genannten Matrix. Der Lösungsweg soll hierbei erkennbar sein. Geben Sie auch den Zahlenwert für $R = 100 \Omega$ an.

Lösung zu Aufgabe 1.1

Hinweis: Lineare Netzwerke bestehen ausschließlich aus linearen Elementen. Ein lineares Element zeichnet sich dadurch aus, dass der Strom der Spannung in linearer Weise folgt.

$$I = k \cdot U,$$

wobei k ein Proportionalitätsfaktor ist.

- a) Erstellung der äquivalenten Spannungsquelle:

$3R$ ist parallel zur Stromquelle I_{01} , daher kann die äquivalente Spannungsquelle als $U_{01} = 3R \cdot I_{01}$ geschrieben werden.

Vereinfachung des Netzwerkes:

Die Parallelschaltung aus den beiden Widerständen $2R$ wird zu $2R \parallel 2R = R$ vereinfacht. Die Reihenschaltung aus R und R wird zu $2R$ vereinfacht.

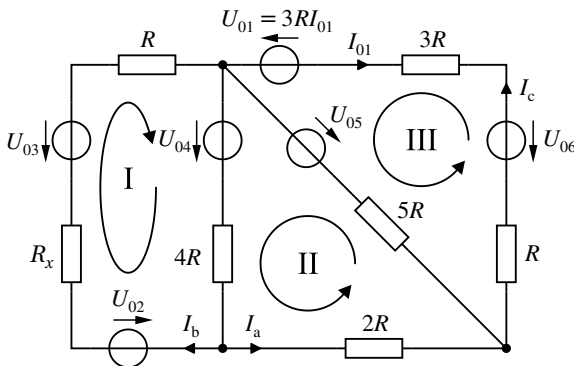


Bild 1.1.2 Vereinfachung des Netzwerkes

b)

	I_a	I_b	I_c	Quellen
Masche I	$5R + R_x$	$4R$	0	$U_{02} + U_{03} - U_{04}$
Masche II	$4R$	$11R$	$-5R$	$U_{05} - U_{04}$
Masche III	0	$-5R$	$9R$	$U_{06} - U_{05} - U_{01}$

Die angegebene Matrix ist eine von mehreren möglichen Lösungen. Die Richtung der Maschenumläufe kann beliebig gewählt werden.

- c) Berechnung des Widerstandes des Drahtes: $R_x = \rho \cdot \frac{l}{\pi \cdot r^2} = 1,27 \Omega$

Berechnung der Leistung: $P_{R_x} = I_a^2 \cdot R_x = \underline{\underline{0,32 \text{ W}}}$

- d) $\det(A) = (300 \cdot 600 \cdot 700 - 200 \cdot 600 \cdot 200 - 100 \cdot 100 \cdot 300) \cdot \Omega^3$
 $= 99\,000\,000 \Omega^3$

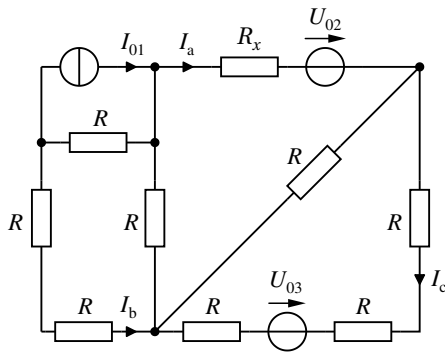
$$\det(A_d) = (10 \cdot 600 \cdot 700 + 200 \cdot 15 \cdot 100 - 200 \cdot 600 \cdot 20 - 10 \cdot 100 \cdot 100) \cdot \text{V} \cdot \Omega^2$$

$$= 2\,000\,000 \text{ V} \cdot \Omega^2$$

$$I_d = \frac{\det(A_d)}{\det(A)} = \underline{\underline{0,0202 \text{ A}}}$$

Aufgabe 1.2

Das folgende lineare Netzwerk ist gegeben:

**Bild 1.2.1** Lineares Netzwerk

- Formen Sie die Stromquelle I_{01} in die äquivalente Spannungsquelle U_{01} um und vereinfachen Sie das Netzwerk.
- Stellen Sie mithilfe des Maschenstromverfahrens das Gleichungssystem für die unabhängigen Ströme I_a , I_b und I_c auf (Matrixform).

