Weitere Beispiele zu den dynamischen Verfahren der Wirtschaftlichkeitsrechnung[1]

Beispiel 1: *Kapitalwert in Abhängigkeit vom gewählten kalkulatorischen Zinsfuß*

Neben der in Beispiel 2 des Lehrbuches (Kap. 5.2.3.2 Kapitalwertmethode) gezeigten Auswirkung kann die Wahl des kalkulatorischen Zinssatzes sogar die Rangfolge zweier zu vergleichenden Alternativen vertauschen, wie mit den nachfolgenden Zahlen beispielhaft gezeigt wird:
Neben der Investition von Beispiel 2 gibt es noch eine zweite Investitionsalternative II über 100.000,-- € Anschaffungskosten und vier Jahren Nutzungsdauer, aber folgendem anderen Rückflussstrom:
20.000,-- € (1. Jahr), 30.000,-- € (2. Jahr), 60.000,-- € (3. Jahr) und 100.000,-- € (4. Jahr) - vgl. Bild 1.

kalkulatorischer Zinsfuß	Kapitalwert Investition I	Kapitalwert Investition II
	(€)	(€)
0 %	80.000	110.000
10 %	46.408	56.352
20 %	22.335	20.450
30 %	4.448	- 4.543
40 %	- 9.247	- 22.514
50 %	- 20.001	- 35.806
60 %	- 28.628	- 45.876

Bild 1: Kalkulatorischer Zinsfuß und Kapitalwerte

Es ergibt sich hier ein **"kritischer Zinssatz"** bei einem Wert etwas unter 20 %, d. h. bei höheren Zinssätzen fällt das Ergebnis zugunsten Investition I, bei niederen Zinssätzen zugunsten Investiton II aus.

[1] Quelle: Warnecke, Bullinger, Voegele, Wirtschaftlichkeitsrechnung für Ingenieure, Hanser Verlag, ISBN 3-446-18593-3

Die Erklärung dieses Sachverhaltes ist darin zu sehen, dass die späteren hohen Rückflüsse von Investition II bei höheren Zinssätzen nur noch eine untergeordnete Rolle spielen, während umgekehrt die frühen hohen Rückflüsse bei Investition I weniger stark diskontiert werden. Anschaulich lässt sich dieser Zusammenhang zwischen Kapitalwert und Kalkulationszinsfuß mit den in Bild 2 gezeigten **Kapitalwertkurven** zeigen.

Dieser extreme Fall der Rangfolgenvertauschung bei entsprechendem Verlauf der Rückflussströme kann - wie hier gezeigt - selbst bei gleich großem Kapitaleinsatz vorkommen, während dies bei der Gewinn- und Kostenvergleichsrechnung nur bei unterschiedlichen Kapitaleinsätzen möglich ist.

