Lösungen zu den Aufgaben Kapitel 5.2.3
Dynamische Verfahren der Wirtschaftlichkeitsrechnung

Lösung zu Aufgabe 5.2.3.6-1

a) Rechnung mit Abzinsungsfaktoren

Jahr (Zeitwert) (€/Jahr)	**Ertrag** (Zeitwert)	**Kosten** (Zeitwert)	**Rückfluss** (Zeitwert)	**Abzinsungs-faktor** $\frac{1}{q^t} = \frac{1}{1{,}1^t}$	**Rückfluss** (Barwert)
1	200.000	50.000	150.000	0,9091	136.365
2	200.000	50.000	150.000	0,8264	123.960
3	200.000	50.000	150.000	0,7513	112.695
4	200.000	50.000	150.000	0,6830	102.450
5	200.000	50.000	150.000	0,6209	93.135
6	250.000	80.000	170.000	0,5645	95.965
7	250.000	80.000	170.000	0,5132	87.244
8	250.000	80.000	170.000	0,4665	79.305
9	250.000	80.000	170.000	0,4241	72.097
10	250.000	80.000	170.000	0,3855	65.535
11	300.000	100.000	200.000	0,3505	70.100
12	300.000	100.000	200.000	0,3186	63.720
13	300.000	100.000	200.000	0,2897	57.940
14	300.000	100.000	200.000	0,2633	52.660
15	300.000	100.000	200.000	0,2394	47.880
Summe:	3.750.000	1.150.000	2.600.000		1.261.051

Lösung zu Aufgabe 5.2.3.6-1, a)

Es ergibt sich somit ein Kapitalwert in Höhe von

C_0 = 1.261.051 - 1.000.000 = 261.051 €

b) Vereinfachte Rechnung mit Rentenbarwertfaktoren

$$r_{1..5} * a_{5,10\%} * \frac{1}{q^0\,(10\,\%)} = 150.000 * 3{,}7907 * 1 = 568.605$$

$$r_{6..10} * a_{5,10\%} * \frac{1}{q^5\,(10\,\%)} = 170.000 * 3{,}7907 * 0{,}6209 = 400.120$$

$$r_{11..15} * a_{5,10\%} * \frac{1}{q^{10}\,(10\,\%)} = 200.000 * 3{,}7907 * 0{,}3855 = 292.263$$

Summe € 260.988

(Die Differenz der beiden Lösungen in Höhe von 63,-- € ist auf Rundungsfehler zurückzuführen.)

Lösung zu Aufgabe 5.2.3.6-2

a) Bei Berücksichtigung eines Zinsfußes in Höhe von 6 % errechnen sich die Barwerte für die Erträge (E_0) und für die Kosten (K_0) folgendermaßen (vgl. Abzinsungsfaktor von Tab. 5.19):

0,9434	*	320.000	=	301.888
0,8900	*	350.000	=	311.500
0,8396	*	270.000	=	226.692
		E_0	=	840.080

0,9434	*	240.000	=	226.416
0,8900	*	250.000	=	222.500
0,8396	*	210.000	=	176.316
		K_0	=	625.232

0,8396	*	10.000	=	8.396 (Barwert des NLE)

Der Kapitalwert beträgt demnach:

C_0	=	E_0	-	K_0	- KE	+	BNLE
	=	840.080	-	625.232	- 200.000	+	8.396
	=	23.244 €					

b) Diese Rechnung kann auch mithilfe der jährlichen Rückflüsse angestellt werden:

Rückfluss 1. Jahr:	80.000 €	
Rückfluss 2. Jahr:	100.000 €	
Rückfluss 3. Jahr:	60.000 €	
		240.000 €

Gegenwartswert der Rückflüsse R_0:

0,9434	*	80.000	=	75.472 €	
0.8900	*	100.000	=	89.000 €	
0,8396	*	60.000	=	50.376 €	
R_0			=		214.848 €
+ Barwert des NLE			=		8.396 €
Barwert der Invest.			=		223.244 €

Auch bei dieser Rechnung ergibt sich nach Abzug des Kapitaleinsatzes von den diskontierten Rückflüssen das gleiche Ergebnis C_0 = € 23.244, d. h. die geplante Investition kann einen um 23.244,-- € die geforderte kalkulatorische Verzinsung übersteigenden Totalgewinn über die drei Nutzungsjahre erwirtschaften.

Lösung zu Aufgabe 5.2.3.6-3

Die mathematische Erklärung liegt darin, dass für eine Gleichung n-ten Grades auch n Lösungen existieren, von denen durchaus auch mehr als eine positiv sein kann.

