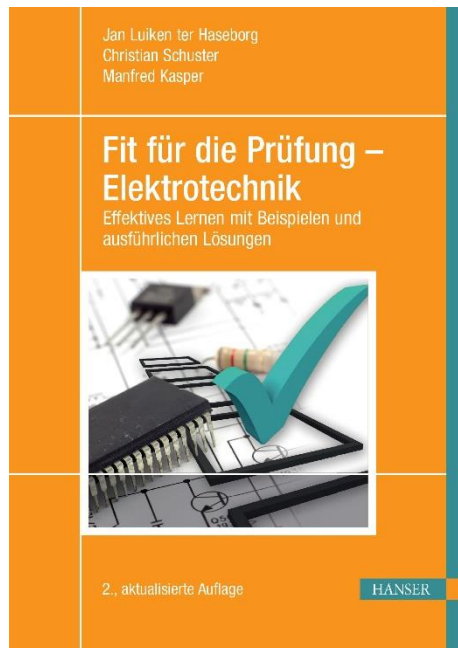


# HANSER



## Leseprobe

zu

## Fit für die Prüfung – Elektrotechnik

von Jan Luiken ter Haseborg, Christian Schuster und  
Manfred Kasper

Print-ISBN: 978-3-446-47871-8

E-Book-ISBN: 978-3-446-47876-3

Weitere Informationen und Bestellungen unter

<https://www.hanser-kundencenter.de/fachbuch/artikel/9783446478718>

sowie im Buchhandel

© Carl Hanser Verlag, München

# Vorwort zur zweiten Auflage

Der Empfehlung des Carl Hanser Verlags eine zweite Auflage des Buches „Fit für die Prüfung – Elektrotechnik“ zu erstellen, sind wir gerne nachgekommen. Es handelt sich hier um ein Übungsbuch mit Aufgaben und den dazugehörigen Lösungen zu den Grundlagenvorlesungen der Elektrotechnik an Universitäten bzw. Technischen Universitäten, wobei ein Großteil der Aufgaben auch für Studierende an Fachhochschulen gedacht ist. Die Aufgaben sind thematisch in 12 Kapitel eingeteilt und jeweils kapitelweise mit einer kurzen Einführung versehen. Die vorliegende Aufgabensammlung ist im Wesentlichen ein Auszug aus den Klausuraufgaben zu den Grundlagenvorlesungen der Elektrotechnik an der Technischen Universität Hamburg. Durch den beschriebenen Aufbau eignet sich das Buch sehr gut zum Selbststudium sowie für Studierende, die die Grundlagen an anderen Universitäten gehört haben. Wie bereits im Vorwort zur ersten Auflage erwähnt, zeichnet sich das Buch dadurch aus, dass nicht nur Lösungsschritte angedeutet werden, sondern dass die Lösungen sehr ausführlich aufgebaut sind, sodass Studierende einzelne Zwischenschritte im Lösungsweg nachvollziehen können. Der Inhalt des vorliegenden Werkes soll nicht die Übungen zu den Vorlesungen ersetzen, sondern ist als ergänzendes Hilfsmittel für deren erfolgreiche Bearbeitung und die Vertiefung des Vorlesungsstoffes gedacht.

Die Autoren danken allen, die an diesem Buch mitgearbeitet haben. Ebenso danken wir für die vielen konstruktiven Vorschläge und Kommentare für die zweite Auflage. Ein besonderer Dank geht in diesem Zusammenhang an den Carl Hanser Verlag, der uns hervorragend beraten hat.

Diese zweite Auflage stellt eine aktualisierte Version der ersten Auflage dar.

Hamburg im August 2023

Jan Luiken ter Haseborg  
Christian Schuster  
Manfred Kasper



# Inhalt

<b>1</b>	<b>Elektrische Gleichstromnetzwerke</b> .....	<b>13</b>
	Maschenstromverfahren .....	16
	Aufgabe 1.1 .....	16
	Aufgabe 1.2 .....	18
	Aufgabe 1.3 .....	19
	Aufgabe 1.4 .....	20
	Aufgabe 1.5 .....	23
	Aufgabe 1.6 .....	25
	Aufgabe 1.7 .....	27
	Knotenpotenzialverfahren .....	29
	Aufgabe 1.8 .....	29
	Aufgabe 1.9 .....	31
	Aufgabe 1.10 .....	33
	Aufgabe 1.11 .....	35
	Aufgabe 1.12 .....	37
	Aufgabe 1.13 .....	39
	Aufgabe 1.14 .....	41
	Maschenstromverfahren/Knotenpotenzialverfahren .....	44
	Aufgabe 1.15 .....	44
	Aufgabe 1.16 .....	46
	Ersatzstromquelle .....	48
	Aufgabe 1.17 .....	48
	Ersatzspannungsquelle .....	52
	Aufgabe 1.18 .....	52
	Aufgabe 1.19 .....	54
	Ersatzspannungsquelle/Überlagerungssatz .....	56
	Aufgabe 1.20 .....	56
	Ersatzspannungsquelle/Ersatzstromquelle .....	60
	Aufgabe 1.21 .....	60
	Überlagerungssatz .....	62
	Aufgabe 1.22 .....	62
<b>2</b>	<b>Stationäres elektrisches Strömungsfeld</b> .....	<b>66</b>
	Elektrisches Strömungsfeld .....	67
	Aufgabe 2.1 .....	67
	Aufgabe 2.2 .....	68
	Aufgabe 2.3 .....	71
	Aufgabe 2.4 .....	73
	Aufgabe 2.5 .....	74
	Aufgabe 2.6 .....	76