Es seien nachfolgende Werte gegeben:

$$R = 100 \, \Omega, \quad R_x = 100 \, \Omega, \quad I_{01} = 50 \, \text{mA}, \quad U_{02} = 10 \, \text{V}, \quad U_{03} = 5 \, \text{V}$$

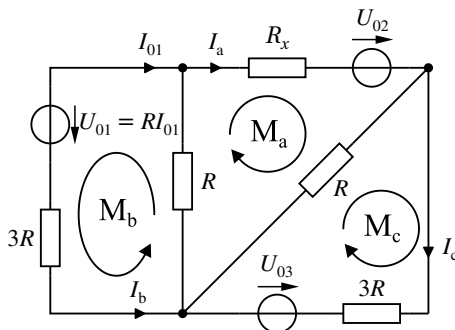
- Bestimmen Sie den Strom I_a zunächst algebraisch. Geben Sie danach ebenfalls seinen Zahlenwert an.

Die Größe des Widerstands R_x sei temperaturabhängig. Sein Temperaturkoeffizient α betrage bei 20°C $\alpha_{20} = 3,85 \cdot 10^{-3} \, \text{K}^{-1}$. Somit ist sein Widerstand bei 20°C $R_{x,20} = 100 \, \Omega$.

- Der Widerstand R_x erwärmt sich von Raumtemperatur (20°C) auf 200°C . Geben Sie nun den neuen Strom I_a ($T = 200^\circ\text{C}$) an.

Lösung zu Aufgabe 1.2

- Vereinfachung des Netzwerkes: Umformen von I_{01} in U_{01} , Zusammenfassen der Widerstände zu $3R$.

**Bild 1.2.2** Vereinfachung des Netzwerks

b)		I_a	I_b	I_c	Quellen
	Masche a	$R_x + R + R$	R	$-R$	$-U_{02}$
	Masche b	R	$3R + R$	0	$-U_{01}$
	Masche c	$-R$	0	$3R + R$	U_{03}

c)

$$\det(A) = 16R^2 R_x + 24R^3$$

$$\det(A_a) = R^2(4U_{01} - 16U_{02} + 4U_{03})$$

$$I_a = \frac{\det(A_a)}{\det(A)} = \frac{4U_{01} - 16U_{02} + 4U_{03}}{16R_x + 24R}$$

$$I_a = \underline{\underline{-30 \text{ mA}}}$$

d) Es wird davon ausgegangen, dass sich der Widerstandswert linear mit der Temperatur ändert.

$$R_x(T = 200^\circ\text{C}) = R_{x,20} + \alpha_{20} \cdot (T - 20^\circ\text{C})$$

$$R_x(T = 200^\circ\text{C}) = R_{x,20} \cdot (1 + \alpha_{20} \cdot (T - 20^\circ\text{C})) = \underline{\underline{169,3 \Omega}}$$

I_a wird analog Aufgabenteil c) berechnet:

$$I_a(T = 200^\circ\text{C}) = \underline{\underline{-23 \text{ mA}}}$$

Aufgabe 1.3

Das folgende lineare Netzwerk ist gegeben:

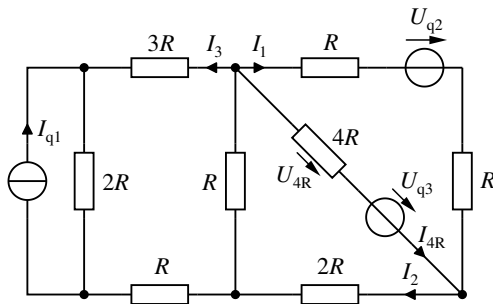


Bild 1.3.1 Lineares Netzwerk

- Formen Sie die Stromquelle I_{q1} in eine äquivalente Spannungsquelle U_{q1} um.
- Die eingezeichneten Ströme I_1 , I_2 und I_3 sind unabhängig. Geben Sie für diesen Fall den vollständigen Baum für das umgeformte Netzwerk an.
- Stellen Sie mithilfe des Maschenstromverfahrens ein lineares Gleichungssystem für diese unabhängigen Ströme auf (Matrixform).

Es seien nachfolgende Werte gegeben:

$$R = 100 \Omega, \quad I_{q1} = 100 \text{ mA}, \quad U_{q2} = 10 \text{ V}, \quad U_{q3} = 30 \text{ V}$$

- Berechnen Sie die Ströme I_1 und I_2 .
- Berechnen Sie die Spannung U_{4R} .