Praktisch kann aber dieser Fall nur bei Rückflussströmen der skizzierten Art entstehen: zunächst ein Phase des Verlustes (Anlaufprobleme), dann eine Gewinnphase und zum Ende wieder eine Verlustphase. Hier in diesem Beispiel wäre selbstverständlich eine Beendigung der Investition nach der zweiten Periode angebracht. Wenn das geschilderte Problem mehrerer positiver interner Zinsfüße auch in (theoretischen) Grenzfällen existiert, so schränkt es nicht die praktische Anwendbarkeit des Verfahrens ein.

Lösung zu Aufgabe 5.2.3.6-4

Mit der Formel

$$A = r - \varnothing KD$$
$$= e - k - \left(KE * \frac{1}{a_n} \right)$$

lässt sich für den Grenzfall $A \geq 0$ folgende Bedingung für den $\varnothing$ Jahresumsatz stellen:

$$e \geq k + KE * \frac{1}{a_n}$$

$$\geq 150.000 + (500.000 * 0{,}14903)$$

$$\geq 224.515{,}-- €$$

Lösung zu Aufgabe 5.2.3.6-5

a) Kauf

Kapitaleinsatz KE = 1.000.000 €

Barwert K_0 der jährlichen Unterhaltskosten k_t bei p_p = 8 % Preisseigerung und p_k = 12 % kalkulatorischer Zinssatz

Herleitung:

Der Barwert der Mietkosten M_0 entsteht aus folgender Reihe mit dem Mietpreis m_1 im ersten Jahr, dem kalkulatorischen Abzinsungsfaktor

$1 / q_k^t = 1/1{,}1^t$ und dem Aufzinsungsfaktor für die Mietpreissteigerung $q_s^t = 1{,}08^t$:

$$M_0 = m_1 * \frac{1}{q_k} + m * \frac{q_s}{q_k^2} + \ldots + m * \frac{q_s^{n-1}}{q_k^n}$$

$$= \frac{m_1}{q_k} * \left(1 + \frac{q_s}{q_k} + \ldots + \left(\frac{q_s}{q_s}\right)^{n-1}\right)$$

$$= \frac{m_1}{q_k} * \frac{\left(\frac{q_s}{q_k}\right)^n - 1}{\frac{q_s}{q_k} - 1}$$

Ende der Herleitung

$$K_0 = \frac{k_1}{q_k} * \frac{\left(\frac{q_p}{q_k}\right)^n - 1}{\frac{q_p}{q_k} - 1}$$

$$= \frac{60.000}{1,12} * \frac{0,9642857^{20} - 1}{0,9642857 - 1} = 775.220,-- €$$

Barwert des Liquidationserlöses

$$L_0 = L_n * \frac{1}{q_k^{20}}$$

$$= 300.000 * 0,1037 = 31.110,-- €$$

Der sich so ergebende Kapitalwert bei Kauf

C0 = - 1.000.000 - 775.220 + 31.110 = - 1.744.110,-- €

ist mit dem Barwert der Mietkosten gleichzusetzen.

b) Miete

Barwert M_0 der gesuchten jährlichen Mietkosten m_t bei der gegebenen Mietkostensteigerung p_m = 8 %/Jahr bzw. q_m = 1,08:

$$C_{0=}M_0 = \frac{m_1}{q_k}\frac{\left(\frac{q_m}{q_k}\right)^n - 1}{\frac{q_m}{q_k} - 1}$$

$$-1.744.111 = \frac{m_1}{1{,}12} * \frac{0{,}9642857^{20} - 1}{0{,}9642857 - 1}$$

m_1 = - 134.989,--€/Jahr

= - 11.249,--€/Jahr

m_2 = - 134.989 * 1,08 = 145.788,--€/Jahr

m_3 = -157.451,--e/Jahr

usw.

Die höchste wirtschaftlich vertretbare Anfangsmiete beträgt 134.989,-- € pro Jahr bzw. 11.249,-- € pro Monat.

Lösung Aufgabe 5.2.4.2-1

Im Wesentlichen stellt die Break-even-Analyse eine einfache Sensitivitätsanalyse dar, mit der z. B. Entscheidungen zur Produkteinführung getroffen werden können. Grundsätzlich werden dabei die Verläufe von Erlösen und Kosten in Abhängigkeit von einer Mengengröße, z. B. der Output-Leistung, verglichen. Diese werden im Regelfall in linearer Form dargestellt. Als Resultierende kann auf dieser Basis auch eine Gewinnfunktion ermittelt werden.