Aufgabe 2.7 .....	78
Aufgabe 2.8 .....	79
Aufgabe 2.9 .....	81

**3 Elektrisches Feld ..... 84**

Elektrisches Feld .....	86
Aufgabe 3.1 .....	86
Aufgabe 3.2 .....	88
Aufgabe 3.3 .....	90
Aufgabe 3.4 .....	93
Aufgabe 3.5 .....	95
Aufgabe 3.6 .....	97
Aufgabe 3.7 .....	100
Elektrisches Feld/elektrisches Strömungsfeld .....	102
Aufgabe 3.8 .....	102

**4 Magnetisches Feld ..... 104**

Felder stromdurchflossener Leiter .....	105
Aufgabe 4.1 .....	105
Aufgabe 4.2 .....	106
Aufgabe 4.3 .....	109
Magnetischer Kreis .....	111
Aufgabe 4.4 .....	111
Aufgabe 4.5 .....	112
Aufgabe 4.6 .....	114
Aufgabe 4.7 .....	117
Aufgabe 4.8 .....	120
Aufgabe 4.9 .....	123
Aufgabe 4.10 .....	125

**5 Berechnung zeitabhängiger Vorgänge ..... 128**

Sinusförmiger Verlauf im Zeitbereich .....	130
Aufgabe 5.1 .....	130
Aufgabe 5.2 .....	131
Schaltvorgänge .....	133
Aufgabe 5.3 .....	133
Aufgabe 5.4 .....	135
Aufgabe 5.5 .....	136
Aufgabe 5.6 .....	137
Aufgabe 5.7 .....	138
Zeitabhängiger Verlauf in Diodenschaltungen .....	140
Aufgabe 5.8 .....	140
Aufgabe 5.9 .....	143
Aufgabe 5.10 .....	145

<b>6</b>	<b>Komplexe Wechselstromrechnung</b>	<b>147</b>
	Impedanzberechnung, Ströme und Spannungen	148
	Aufgabe 6.1	148
	Aufgabe 6.2	149
	Aufgabe 6.3	151
	Aufgabe 6.4	152
	Netzwerkanalyse	153
	Aufgabe 6.5	153
	Aufgabe 6.6	155
	Frequenzabhängigkeit und komplexe Leistung	156
	Aufgabe 6.7	156
	Aufgabe 6.8	158
	Aufgabe 6.9	159
	Aufgabe 6.10	161
	Aufgabe 6.11	163
	Verschiedene Anwendungen	165
	Aufgabe 6.12	165
	Aufgabe 6.13	167
	Aufgabe 6.14	170
	Aufgabe 6.15	172
	Aufgabe 6.16	173
	Aufgabe 6.17	175
	Aufgabe 6.18	177
<b>7</b>	<b>Zeigerdiagramme und Ortskurven</b>	<b>180</b>
	Zeigerdiagramme	182
	Aufgabe 7.1	182
	Aufgabe 7.2	184
	Aufgabe 7.3	186
	Aufgabe 7.4	188
	Aufgabe 7.5	189
	Ortskurven	191
	Aufgabe 7.6	191
	Aufgabe 7.7	193
	Aufgabe 7.8	195
	Aufgabe 7.9	197
	Aufgabe 7.10	198
<b>8</b>	<b>Schwingkreise und Filterschaltungen</b>	<b>200</b>
	Schwingkreise und Resonanz	201
	Aufgabe 8.1	201
	Aufgabe 8.2	203
	Aufgabe 8.3	204
	Aufgabe 8.4	206
	Aufgabe 8.5	208
	Passive Filter und Bode-Diagramme	211
	Aufgabe 8.6	211

	Aufgabe 8.7 .....	213
	Aufgabe 8.8 .....	216
<b>9</b>	<b>Schaltungen mit Operationsverstärkern .....</b>	<b>218</b>
	Analyse von OP-Schaltungen .....	219
	Aufgabe 9.1 .....	219
	Aufgabe 9.2 .....	221
	Aufgabe 9.3 .....	223
	Aufgabe 9.4 .....	225
	Aufgabe 9.5 .....	226
	Aufgabe 9.6 .....	227
	Aufgabe 9.7 .....	228
	Aktive Filter und Bode-Diagramme .....	230
	Aufgabe 9.8 .....	230
	Aufgabe 9.9 .....	232
	Aufgabe 9.10 .....	234
	Aufgabe 9.11 .....	235
	Aufgabe 9.12 .....	238
	Aufgabe 9.13 .....	240
	Aufgabe 9.14 .....	243
	Aufgabe 9.15 .....	245
	Aufgabe 9.16 .....	247
<b>10</b>	<b>Dreiphasensysteme .....</b>	<b>249</b>
	Dreiphasensysteme mit überwiegend symmetrischen Lasten .....	250
	Aufgabe 10.1 .....	250
	Aufgabe 10.2 .....	251
	Aufgabe 10.3 .....	253
	Aufgabe 10.4 .....	255
	Aufgabe 10.5 .....	256
	Dreiphasensysteme mit unsymmetrischen Lasten .....	258
	Aufgabe 10.6 .....	258
	Aufgabe 10.7 .....	259
	Aufgabe 10.8 .....	260
	Aufgabe 10.9 .....	263
	Aufgabe 10.10 .....	264
	Aufgabe 10.11 .....	266
	Aufgabe 10.12 .....	268
	Aufgabe 10.13 .....	270
	Aufgabe 10.14 .....	271
	Aufgabe 10.15 .....	273
	Aufgabe 10.16 .....	275
	Allgemeine Dreiphasensysteme .....	277
	Aufgabe 10.17 .....	277
	Aufgabe 10.18 .....	278
	Aufgabe 10.19 .....	280