Lösung zu Aufgabe 1.3

a)

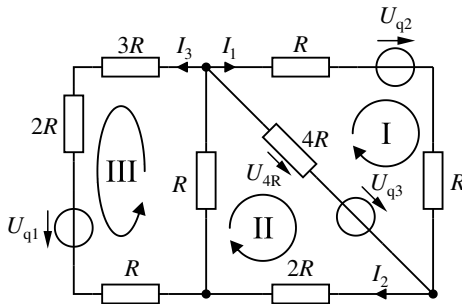


Bild 1.3.2 Umwandlung der Stromquelle in eine äquivalente Spannungsquelle

- b) Der vollständige Baum verbindet alle Knoten eines Netzwerkes, ohne dass eine geschlossene Masche gebildet wird. Er besteht aus $(k - 1)$ Baumzweigen, wobei k die Anzahl der Knoten ist.

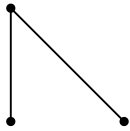


Bild 1.3.3 Vollständiger Baum

$$c) \begin{bmatrix} 6R & -4R & 0 \\ -4R & 7R & R \\ 0 & R & 7R \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +U_{q3} - U_{q2} \\ -U_{q3} \\ -U_{q1} \end{bmatrix}$$

$$d) \begin{aligned} I_1 &= \underline{\underline{11,36 \text{ mA}}} \\ I_2 &= \underline{\underline{-32,95 \text{ mA}}} \end{aligned}$$

$$e) \begin{aligned} I_{4R} &= I_2 - I_1 = \underline{\underline{-44,28 \text{ mA}}} \\ U_{4R} &= I_{4R} \cdot 4R = \underline{\underline{-17,712 \text{ V}}} \end{aligned}$$

Aufgabe 1.4

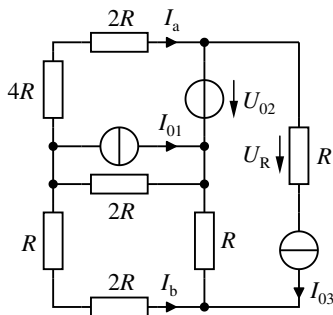


Bild 1.4.1 Lineares Netzwerk

$$R = 10 \Omega, \quad I_{01} = 100 \text{ mA}, \quad U_{02} = 5 \text{ V}, \quad I_{03} = 50 \text{ mA}$$

- a) Wandeln Sie alle in der gegebenen Schaltung enthaltenen Stromquellen in äquivalente Spannungsquellen um.

- b) Stellen Sie einen vollständigen Baum auf, in dem die angegebenen Ströme I_a , I_b und I_{03} die unabhängigen Ströme darstellen.
- c) Stellen Sie das lineare Gleichungssystem auf, stellen Sie mithilfe des Maschenstromverfahrens eine Gleichung für den Strom I_b auf und berechnen Sie den Zahlenwert.
- d) Berechnen Sie den Zahlenwert der angegebenen Spannung U_R .

Lösung zu Aufgabe 1.4

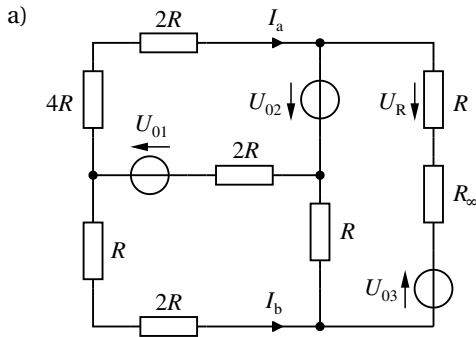


Bild 1.4.2 Umwandlung der Stromquelle in eine äquivalente Spannungsquelle

$$U_{01} = I_{01} \cdot 2R$$

Bei Stromquellen ohne parallelen Widerstand (in dieser Aufgabe I_{03}) wird von einem „virtuellen“ parallelen Widerstand ausgegangen. Der Widerstandswert dieses Widerstandes strebt gegen ∞ .

$$U_{03} = I_{03} \cdot R_{\infty} \quad \text{mit} \quad R_{\infty} \rightarrow \infty$$

