Kostenrechnungsinformationen zur Bestimmung des optimalen Produktionsprogrammes unter Gewinnmaximierungsgesichtspunkten[1]

Bei der Bestimmung des gewinnoptimalen Produktionsprogrammes sind vier verschiedene Beschäftigungssituationen zu unterscheiden, die nach unterschiedlichen Strategien bei der Belegung der vorhandenen Produktionsmittel verlangen:

Fall 1: Es bestehen freie Kapazitäten (Unterbeschäftigung in allen Bereichen).

Fall 2: Es besteht ein Produktionsengpass.

Fall 3: Es bestehen mehrere, voneinander unabhängige Engpässe.

Fall 4: Es bestehen mehrere, sich gegenseitig beeinflussende Engpässe.

Im *ersten Fall* geht das Bestreben immer dahin, die Produktionskapazitäten auszulasten, sofern der Preis zusätzlicher Aufträge zumindest deren variable Kosten abdeckt. Wenn man davon ausgeht, dass die Fixkosten noch nicht gedeckt sind, so trägt ein nur geringfügig über den variablen Kosten liegender Preis eines weiteren Auftrags zur Fixkostendeckung bei und vermindert den vorhandenen Verlust. Wenn aber davon ausgegangen werden kann, dass die Fixkosten bereits gedeckt sind, so trägt ein geringer Deckungsbeitrag eines weiteren Auftrags zu einer Gewinnerhöhung bei.

Das in Bild 1 gezeigte Beispiel verdeutlicht dies anhand der unterschiedlichen Entscheidungen bei der Beurteilung eines zusätzlichen Auftrags mithilfe der Vollkosten- und der Deckungsbeitragskalkulation.

Marktpolitisch ist hierbei zu beachten, dass diese "Produkte unter Vollkosten" entweder auf anderen Märkten oder als "No-name-Produkte" vertrieben werden müssen, damit das Unternehmen sich keine Konkurrenz zu den vorhandenen Produkten schafft. Die Anwendung derartiger Preisgestaltung findet man beispielsweise in der Waschmittelindustrie und in der Haushaltsgeräteindustrie.

Es ist damit zu rechnen, dass der *zweite Fall* sehr bald erreicht sein wird, wenn vorübergehend Aufträge mit der in Bild 1 beschriebenen Strategie hereinge-

[1] Quelle: Warnecke, Bullinger, Voegele, Kostenrechnung für Ingenieure, Hanser Verlag, ISBN 3-446-18695-6

nommen werden: es wird sich (zumindest) eine Engpasskapazität ergeben, die eine weitere Aufnahme zusätzlicher Aufträge bzw. zusätzlicher Produkte verhindert. Deshalb muss das Produktionsprogramm so optimiert werden, dass unter allen möglichen Produktemix derjenige gewählt wird, der den höchsten Deckungsbeitrag erwirtschaftet. Der Deckungsbeitrag alternativer Aufträge ist auf eine geeignete Bezugsgröße der Engpasskapazität zu beziehen. Derartige Bezugsgrößen sind beispielsweise Fertigungszeiten, Flächenbedarf oder Materialgewichte. Der je Engpasskapazität bezogene Deckungsbeitrag wird auch als **Verdrängungsgrad** bezeichnet:

$$\text{Verdrängungsgrad VG} = \frac{\text{Deckungsbeitrag DB}}{\text{Engpaßkapazität}}$$