---

<b>11</b>	<b>Transistorschaltungen</b> .....	<b>282</b>
	Schaltungen mit MOS-Transistoren .....	283
	Aufgabe 11.1 .....	283
	Aufgabe 11.2 .....	284
	Aufgabe 11.3 .....	286
	Aufgabe 11.4 .....	289
	Aufgabe 11.5 .....	291
	Aufgabe 11.6 .....	292
	Schaltungen mit Bipolar-Transistoren .....	294
	Aufgabe 11.7 .....	294
	Aufgabe 11.8 .....	295
	Aufgabe 11.9 .....	296
	Aufgabe 11.10 .....	298
	Aufgabe 11.11 .....	300
	Aufgabe 11.12 .....	301
	Aufgabe 11.13 .....	302
	Aufgabe 11.14 .....	303
	Aufgabe 11.15 .....	304
<b>12</b>	<b>Übertrager</b> .....	<b>305</b>
	Schaltungen mit idealen Übertragern .....	306
	Aufgabe 12.1 .....	306
	Aufgabe 12.2 .....	307
	Aufgabe 12.3 .....	309
	Aufgabe 12.4 .....	310
	Aufgabe 12.5 .....	311
	Schaltungen mit nichtidealen Übertragern .....	313
	Aufgabe 12.6 .....	313
	Aufgabe 12.7 .....	315
	Aufgabe 12.8 .....	316
	Aufgabe 12.9 .....	318
	Aufgabe 12.10 .....	320
	Aufgabe 12.11 .....	321
	Aufgabe 12.12 .....	323
	<b>Index</b> .....	<b>325</b>





# 1

## Elektrische Gleichstromnetzwerke

Die Berechnung elektrischer Netzwerke ist ein zentrales und grundlegendes Kapitel der Elektrotechnik. In diesem Kapitel werden ausschließlich Gleichstromnetzwerke behandelt. Grundlage sind das Ohmsche Gesetz und die Kirchhoffschen Regeln. Sind in einem Netzwerk mit  $z$  Zweigen die  $z$  Zweigspannungen bekannt, lassen sich die  $z$  Zweigströme berechnen. Entsprechendes gilt für  $z$  bekannte Zweigströme, d. h. in diesem Fall lassen sich die unbekanntes  $z$  Zweigspannungen ermitteln. Die Knotenregel liefert für ein Netzwerk mit  $k$  Knoten genau  $k - 1$  linear unabhängige Gleichungen. Die restlichen  $m = z - (k - 1)$  linear unabhängigen Gleichungen lassen sich mithilfe der Maschenregel aufstellen. Ist der vollständige Baum eines Netzwerkes festgelegt, bilden die  $k - 1$  Zweige des vollständigen Baums die Baumzweige und die  $m = z - (k - 1)$  Zweige, die nicht zum vollständigen Baum gehören, die Maschenzweige oder auch Verbindungszweige. Der vollständige Baum ist dadurch charakterisiert, dass er keine geschlossenen Maschen enthält und dass alle Knoten direkt oder indirekt miteinander verbunden sind.

In diesem Kapitel werden die bekannten Lösungsverfahren

- **Maschenstromverfahren**
- **Knotenpotenzialverfahren**
- **Ersatzspannungsquelle, Ersatzstromquelle**
- **Superpositionsprinzip**

angewandt.

Auf die mathematische Herleitung der linearen Gleichungssysteme im Rahmen des Maschenstrom- und des Knotenpotenzialverfahrens wird an dieser Stelle verzichtet. Ausgehend von der Herleitung wird in diesem Kapitel für beide Verfahren eine systematische Vorgehensweise für die Aufstellung der linearen Gleichungssysteme angegeben.

Als ein sehr wichtiges Werkzeug zur Berechnung elektrischer Netzwerke werden diese beiden Verfahren in Verbindung mit der Ersatzspannungsquelle und Ersatzstromquelle angesehen. Die Ersatzspannungsquelle und die Ersatzstromquelle spielen u. a. bei dem Maschenstrom- und dem Knotenpotenzialverfahren eine wichtige Rolle, wenn Stromquellen in Spannungsquellen und umgekehrt umzuwandeln sind.

Mit dem Überlagerungssatz (Superpositionsprinzip) werden lineare elektrische Netzwerke mit mehr als einer Quelle berechnet. Das Kapitel 1 enthält u. a. Aufgaben, bei denen Kombinationen aus den oben erwähnten Lösungsverfahren zur Anwendung kommen.

Die Berechnung von elektrischen Netzwerken erfolgt in den Aufgaben 1.1 bis 1.7 mithilfe des Maschenstromverfahrens und in den Aufgaben 1.8 bis 1.14 mithilfe des Knotenpotenzialverfahrens. Die Aufgaben 1.15 und 1.16 wenden jeweils beide Verfahren an. Die Ersatzstromquelle kommt in Aufgabe 1.17 und die Ersatzspannungsquelle in den Aufgaben 1.18

und 1.19 zur Anwendung. Die Aufgaben 1.20 und 1.22 behandeln den Überlagerungssatz, während in Aufgabe 1.21 Ersatzspannungsquelle und Ersatzstromquelle den Schwerpunkt bilden.