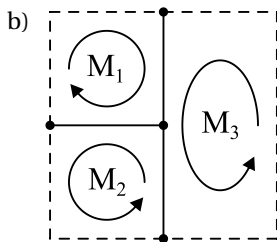


Bild 1.4.3 Vollständiger Baum

c)

$$\begin{bmatrix} 8R & 2R & 0 \\ 2R & 6R & -R \\ 0 & -R & 2R + R_{\infty} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{M1} \\ I_{M2} \\ I_{M3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -U_{01} - U_{02} \\ -U_{01} \\ -U_{02} - U_{03} \end{bmatrix}$$

Bei der Berechnung muss der in Aufgabenteil a) eingesetzte „virtuelle“ Widerstand berücksichtigt werden.

$$I_b = \lim_{R_{\infty} \rightarrow \infty} I_{M2} = \lim_{R_{\infty} \rightarrow \infty} \frac{\det D_2}{\det D}$$

$$\det(D) = \begin{vmatrix} 8R & 2R & 0 \\ 2R & 6R & -R \\ 0 & -R & 2R + R_{\infty} \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned}
&= 8R \cdot \begin{vmatrix} 6R & -R \\ -R & 2R + R_\infty \end{vmatrix} - 2R \cdot \begin{vmatrix} 2R & -R \\ 0 & 2R + R_\infty \end{vmatrix} \\
&= 8R \cdot (12R^2 + 6RR_\infty - R^2) - 2R \cdot (4R^2 + 2RR_\infty) \\
&= 88R^3 + 48R^2R_\infty - 8R^3 - 4R^2R_\infty = 80R^3 + 44R^2R_\infty \\
\det(D_2) &= \begin{vmatrix} 8R & -U_{01} - U_{02} & 0 \\ 2R & -U_{01} & -R \\ 0 & -U_{02} - U_{03} & 2R + R_\infty \end{vmatrix} \\
&= -(-U_{01} - U_{02}) \cdot \begin{vmatrix} 2R & -R \\ 0 & 2R + R_\infty \end{vmatrix} + (-U_{01}) \cdot \begin{vmatrix} 8R & 0 \\ 0 & 2R + R_\infty \end{vmatrix} \\
&\quad - (-U_{02} - U_{03}) \cdot \begin{vmatrix} 8R & 0 \\ 2R & -R \end{vmatrix} \\
&= (U_{01} + U_{02}) \cdot (4R^2 + 2RR_\infty) - U_{01} \cdot (16R^2 + 8RR_\infty) \\
&\quad + (U_{02} + U_{03}) \cdot (-8R^2) \\
&= -U_{01} \cdot 12R^2 - U_{01} \cdot 6RR_\infty - U_{02} \cdot 4R^2 + U_{02} \cdot 2RR_\infty - U_{03} \cdot 8R^2 \\
\frac{\det(D_2)}{\det(D)} &= \frac{-U_{01} \cdot 12R^2 - U_{01} \cdot 6RR_\infty - U_{02} \cdot 4R^2 + U_{02} \cdot 2RR_\infty - U_{03} \cdot 8R^2}{80R^3 + 44R^2R_\infty} \\
&= \frac{R_\infty}{R_\infty} \cdot \frac{-\frac{U_{01} \cdot 12R^2}{R_\infty} - U_{01} \cdot 6R - \frac{U_{02} \cdot 4R^2}{R_\infty} + U_{02} \cdot 2R - \frac{U_{03} \cdot 8R^2}{R_\infty}}{\frac{80R^3}{R_\infty} + 44R^2} \\
&= \frac{-\frac{U_{01} \cdot 12R^2}{R_\infty} - U_{01} \cdot 6R - \frac{U_{02} \cdot 4R^2}{R_\infty} + U_{02} \cdot 2R - \frac{U_{03} \cdot 8R^2}{R_\infty}}{\frac{80R^3}{R_\infty} + 44R^2} \\
\lim_{R_\infty \rightarrow \infty} \frac{\det(D_2)}{\det(D)} &= \frac{-\frac{U_{01} \cdot 12R^2}{R_\infty} - U_{01} \cdot 6R - \frac{U_{02} \cdot 4R^2}{R_\infty} + U_{02} \cdot 2R - \frac{U_{03} \cdot 8R^2}{R_\infty}}{\frac{80R^3}{R_\infty} + 44R^2} \\
&= \frac{-U_{01} \cdot 6R + U_{02} \cdot 2R - I_{03} \cdot 8R^2}{44R^2} \\
\rightarrow I_b &= \frac{-U_{01} \cdot 6 + U_{02} \cdot 2 - I_{03} \cdot 8R}{44R} = \frac{-12V + 10V - 50\text{ mA} \cdot 8 \cdot 10\Omega}{44 \cdot 10\Omega} \\
&= \underline{\underline{-13,64\text{ mA}}} \\
U_R &= I_{03} \cdot R = 50\text{ mA} \cdot 10\Omega \\
&= \underline{\underline{0,5V}}
\end{aligned}$$