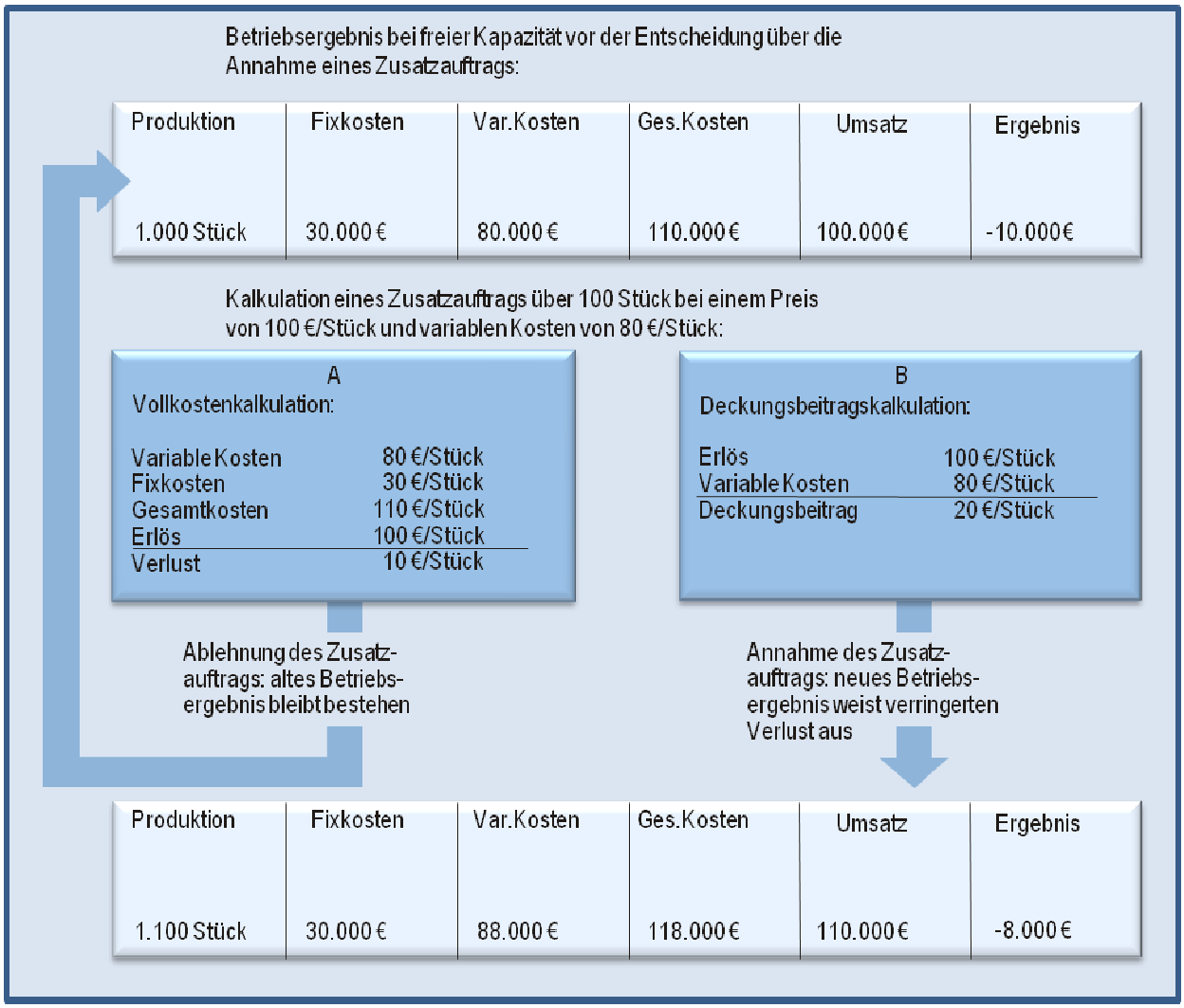

Bild 1: Entscheidung über Annahme oder Ablehnung eines Zusatzauftrages bei unausgelasteten Kapazitäten

Ein relativ hoher Verdrängungsgrad bedeutet, dass nur relativ kleine Kapazitätsanteile in Anspruch genommen werden. Das in Bild 2 gezeigte Beispiel stellt die Daten dreier Aufträge (Artikel, Produkte) gegenüber, die um einen Fertigungsengpass konkurrieren. Da das Produkt B den höchsten Verdrängungsgrad aufweist, ist es den anderen beiden Produkten vorzuziehen (dabei gilt immer noch die Prämisse, dass keine weiteren Engpässe bestehen, d. h. im Übrigen freie Kapazitäten vorliegen).

Der *Fall 3* mit voneinander unabhängigen Engpässen unterscheidet sich nicht wesentlich von Fall 2: Die dort vorgenommenen Betrachtungen müssen wiederholt angestellt werden.