### Systematisches Vorgehen für die Berechnung elektrischer Netzwerke mit dem Maschenstromverfahren

- Bestimmen der Anzahl  $m$  der unabhängigen Maschengleichungen:  
Es gilt:  $m = z - (k - 1)$ , wobei  $z$  die Anzahl der Zweige und  $k$  die Anzahl der Knoten darstellt.
- Umrechnen aller Stromquellen in äquivalente Spannungsquellen
- Für jede Masche ist ein Maschenstrom anzunehmen. Die Pfeilrichtung der Maschenströme erfolgt möglichst entgegen dem Uhrzeigersinn. Jeder Zweig muss in mindestens einer Masche enthalten sein; Zusammenhang zwischen fiktiven Maschenströmen und wahren Strömen herstellen.
- Für jede Masche: Aufstellung der Maschenregel:  $\sum U = 0$  und eintragen in folgendes Rechenschema:

**Tabelle 1.1** Aufstellung des Gleichungssystems

	$I_{M1}$	$I_{M2}$	$I_{M3}$	...	$I_{Mm}$	
Masche 1	$R_{11}$	$R_{12}$	$R_{13}$	...	$R_{1m}$	$U_1$
Masche 2	$R_{21}$	$R_{22}$	$R_{23}$	...	$R_{2m}$	$U_2$
Masche 3	$R_{31}$	$R_{32}$	$R_{33}$	...	$R_{3m}$	$U_3$
...	...	...	...	...	...	...
Masche $m$	$R_{m1}$	$R_{m2}$	$R_{m3}$	...	$R_{mm}$	$U_m$

Die Abkürzungen bedeuten:

$I_{Mx}$  Maschenstrom in der Masche  $x$

$U_x$  Summe aller Quellenspannungen, positiv, wenn Richtung des Maschenstromes entgegengesetzt zu den Spannungspfeilen der Quellenspannungen ist, sonst negativ

$R_{xx}$  Summe aller Widerstände in der Masche  $m$ , stets positiv

$R_{xy}$  Widerstand, der von den Maschenströmen  $I_x$  und  $I_y$  gemeinsam durchflossen wird. Positiv, wenn Pfeile der Maschenströme im Koppelzweig gleichgerichtet sind, sonst negativ.

- Kontrolle des Schemas:  
Die Koeffizienten des Rechenschemas müssen symmetrisch zur Hauptdiagonalen sein.
- Lösung des linearen Gleichungssystems, z. B. mithilfe der Cramerschen Regel

### Systematisches Vorgehen für die Berechnung elektrischer Netzwerke mit dem Knotenpotenzialverfahren

- Umrechnen aller Spannungsquellen in äquivalente Stromquellen
- Die Knoten werden durchnummeriert (von 1 bis  $n$ ) und ein Knoten als Bezugsknoten gewählt (Ziffer 0).
- Für jeden Knoten: Aufstellung der Knotenregel:  $\sum I = 0$  und eintragen in folgendes Rechenschema:

**Tabelle 1.2** Aufstellung des Gleichungssystems

	$U_{10}$	$U_{20}$	$U_{30}$	...	$U_{n0}$	
Knoten 1	$G_{11}$	$-G_{12}$	$-G_{13}$	...	$-G_{1n}$	$I_1$
Knoten 2	$-G_{21}$	$G_{22}$	$-G_{23}$	...	$-G_{2n}$	$I_2$
Knoten 3	$-G_{31}$	$-G_{32}$	$G_{33}$	...	$-G_{3n}$	$I_3$
...	...	...	...	...	...	...
Knoten n	$-G_{n1}$	$-G_{n2}$	$-G_{n3}$	...	$G_{nn}$	$I_n$

Die Abkürzungen bedeuten:

- $U_{x0}$  Knotenspannungen zwischen dem Knoten  $x$  und dem Bezugsknoten 0
- $I_x$  Summe aller Quellenströme, die in den Knoten fließen, negativ, wenn Strom vom Knoten wegfließt, sonst positiv
- $G_{xx}$  Summe aller Leitwerte, die einseitig mit Knoten  $x$  verbunden sind (Knotenleitwert, in Hauptdiagonale)
- $G_{xy}$  Leitwert zwischen Knoten  $x$  und Knoten  $y$  (Koppelleitwert, es ist  $G_{xy} = G_{yx}$ )

4. Kontrolle des Schemas:

Die Koeffizienten des Rechenschemas müssen symmetrisch zur Hauptdiagonalen sein.

5. Lösung des linearen Gleichungssystems, z. B. mithilfe der Cramerschen Regel

### Cramersche Regel zur Lösung linearer Gleichungssysteme

Mithilfe der Cramerschen Regel lassen sich Gleichungssysteme mit  $n$  linearen Gleichungen und  $n$  Veränderlichen lösen.

$$[A] \cdot [x] = [y]$$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ \dots \\ y_n \end{bmatrix}$$

$$x_i = \frac{\det(A_i)}{\det(A)},$$

wobei  $\det(A)$  die Koeffizientendeterminante der Koeffizientenmatrix  $[A]$  und  $\det(A_i)$  die Determinante der Matrix  $[A_i]$  darstellen. Die Determinante der Matrix  $[A_i]$  ergibt sich, wenn die  $i$ -te Spalte der Matrix  $[A]$  durch die rechte Seite des Gleichungssystems ersetzt wird.

Zum Beispiel für eine dreireihige Koeffizientenmatrix und den Unbekannten  $x_1, x_2$  und  $x_3$  ergibt sich für die Unbekannte  $x_2$ :

$$x_2 = \frac{\det(A_2)}{\det(A)}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} a_{11} & y_1 & a_{13} \\ a_{21} & y_2 & a_{23} \\ a_{31} & y_3 & a_{33} \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

$$\det(A) = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

$$= a_{11}(a_{22} \cdot a_{33} - a_{23} \cdot a_{32}) - a_{12}(a_{21} \cdot a_{33} - a_{23} \cdot a_{31}) + a_{13}(a_{21} \cdot a_{32} - a_{22} \cdot a_{31})$$

$$\det(A_2) = \begin{vmatrix} a_{11} & y_1 & a_{13} \\ a_{21} & y_2 & a_{23} \\ a_{31} & y_3 & a_{33} \end{vmatrix}$$

$$= a_{11}(y_2 \cdot a_{33} - a_{23} \cdot y_3) - y_1(a_{21} \cdot a_{33} - a_{23} \cdot a_{31}) + a_{13}(a_{21} \cdot y_3 - y_2 \cdot a_{31})$$