Index

A

abhängiger Strom 44
Amplitudenresonanz 200
Anpassung 83
Äquipotenzialfläche 66
Äquipotenziallinie 66, 85
äquivalente Stromquelle 14
Arbeitspunkt 141, 282
Außenleiterstrom 249

B

Bandpass 199, 219, 246
Baum, vollständiger 13, 20, 26
Baumzweig 13, 20
bewegte Ladung 104
Bezugsknoten 14 f.
Bezugspunkt 47
Bipolar-Transistor 282
Blindleistung 148, 188, 250, 311
Blindleistungskompensation 132, 161, 200, 307
Bode-Diagramm 200, 218
Brückenschaltung 150, 159, 216

C

Cramersche Regel 14 f.

D

Dämpfungsmaß 200
Determinante 15
Dielektrikum 78, 102
Differenzialgleichung 129
Diode 129, 143, 145
Drehkondensator 95
Dreieckschaltung 250
Dreiecksspannung 249
Dreiphasensystem 172, 249
Durchflutungssatz 104

E

Eingangskennlinie 297, 299
elektrische Feldkonstante 84
elektrische Feldstärke 66
–, Tangentialkomponente 84
elektrische Flussdichte 84
elektrische Strömungslinie 66
elektrisches Feld 84, 86, 102
–, wirbelfreies 66, 84
elektrisches Strömungsfeld 66 f., 102
Elektron, Ladung 91
–, Masse 91
elektrostatisches Feld 84
Emitterschaltung 297
Ersatzschaltbild, magnetisches 106
Ersatzspannungsquelle 13, 43, 52, 56, 60, 152
Ersatzstromquelle 13, 48, 60

F

Feld, elektrisches 84, 86, 102
–, elektrostatisches 84
–, magnetisches 104, 108
–, stationäres 104
Feldkonstante, elektrische 84
Feldlinien 85
–, magnetische 104
Feldstärke, elektrische 66
–, Linienintegral der elektrischen 66
–, Linienintegral der magnetischen 104
–, magnetische 104
–, Tangentialkomponente der magnetischen 108
–, Umlaufintegral der elektrischen 66, 84
–, Umlaufintegral der magnetischen 104
Filterschaltung 200, 219

Flussdichte, elektrische 84
 –, magnetische 104, 111
 –, Normalkomponente der magnetischen 108
 freier Ladungsträger 84

G

Gaußscher Satz 89
 Gegeninduktivität 111
 Gleichrichter 143
 Gleichrichtwert 145
 Gleichstromnetzwerk 13
 Gleichungssystem, lineares 13
 Grenzsicht 88

H

Hochpass 169, 236, 239

I

ideale Spannungsquelle 49
 ideale Stromquelle 48
 Impedanzkonverter 225
 Impedanztransformation 309
 Innenwiderstand 43

K

Kapazität des Drehkondensators 95
 – eines Plattenkondensators 69
 kinetische Energie 91
 Klemmenspannung 49
 Knoten 13, 20
 Knotenpotenzial 42
 Knotenpotenzialverfahren 13, 29, 44, 154
 Knotenregel 13 f.
 Knotenspannung 15
 Koaxialkabel 78
 Koeffizientendeterminante 15
 Koeffizientenmatrix 15
 Komplementärbaum 27
 komplementärer Zweig 27
 Koppelleitwert 15
 Koppelzweig 14
 Kopplungsfaktor 117
 Kraftfeld 84, 104
 Kugelkondensator 88 f.
 Kurzschlussstrom 44