Produkt	**A**	**B**	**C**
Umsatzerlös (€/Stück)	110	110	120
Variable Kosten (€/Stück)	40	50	60
Deckungsbeitrag (€/Stück)	70	60	60
Fertigungszeit an der Engpaßkapazität (h/Stück)	0,5	0,3	1,0
Verdrängungsgrad (€/h)	140	200	60
Rangfolge	2	1	3

Bild 2: Verdrängungsgrad als Rangfolgenkriterium für die Auslastung von Engpaßkapazitäten

Sehr viel komplizierter sind die Verhältnisse bei *Fall 4:* Schon bei drei unterschiedlichen Produkten, die um drei Engpasskapazitäten konkurrieren, ist eine manuelle Lösung durch "Probieren" nur sehr schwer zu finden. Hier eignet sich das Verfahren der linearen Optimierung, das im Folgenden an einem einfachen Beispiel erläutert werden soll:

In einem Unternehmen werden die beiden Erzeugnistypen 1 und 2 hergestellt. Der durchschnittliche Stückpreis für Typ 1 beträgt 1.000 € und für Typ 2 3.000 €. Nach Abzug der direkten Kosten von 700 €/Stück und 2.500 €/Stück ergibt sich ein Deckungsbeitrag von 300 € für Typ 1 und von 500 € für Typ 2. Der gesamte Deckungsbeitrag der verkauften Erzeugnisse muss zur Deckung der Fixkosten von monatlich 360.000 € ausreichen. Der die Fixkosten übersteigende Deckungsbeitrag ergibt den Unternehmensgewinn.

Die beiden Erzeugnistypen nehmen gemeinsam die mechanische Teilefertigung und die Spritzgießerei in Anspruch. Die Kapazität in der Teilefertigung beträgt monatlich 1.700 Stunden, in der Spritzgießerei 1.500 Stunden.

Erzeugnistyp 1 beansprucht die Teilefertigung und die Spritzgießerei je eine Stunde pro Stück, die Montage wird außer Haus vorgenommen (die Montagekosten sind in den direkten Kosten für 1 enthalten).

Erzeugnistyp 2 beansprucht die Teilefertigung zwei Stunden, die Spritzgießerei eine Stunde und die Montage (monatliche Kapazität 1.800 Stunden) mit drei Stunden je Stück.

	Erzeugnistyp 1	**Erzeugnistyp 2**	
Erlös (€/Stück)	1.000,--	3.000,--	
- direkte Kosten (€/Stück)	700,--	2.500,--	
Deckungsbeitrag (€/Stück)	300,--	500,--	
Fertigungszeiten (h)			Kapazität (h)
der Teilefertigung (A)	1	2	1.700
der Spritzgießerei (B)	1	1	1.500
der Montage (C)	-	3	1.800
Fixkosten (€/Monat)	360.000,--		

Bild 3: Ausgangsdaten des Beispiels zur Optimierung des Erzeugnisprogramms

Mit der monatlichen Produktionsmenge x_1 von Erzeugnistyp 1 und x_2 von Erzeugnistyp 2 kann der Gewinn berechnet werden:

Gewinn	=	Produktions-menge von Typ 1	*	Deckungs-beitrag von Typ1	+	Produktions-menge von Typ 2	*	Deckungs-beitrag von Typ 2	-	Fix-kosten
G	=	x_1	*	300	+	x_2	*	500	-	360.000

Diese Funktion drückt das Ziel, den Gewinn zu maximieren, aus und wird als **Zielfunktion** bezeichnet.

Aus den Kapazitätsschranken ergeben sich Nebenbedingungen (Restriktionen), die eingehalten werden müssen:

In der Teilefertigung werden Erzeugnistyp 1 und 2 mit einer Stückzeit von einer bzw. zwei Stunden gefertigt. Die Teilefertigung wird also monatlich mit:

Fert.menge Typ 1	*	Fert.zeit Typ 1	+	Fert.menge Typ 2	*	Fert.zeit Typ 2
x_1	*	1	+	x_2	*	2

Stunden belastet.

Die Kapazität beträgt insgesamt 1.700 h/Monat. Die Belastung muss kleiner oder höchstens gleich der Kapazität sein:

- Teilefertigung $1\,x_1 + 2\,x_2 \leq 1.700$

Analog gilt für die Spritzgießerei und die Montage:

- Spritzgießerei: $1\,x_1 + 1\,x_2 \leq 1.500$
- Montage: $0\,x_1 + 3\,x_2 \leq 1.800$

Da keine negativen Herstellmengen möglich sind, gelten:

$$x_1 \geq 0 \qquad x_2 \geq 0$$

Mithilfe dieser Überlegungen kann das einfache Beispiel mit zwei Unbekannten noch grafisch gelöst werden, bei mehr als zwei Unbekannten eignet sich vor allem die Anwendung der Simplex-Methode zur Lösung linearer Gleichungssysteme.