■ Maschenstromverfahren

**Aufgabe 1.1**

Das folgende lineare Netzwerk ist gegeben:

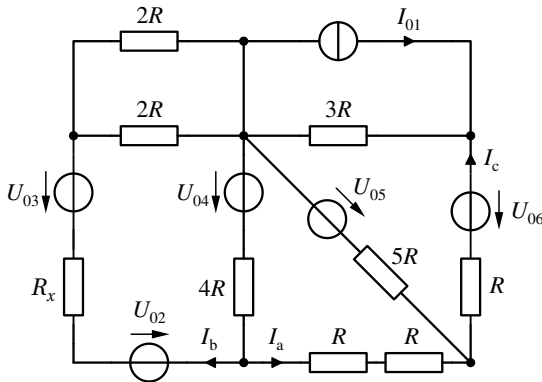


Bild 1.1.1 Lineares Netzwerk

- a) Formen Sie die Stromquelle  $I_{01}$  in die äquivalente Spannungsquelle  $U_{01}$  um und fassen Sie Widerstände zusammen, um das Netzwerk zu vereinfachen.
- b) Stellen Sie mithilfe des Maschenstromverfahrens das Gleichungssystem für die unabhängigen Ströme  $I_a$ ,  $I_b$  und  $I_c$  auf (Matrixform).
- c) Der Widerstand  $R_x$  besteht aus einem Heizdraht. Dieser hat einen Durchmesser von  $d = 0,5 \text{ mm}$ , eine Länge von  $l = 50 \text{ cm}$  und besteht aus Konstantan mit einem spezifischen Widerstand von  $\rho = 0,5 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}$ . Bestimmen Sie die Leistung an dem Heizdraht, wenn der Strom  $I_a = 500 \text{ mA}$  beträgt.

Gegeben ist die Lösungsmatrix eines **anderen** Netzwerkes.

$$\begin{bmatrix} 3R & 0 & 2R \\ 0 & 6R & R \\ 2R & R & 7R \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_d \\ I_e \\ I_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \text{ V} \\ 15 \text{ V} \\ 20 \text{ V} \end{bmatrix}$$

Lösungsmatrix eines Netzwerkes

- d) Bestimmen Sie den Strom  $I_d$  aus der oben genannten Matrix. Der Lösungsweg soll hierbei erkennbar sein. Geben Sie auch den Zahlenwert für  $R = 100 \Omega$  an.

**Lösung zu Aufgabe 1.1**

*Hinweis:* Lineare Netzwerke bestehen ausschließlich aus linearen Elementen. Ein lineares Element zeichnet sich dadurch aus, dass der Strom der Spannung in linearer Weise folgt.

$$I = k \cdot U,$$

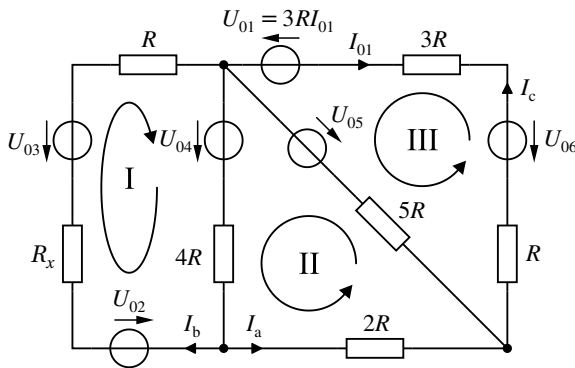
wobei  $k$  ein Proportionalitätsfaktor ist.

a) Erstellung der äquivalenten Spannungsquelle:

$3R$  ist parallel zur Stromquelle  $I_{01}$ , daher kann die äquivalente Spannungsquelle als  $U_{01} = 3R \cdot I_{01}$  geschrieben werden.

Vereinfachung des Netzwerkes:

Die Parallelschaltung aus den beiden Widerständen  $2R$  wird zu  $2R \parallel 2R = R$  vereinfacht. Die Reihenschaltung aus  $R$  und  $R$  wird zu  $2R$  vereinfacht.



**Bild 1.1.2** Vereinfachung des Netzwerkes

b)	$I_a$	$I_b$	$I_c$	Quellen
Masche I	$5R + R_x$	$4R$	0	$U_{02} + U_{03} - U_{04}$
Masche II	$4R$	$11R$	$-5R$	$U_{05} - U_{04}$
Masche III	0	$-5R$	$9R$	$U_{06} - U_{05} - U_{01}$

Die angegebene Matrix ist eine von mehreren möglichen Lösungen. Die Richtung der Maschenumläufe kann beliebig gewählt werden.

c) Berechnung des Widerstandes des Drahtes:  $R_x = \rho \cdot \frac{l}{\pi \cdot r^2} = 1,27 \Omega$

Berechnung der Leistung:  $P_{R_x} = I_a^2 \cdot R_x = \underline{0,32 \text{ W}}$

d) 
$$\det(A) = (300 \cdot 600 \cdot 700 - 200 \cdot 600 \cdot 200 - 100 \cdot 100 \cdot 300) \cdot \Omega^3$$

$$= 99\,000\,000 \Omega^3$$

$$\det(A_d) = (10 \cdot 600 \cdot 700 + 200 \cdot 15 \cdot 100 - 200 \cdot 600 \cdot 20 - 10 \cdot 100 \cdot 100) \cdot \text{V} \cdot \Omega^2$$

$$= 2\,000\,000 \text{ V} \cdot \Omega^2$$

$$I_d = \frac{\det(A_d)}{\det(A)} = \underline{\underline{0,0202 \text{ A}}}$$

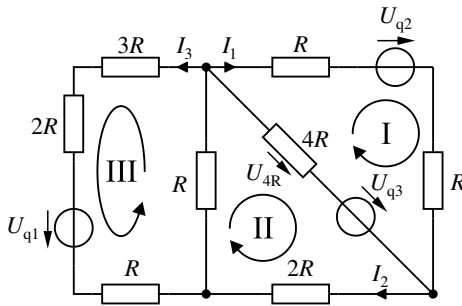






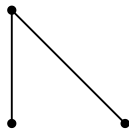
**Lösung zu Aufgabe 1.3**

a)



**Bild 1.3.2** Umwandlung der Stromquelle in eine äquivalente Spannungsquelle

b) Der vollständige Baum verbindet alle Knoten eines Netzwerkes, ohne dass eine geschlossene Masche gebildet wird. Er besteht aus  $(k - 1)$  Baumzweigen, wobei  $k$  die Anzahl der Knoten ist.