L

Ladung, bewegte 104
 –, ruhende elektrische 84
 Ladung eines Elektrons 91
 Ladungsträger, freier 84
 Lastanpassung 59
 Leerlaufspannung 43, 52
 Leistungsanpassung 173, 306
 Leiter, stromdurchflossener 104
 Leitfähigkeit, ortsabhängige 67
 Leitwert 15
 lineares elektrisches Netzwerk 13
 lineares Gleichungssystem 13
 Linienintegral der elektrischen Feldstärke 66
 – der magnetischen Feldstärke 104

M

magnetische Feldlinien 104
 magnetische Feldstärke 104
 magnetische Flussdichte 104
 – im Luftspalt 111
 magnetischer Kreis 104, 107, 111
 magnetischer Widerstand 104, 111
 magnetisches Ersatzschaltbild 106
 magnetisches Feld 104
 – an der Grenzfläche 108
 Manteltransformator 120
 Maschengleichung, unabhängige 14
 Maschenregel 14
 Maschenstrom 14
 Maschenstromverfahren 13, 16, 44, 154, 156
 Maschenumlauf 17, 27
 Maschenzweig 13
 Masse eines Elektrons 91
 Massepotenzial 42
 materialabhängige relative Permeabilität 104
 Maxwellsche Gleichungen 104
 MOS-Transistor 282

N

Netzwerk, lineares elektrisches 13
 Neutralleiterstrom 249
 nicht-invertierender Verstärker 241

Normalkomponente der magnetischen
Flussdichte 108

O

Operationsverstärker 218
ortsabhängige Leitfähigkeit 67
ortsabhängige Stromdichte 66
Ortskurve 180, 200

P

Parallelresonanz 156
Parallelschwingkreis 198
Periodendauer 132, 144, 206
Permeabilität, materialabhängige relative 104
Permeabilitätskonstante 104
Permittivität 99
Permittivitätszahl 84
Phasenlage 130, 185, 220, 249
Phasenresonanz 151, 189, 200
Plattenkondensator 86
Potenzial 66
–, skalares 84
Potenzialdifferenz 66

Q

Quellenspannung 14
Quellenstrom 15, 48, 60

R

reale Spannungsquelle 48 f.
Rechte-Hand-Regel 106
Reihenschwingkreis 203
Resonanz 200
ruhende elektrische Ladung 84

S

Sättigungsbereich 282, 287 ff.
Schaltvorgang 129
Selbstinduktivität 111
Serienresonanz 156
skalares Potenzial 84
Spannung, unabhängige 44
Spannungsquelle, ideale 49
–, reale 48 f.

stationäres elektrisches Strömungsfeld 66, 84
stationäres Feld 104
Sternschaltung 250
Sternspannung 249
Strom, abhängiger 44
–, unabhängiger 21, 44
Stromdichte 66
–, ortsabhängige 66
stromdurchflossener Leiter 104
Stromquelle, äquivalente 14
–, ideale 48
Strömungsfeld, elektrisches 66 f., 102
–, stationäres elektrisches 66, 84
Stromverteilung 66
Superposition 158
Superpositionsprinzip 13

T

Tangentialkomponente der elektrischen
Feldstärke 84
Tangentialkomponente der magnetischen
Feldstärke 108
Temperaturkoeffizient 18
T-Ersatzschaltbild 306
Tiefpass 214, 220, 231
Transformator 305
Transistor 282

U

Überlagerungssatz 13, 56, 62, 115
Übertrager 305
Übertragungsfunktion 148, 200 f.
Umlaufintegral der elektrischen Feldstärke 66, 84
Umlaufintegral der magnetischen Feldstärke 104
Umspanner 305
unabhängige Maschengleichungen 14
unabhängige Spannung 44
unabhängiger Strom 21, 44

V

Vektorfeld 104
–, wirbelfreies 66
Verbindungszweig 13

Verstärker, nicht-invertierender 241
virtueller Widerstand 21, 23, 37
vollständiger Baum 13, 20, 26

W

Widerstand, magnetischer 104, 111
–, virtueller 21, 23, 37
wirbelfrei 66, 84
wirbelfreies Vektorfeld 66
Wirkleistung 148

Z

Zählpfeil 59
Zeigerdiagramm 249
zeitabhängiger Vorgang 128
Zenerdiode 141, 300
Zweig 13
–, komplementärer 27
Zweigspannung 13
Zweigstrom 13
Zylinderkondensator 97