Für die grafische Lösung werden in einem rechtwinkligen Koordinatensystem auf der waagerechten Achse die Herstellmengen von Produkt 1 und auf der senkrechten Achse die Herstellmengen von Produkt 2 aufgetragen.

Es soll zunächst die Teilefertigung betrachtet werden: Die volle Kapazität wird ausgenutzt, wenn z.B.

- von Erzeugnistyp 1: 1.700 Stück und von Erzeugnistyp 2: 0 Stück
  oder
- von Erzeugnistyp 2: 850 Stück und von Erzeugnistyp 1: 0 Stück

hergestellt werden. Damit sind zwei Punkte einer Geraden gefunden, die in Bild 4 eingetragen ist. Alle Kombinationen von x_1 und x_2 auf dieser Geraden nüt-

zen die Kapazität in der Teilefertigung voll aus; alle Herstellmengen unterhalb dieser Geraden sind möglich; alle Herstellmengen überhalb dieser Geraden übersteigen die Kapazität in der Teilefertigung.

In Bild 4 sind für alle drei Kapazitäten die Grenzen der Produktionsmöglichkeiten eingezeichnet, und der nicht zulässige Bereich ist durch Schraffur gekennzeichnet. Die optimale Lösung muss also innerhalb des nicht schraffierten Bereichs gesucht werden.

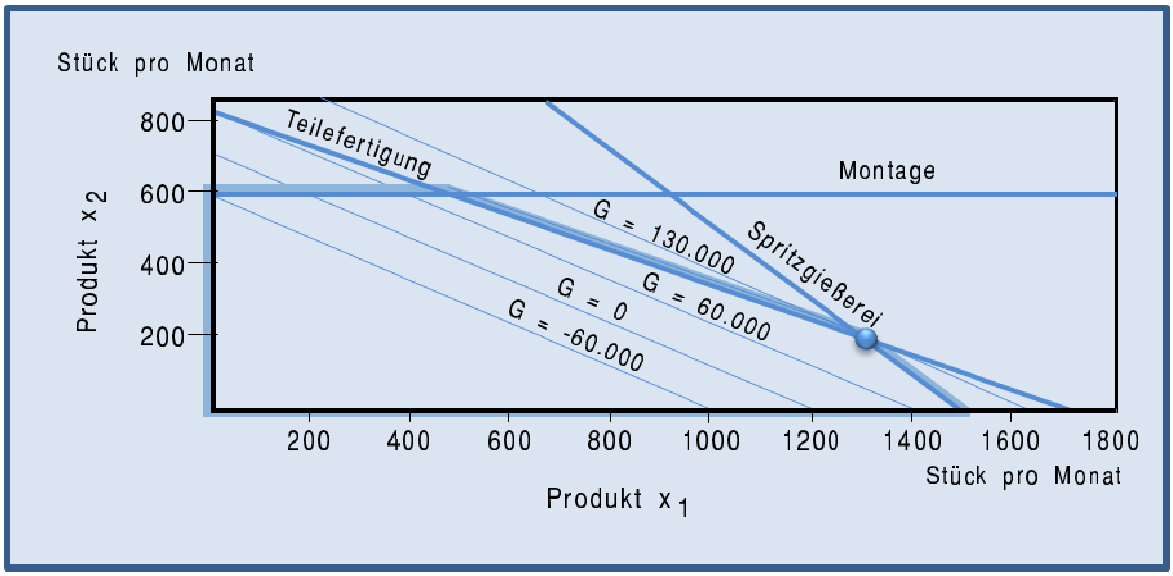

Bild 4: Grafische Lösung des Beispiels zur Optimierung des Erzeugnisprogramms

Hierzu sind für einige Werte von G Gewinngeraden eingezeichnet. Je größer der Gewinn, umso weiter ist die Gewinngerade vom Ursprung des Koordinatensystems entfernt. Außerdem sind infolge der linearen Zielfunktion alle Gewinngeraden parallel. Die optimale Herstellmenge wird durch *die Gewinngerade* bestimmt, die mit dem zulässigen Bereich nur noch *einen Punkt* gemeinsam hat und am weitesten vom Ursprung entfernt liegt. Dieser Punkt wird erreicht bei:

$$x_1 = 1.300 \quad \text{und} \quad x_2 = 200$$

Das Unternehmen sollte also vom Produkttyp 1 1.300 Stück und vom Produkttyp 2 200 Stück pro Monat herstellen, um den größtmöglichen Gewinn von 130.000 €/Monat zu erzielen.