**Bild 1.3.3** Vollständiger Baum

$$c) \begin{bmatrix} 6R & -4R & 0 \\ -4R & 7R & R \\ 0 & R & 7R \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +U_{q3} - U_{q2} \\ -U_{q3} \\ -U_{q1} \end{bmatrix}$$

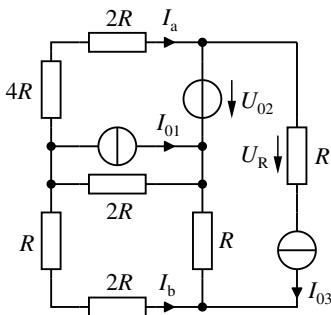
$$d) \quad I_1 = \underline{\underline{11,36 \text{ mA}}}$$

$$I_2 = \underline{\underline{-32,95 \text{ mA}}}$$

$$e) \quad I_{4R} = I_2 - I_1 = \underline{\underline{-44,28 \text{ mA}}}$$

$$U_{4R} = I_{4R} \cdot 4R = \underline{\underline{-17,712 \text{ V}}}$$

**Aufgabe 1.4**



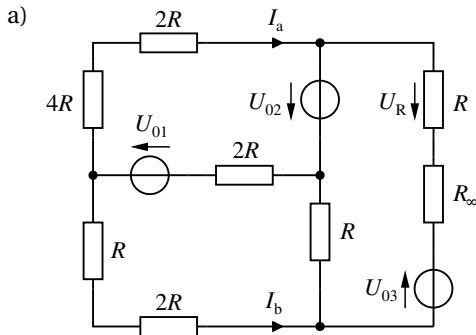
**Bild 1.4.1** Lineares Netzwerk

$$R = 10 \Omega, \quad I_{01} = 100 \text{ mA}, \quad U_{02} = 5 \text{ V}, \quad I_{03} = 50 \text{ mA}$$

a) Wandeln Sie alle in der gegebenen Schaltung enthaltenen Stromquellen in äquivalente Spannungsquellen um.

- b) Stellen Sie einen vollständigen Baum auf, in dem die angegebenen Ströme  $I_a$ ,  $I_b$  und  $I_{03}$  die unabhängigen Ströme darstellen.
- c) Stellen Sie das lineare Gleichungssystem auf, stellen Sie mithilfe des Maschenstromverfahrens eine Gleichung für den Strom  $I_b$  auf und berechnen Sie den Zahlenwert.
- d) Berechnen Sie den Zahlenwert der angegebenen Spannung  $U_R$ .

**Lösung zu Aufgabe 1.4**

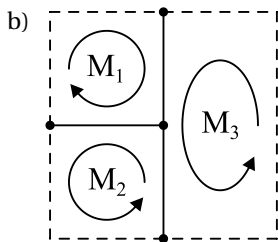


**Bild 1.4.2** Umwandlung der Stromquelle in eine äquivalente Spannungsquelle

$$U_{01} = I_{01} \cdot 2R$$

Bei Stromquellen ohne parallelen Widerstand (in dieser Aufgabe  $I_{03}$ ) wird von einem „virtuellen“ parallelen Widerstand ausgegangen. Der Widerstandswert dieses Widerstandes strebt gegen  $\infty$ .

$$U_{03} = I_{03} \cdot R_{\infty} \quad \text{mit} \quad R_{\infty} \rightarrow \infty$$



**Bild 1.4.3** Vollständiger Baum

c)

$$\begin{bmatrix} 8R & 2R & 0 \\ 2R & 6R & -R \\ 0 & -R & 2R + R_{\infty} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{M1} \\ I_{M2} \\ I_{M3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -U_{01} - U_{02} \\ -U_{01} \\ -U_{02} - U_{03} \end{bmatrix}$$

Bei der Berechnung muss der in Aufgabenteil a) eingesetzte „virtuelle“ Widerstand berücksichtigt werden.

$$I_b = \lim_{R_{\infty} \rightarrow \infty} I_{M2} = \lim_{R_{\infty} \rightarrow \infty} \frac{\det D_2}{\det D}$$