Für die Analyse sind also zum einen spezifische Marktdaten erforderlich, die zu einer Erlösfunktion verdichtet werden müssen. Beispielhaft genannt werden können hier Preisniveau, Marktgröße, Marktwachstum und Ähnliches. Diese Daten lassen sich über Marktforschung ermitteln, ggf. mit Unterstützung externer Berater. In der Summe dürften sich diese Daten vergleichsweise einfach beschaffen lassen.

Ferner sind Kostendaten erforderlich, welche nur in fixe und variable Kosten zu unterteilen sind. Dennoch ist auch hier eine Vielfalt an Kostenarten zu prüfen, welche dann in eine einfache Kostenfunktion überführt werden muss. Da es sich bei der Break-even-Analyse um eine zukunftsbezogene Entscheidung handelt, müssen alle Daten prognostiziert werden. Bei der Beschaffung dieser Daten, die

tendenziell eher schwieriger ist als die Marktforschung, kann u. U. auf ähnliche Erfahrungen im eigenen Unternehmen zurückgegriffen werden, ferner ist z. B. ein Cost Benchmarking möglich. Da es sich bei der Break-even-Betrachtung eher um ein einfaches Tool handelt, müssen die Kostenschätzungen aber nicht übertrieben genau sein, zumal sich die tatsächliche Kostenfunktion des Entscheidungsobjektes sehr wahrscheinlich ohnehin nicht linear verhält.

Lösung Aufgabe 5.2.4.2-2

Vorteile:

- Einfach zu handeln, daher umfassend einsetzbar
- Schneller Überblick über grundsätzliche Vorteilhaftigkeit eines Vorhabens
- Einleuchtende grafische Verdeutlichung des Zusammenhangs von Umsatz, Kosten sowie Marktvolumina

Nachteile:

- Aufgrund der einfachen Struktur keine differenzierten Aussagen möglich
- Normalerweise wird aus Gründen der Vereinfachung ein Ein-Produkt-Fall angenommen
- Daten sind zukunftsorientiert, Prognosen grundsätzlich unsicher
- Statische Betrachtung
- Kosten i. d. R. nicht linear verlaufend, daher ist die Darstellung verzerrend

In der Summe kann die Break-even-Analyse als Instrument für eine vorläufige Betrachtung der Vorteilhaftigkeit eingesetzt werden. Aufgrund ihrer Struktur ist sie einfach und schnell umsetzbar, sie verdeutlicht zudem wichtige Zusammenhänge grafisch. Eine differenzierte Betrachtung ist mit ihrer Hilfe allerdings nicht ohne Weiteres möglich.

Lösung Aufgabe 5.2.4.2-3

In dieser Aufgabe wird nicht die Break-even-Menge gesucht, bei welcher der Gewinn gerade 0 ist, sondern ein bestimmter Preis p, der bei einer vorgegebenen Absatzmenge einen jährlichen Gewinn von 9.000 Euro ermöglichen soll. Der Sicherheitskoeffizient Sk von 20 % verlangt, dass die Break-even-Menge m*um ein Fünftel unterhalb der Kapazitätsgrenze K_{max} liegt.

Der Sicherheitskoeffizient kann dabei wie folgt genutzt werden:

$$Sk = \frac{K_{max} - m^*}{K_{max}}$$

$$m^* = K_{max} - Sk \times K_{max}$$

$$m^* = 3.500 - 0{,}2 \times 3.500 = 2.800$$

mit:

- Sk : Sicherheitskoeffizient
- K_{max} := Kapazitätsgrenze
- m* : Break-even-Menge

Die Break-even-Menge darf also maximal 2.800 Stück betragen.

Die Break-even-Menge kann über folgenden Ansatz ermittelt werden:

$$m^* = \frac{K_{fix} + G}{(p - k_{var})}$$

mit:

- K_{fix} : Fixkosten
- k_{var} : variable Kosten
- G : angestrebter Gewinn
- p : Break-even-Preis

Da die Fixkosten K_{fix}, die variablen Kosten k_{var} sowie der Gewinnaufschlag G bekannt sind, kann durch Umformung der Break-even-Preis p bestimmt werden:

$$p = \frac{K_{fix} + G + m^* \times k_{var}}{m^*} = \frac{150.000 + 9.000 + 2.800 \times 75}{2.800} = 131{,}78$$

Bei einem Absatzpreis von 131,78 Euro wird bei einer Absatzmenge von 2.800 Stück ein Gewinn von 9.000 Euro erwirtschaftet.