$$\det(D) = \begin{vmatrix} 8R & 2R & 0 \\ 2R & 6R & -R \\ 0 & -R & 2R + R_{\infty} \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned}
&= 8R \cdot \begin{vmatrix} 6R & -R \\ -R & 2R + R_\infty \end{vmatrix} - 2R \cdot \begin{vmatrix} 2R & -R \\ 0 & 2R + R_\infty \end{vmatrix} \\
&= 8R \cdot (12R^2 + 6RR_\infty - R^2) - 2R \cdot (4R^2 + 2RR_\infty) \\
&= 88R^3 + 48R^2R_\infty - 8R^3 - 4R^2R_\infty = 80R^3 + 44R^2R_\infty \\
\det(D_2) &= \begin{vmatrix} 8R & -U_{01} - U_{02} & 0 \\ 2R & -U_{01} & -R \\ 0 & -U_{02} - U_{03} & 2R + R_\infty \end{vmatrix} \\
&= -(-U_{01} - U_{02}) \cdot \begin{vmatrix} 2R & -R \\ 0 & 2R + R_\infty \end{vmatrix} + (-U_{01}) \cdot \begin{vmatrix} 8R & 0 \\ 0 & 2R + R_\infty \end{vmatrix} \\
&\quad - (-U_{02} - U_{03}) \cdot \begin{vmatrix} 8R & 0 \\ 2R & -R \end{vmatrix} \\
&= (U_{01} + U_{02}) \cdot (4R^2 + 2RR_\infty) - U_{01} \cdot (16R^2 + 8RR_\infty) \\
&\quad + (U_{02} + U_{03}) \cdot (-8R^2) \\
&= -U_{01} \cdot 12R^2 - U_{01} \cdot 6RR_\infty - U_{02} \cdot 4R^2 + U_{02} \cdot 2RR_\infty - U_{03} \cdot 8R^2 \\
\frac{\det(D_2)}{\det(D)} &= \frac{-U_{01} \cdot 12R^2 - U_{01} \cdot 6RR_\infty - U_{02} \cdot 4R^2 + U_{02} \cdot 2RR_\infty - U_{03} \cdot 8R^2}{80R^3 + 44R^2R_\infty} \\
&= \frac{R_\infty}{R_\infty} \cdot \frac{-U_{01} \cdot 12R^2}{R_\infty} - U_{01} \cdot 6R - \frac{U_{02} \cdot 4R^2}{R_\infty} + U_{02} \cdot 2R - \frac{U_{03}}{R_\infty} \cdot 8R^2}{\frac{80R^3}{R_\infty} + 44R^2} \\
&= \frac{-U_{01} \cdot 12R^2}{R_\infty} - U_{01} \cdot 6R - \frac{U_{02} \cdot 4R^2}{R_\infty} + U_{02} \cdot 2R - \frac{U_{03}}{R_\infty} \cdot 8R^2}{\frac{80R^3}{R_\infty} + 44R^2} \\
\lim_{R_\infty \rightarrow \infty} \frac{\det(D_2)}{\det(D)} &= \frac{-U_{01} \cdot 12R^2}{R_\infty} - U_{01} \cdot 6R - \frac{U_{02} \cdot 4R^2}{R_\infty} + U_{02} \cdot 2R - \frac{U_{03}}{R_\infty} \cdot 8R^2}{\frac{80R^3}{R_\infty} + 44R^2} \\
&= \frac{-U_{01} \cdot 6R + U_{02} \cdot 2R - I_{03} \cdot 8R^2}{44R^2} \\
\rightarrow I_b &= \frac{-U_{01} \cdot 6 + U_{02} \cdot 2 - I_{03} \cdot 8R}{44R} = \frac{-12V + 10V - 50\text{ mA} \cdot 8 \cdot 10\Omega}{44 \cdot 10\Omega} \\
&= \underline{\underline{-13,64\text{ mA}}} \\
U_R &= I_{03} \cdot R = 50\text{ mA} \cdot 10\Omega \\
&= \underline{\underline{0,5V}}
\end{aligned}$$

# Index

## A

abhängiger Strom 44  
Amplitudenresonanz 200  
Anpassung 83  
Äquipotenzialfläche 66  
Äquipotenziallinie 66, 85  
äquivalente Stromquelle 14  
Arbeitspunkt 141, 282  
Außenleiterstrom 249

## B

Bandpass 199, 219, 246  
Baum, vollständiger 13, 20, 26  
Baumzweig 13, 20  
bewegte Ladung 104  
Bezugsknoten 14 f.  
Bezugspunkt 47  
Bipolar-Transistor 282  
Blindleistung 148, 188, 250, 311  
Blindleistungskompensation 132, 161, 200, 307  
Bode-Diagramm 200, 218  
Brückenschaltung 150, 159, 216

## C

Cramersche Regel 14 f.

## D

Dämpfungsmaß 200  
Determinante 15  
Dielektrikum 78, 102  
Differenzialgleichung 129  
Diode 129, 143, 145  
Drehkondensator 95  
Dreieckschaltung 250  
Dreiecksspannung 249  
Dreiphasensystem 172, 249  
Durchflutungssatz 104

## E

Eingangskennlinie 297, 299  
elektrische Feldkonstante 84  
elektrische Feldstärke 66  
–, Tangentialkomponente 84  
elektrische Flussdichte 84  
elektrische Strömungslinie 66  
elektrisches Feld 84, 86, 102  
–, wirbelfreies 66, 84  
elektrisches Strömungsfeld 66 f., 102  
Elektron, Ladung 91  
–, Masse 91  
elektrostatisches Feld 84  
Emitterschaltung 297  
Ersatzschaltbild, magnetisches 106  
Ersatzspannungsquelle 13, 43, 52, 56, 60, 152  
Ersatzstromquelle 13, 48, 60

## F

Feld, elektrisches 84, 86, 102  
–, elektrostatisches 84  
–, magnetisches 104, 108  
–, stationäres 104  
Feldkonstante, elektrische 84  
Feldlinien 85  
–, magnetische 104  
Feldstärke, elektrische 66  
–, Linienintegral der elektrischen 66  
–, Linienintegral der magnetischen 104  
–, magnetische 104  
–, Tangentialkomponente der magnetischen 108  
–, Umlaufintegral der elektrischen 66, 84  
–, Umlaufintegral der magnetischen 104  
Filterschaltung 200, 219

Flussdichte, elektrische 84  
 –, magnetische 104, 111  
 –, Normalkomponente der magnetischen 108  
 freier Ladungsträger 84

## G

Gaußscher Satz 89  
 Gegeninduktivität 111  
 Gleichrichter 143  
 Gleichrichtwert 145  
 Gleichstromnetzwerk 13  
 Gleichungssystem, lineares 13  
 Grenzsicht 88

## H

Hochpass 169, 236, 239

## I

ideale Spannungsquelle 49  
 ideale Stromquelle 48  
 Impedanzkonverter 225  
 Impedanztransformation 309  
 Innenwiderstand 43

## K

Kapazität des Drehkondensators 95  
 – eines Plattenkondensators 69  
 kinetische Energie 91  
 Klemmenspannung 49  
 Knoten 13, 20  
 Knotenpotenzial 42  
 Knotenpotenzialverfahren 13, 29, 44, 154  
 Knotenregel 13 f.  
 Knotenspannung 15  
 Koaxialkabel 78  
 Koeffizientendeterminante 15  
 Koeffizientenmatrix 15  
 Komplementärbaum 27  
 komplementärer Zweig 27  
 Koppelleitwert 15  
 Koppelzweig 14  
 Kopplungsfaktor 117  
 Kraftfeld 84, 104  
 Kuglkondensator 88 f.  
 Kurzschlussstrom 44

## L

Ladung, bewegte 104  
 –, ruhende elektrische 84  
 Ladung eines Elektrons 91  
 Ladungsträger, freier 84  
 Lastanpassung 59  
 Leerlaufspannung 43, 52  
 Leistungsanpassung 173, 306  
 Leiter, stromdurchflossener 104  
 Leitfähigkeit, ortsabhängige 67  
 Leitwert 15  
 lineares elektrisches Netzwerk 13  
 lineares Gleichungssystem 13  
 Linienintegral der elektrischen Feldstärke 66  
 – der magnetischen Feldstärke 104

## M

magnetische Feldlinien 104  
 magnetische Feldstärke 104  
 magnetische Flussdichte 104  
 – im Luftspalt 111  
 magnetischer Kreis 104, 107, 111  
 magnetischer Widerstand 104, 111  
 magnetisches Ersatzschaltbild 106  
 magnetisches Feld 104  
 – an der Grenzfläche 108  
 Manteltransformator 120  
 Maschengleichung, unabhängige 14  
 Maschenregel 14  
 Maschenstrom 14  
 Maschenstromverfahren 13, 16, 44, 154, 156  
 Maschenumlauf 17, 27  
 Maschenzweig 13  
 Masse eines Elektrons 91  
 Massepotenzial 42  
 materialabhängige relative Permeabilität 104  
 Maxwellsche Gleichungen 104  
 MOS-Transistor 282

## N

Netzwerk, lineares elektrisches 13  
 Neutralleiterstrom 249  
 nicht-invertierender Verstärker 241

Normalkomponente der magnetischen  
Flussdichte 108

## O

Operationsverstärker 218  
ortsabhängige Leitfähigkeit 67  
ortsabhängige Stromdichte 66  
Ortskurve 180, 200

## P

Parallelresonanz 156  
Parallelschwingkreis 198  
Periodendauer 132, 144, 206  
Permeabilität, materialabhängige relative 104  
Permeabilitätskonstante 104  
Permittivität 99  
Permittivitätszahl 84  
Phasenlage 130, 185, 220, 249  
Phasenresonanz 151, 189, 200  
Plattenkondensator 86  
Potenzial 66  
–, skalares 84  
Potenzialdifferenz 66

## Q

Quellenspannung 14  
Quellenstrom 15, 48, 60

## R

reale Spannungsquelle 48 f.  
Rechte-Hand-Regel 106  
Reihenschwingkreis 203  
Resonanz 200  
ruhende elektrische Ladung 84

## S

Sättigungsbereich 282, 287 ff.  
Schaltvorgang 129  
Selbstinduktivität 111  
Serienresonanz 156  
skalares Potenzial 84  
Spannung, unabhängige 44  
Spannungsquelle, ideale 49  
–, reale 48 f.

stationäres elektrisches Strömungsfeld 66,  
84

stationäres Feld 104  
Sternschaltung 250  
Sternspannung 249  
Strom, abhängiger 44  
–, unabhängiger 21, 44  
Stromdichte 66  
–, ortsabhängige 66  
stromdurchflossener Leiter 104  
Stromquelle, äquivalente 14  
–, ideale 48  
Strömungsfeld, elektrisches 66 f., 102  
–, stationäres elektrisches 66, 84  
Stromverteilung 66  
Superposition 158  
Superpositionsprinzip 13

## T

Tangentialkomponente der elektrischen  
Feldstärke 84  
Tangentialkomponente der magnetischen  
Feldstärke 108  
Temperaturkoeffizient 18  
T-Ersatzschaltbild 306  
Tiefpass 214, 220, 231  
Transformator 305  
Transistor 282

## U

Überlagerungssatz 13, 56, 62, 115  
Übertrager 305  
Übertragungsfunktion 148, 200 f.  
Umlaufintegral der elektrischen Feldstärke 66, 84  
Umlaufintegral der magnetischen Feldstärke 104  
Umspanner 305  
unabhängige Maschengleichungen 14  
unabhängige Spannung 44  
unabhängiger Strom 21, 44

## V

Vektorfeld 104  
–, wirbelfreies 66  
Verbindungsweig 13

Verstärker, nicht-invertierender 241  
virtueller Widerstand 21, 23, 37  
vollständiger Baum 13, 20, 26

**W**

Widerstand, magnetischer 104, 111  
–, virtueller 21, 23, 37  
wirbelfrei 66, 84  
wirbelfreies Vektorfeld 66  
Wirkleistung 148

**Z**

Zählpfeil 59  
Zeigerdiagramm 249  
zeitabhängiger Vorgang 128  
Zenerdiode 141, 300  
Zweig 13  
–, komplementärer 27  
Zweigspannung 13  
Zweigstrom 13  
Zylinderkondensator 97