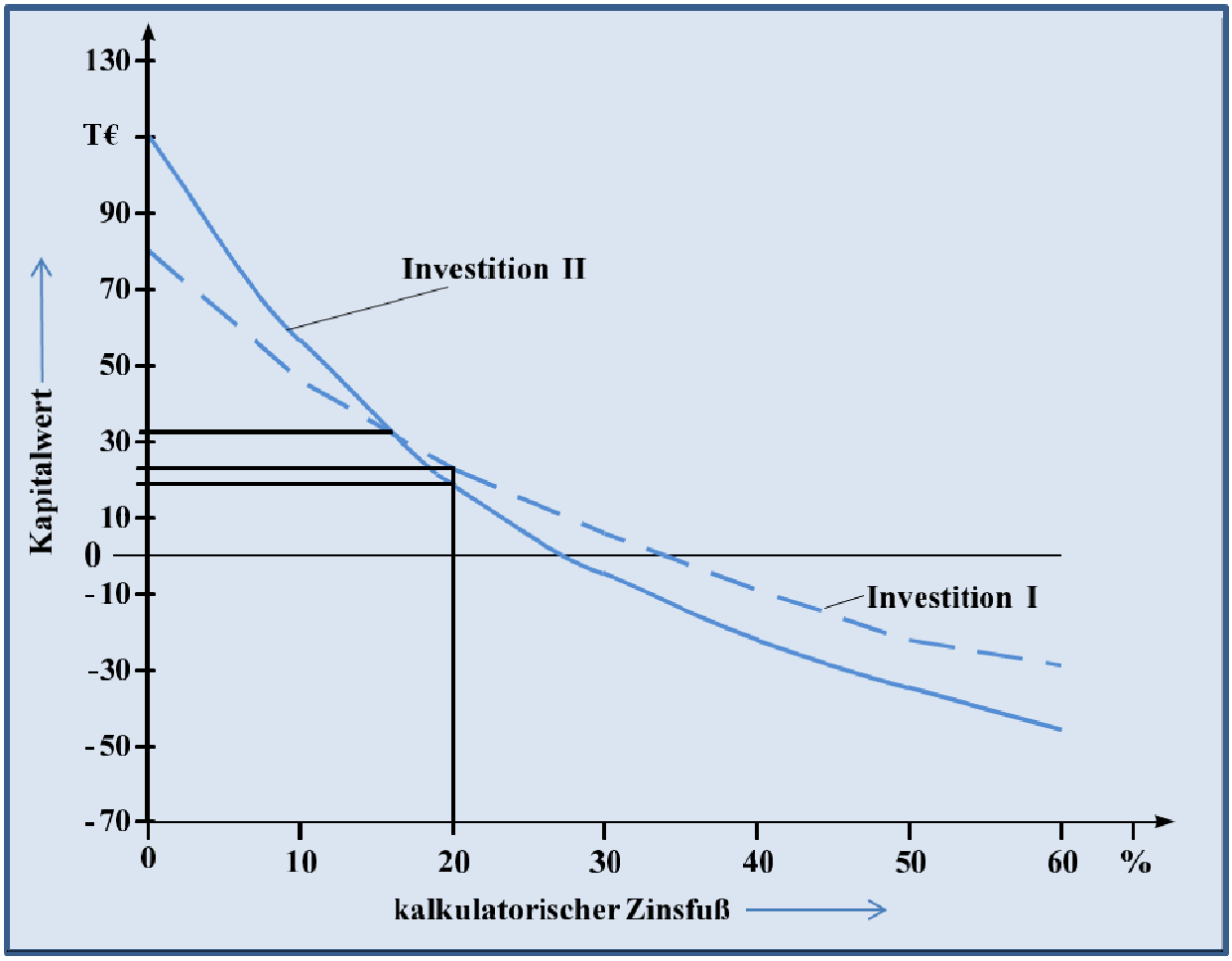

Bild 2: Kapitalwertkurven für die Investitionen I und II

Beispiel 2: *Kapitalwert bei konstanten Rückflüssen*

Es soll der Kapitalwert einer Investition A mit jährlich konstanten Rückflüssen (Zeitwerte) über 8 Nutzungsjahre errechnet werden.

1	Kapitaleinsatz	(€)	100.000
2	Nutzungsdauer	(Jahre)	8
3	Erträge (konstant)	(€/Jahr)	35.000
4	Kosten (konstant)	(€/Jahr)	10.000
5	kalulatorischer Zinsfuß		10 %
6	Netto-Liquidationserlös	(€)	0

Bild 3: Beispiel zur Kapitalwertmethode

Bei konstanten Rückflüssen r kann mithilfe des Rentenbarwertfaktors a_n (siehe Kapitel 5.2.3.1 im Lehrbuch) der Barwert der Rückflüsse R_0 sehr einfach ermittelt werden:

$$R_0 = r * a_n$$
$$= 25.000 * 5.33504 \text{ (bzw. } 25.000 : 0{,}18744)$$
$$= 133.376 \text{ €}$$

Damit bestimmt sich der Kapitalwert beim kalkulatorischen Zinsfuß von 10 % zu 133.376,-- €.

Beispiel 3: *Berücksichtigung von Differenzinvestitionen bei der Kapitalwertmethode*

Es soll eine Beurteilung der beiden vorgeschlagenen technischen Alternativinvestitionen A und B durchgeführt werden.

			Investition A	**Investition B**
1	Kapitaleinsatz	(€)	100.000	50.000
2	Nutzungsdauer	(Jahre)	8	8
3	Erträge (konstant)	(€/Jahr)	35.000	35.000
4	Kosten (konstant)	(€/Jahr)	10.000	22.000
5	Kapitalwert (bei p_k = 10 %)	(€)	33.376	19.356

Bild 4: Beispiel zur Kapitalwertmethode (Berechnung des Kapitalwertes mit Hilfe des Rentenbarwertfaktors a_8 (10 %) = 1 / 0,18744 = 5,33504)

Für den Fall, dass die **Kapitaleinsatz**differenz von 50.000,-- € besonders günstig angelegt werden kann, könnte man davon ausgehen, dass dies zugunsten der Realisierung von Alternative B spricht (vgl. Bild 5).

Damit wäre dann Investitionsalternative B vorzuziehen, wenn mit einem dritten Investitionsvorschlag in Höhe von 50.000,-- € ein Kapitalwert von mehr als 14.020,-- € erbracht werden könnte. Da die Anwendung der Kapitalwertmethode aber voraussetzt, dass ausreichende Investitionsmittel verfügbar sind und alle anstehenden wirtschaftlichen Investitionswünsche ($C_0 > 0$) realisiert werden können, kann einer derartigen Argumentation nicht zugestimmt werden. Wie bei der Kosten- oder Gewinnvergleichsrechnung muss davon ausgegangen werden, dass die Kapitaldifferenz in der Höhe von 50.000,-- € nur noch zum kalkulatorischen Zinssatz (langfristige Anleihen am Kapitalmarkt oder Tilgung eigener Schulden) angelegt werden kann, d. h. zum Kapitalwert $C_0 = 0$. Eine Differenzinvestition mit dem erzielbaren Kapitalwert null kann aber die anstehende Investitionsentscheidung nicht beeinflussen, wodurch gezeigt werden kann, dass Differenzinvestitionen hinsichtlich unterschiedlichem Kapitaleinsatz bei der Kapitalwertmethode nicht zu berücksichtigen sind.

			Werte einer fiktiven Differenzinvestition
1	Kapitaleinsatz	(€)	50.000
2	Nutzungsdauer	(Jahre)	8
3	Erträge	(€/Jahr)	0
4	Kosten	(€/Jahr)	- 12.000
5	Kapitalwert (bei p_k = 10 %)		14.020 *)

*) Kapitalwert = Kosten * a_8 (10 %) - Kapitaleinsatz
14.020 = 12.000 * 5,335 - 50.000

Kontrollrechnung: 14.020 € + 19.356 € = 33.376,--

Bild 5: Beispiel zur Kapitalwertmethode

Für den Fall, dass sich nicht der Kapitaleinsatz der beiden zu vergleichenden Alternativen, sondern die **Nutzungsdauer** unterscheidet, können ähnliche Betrachtungen angestellt werden. Hier wird dann die Annuitätenmethode der Kapitalwertmethode vorgezogen, allerdings auch wiederum nur bei ausreichend verfügbarem Kapital.

Beispiel 4: *Interne Zinsfuß - Berechnung: grafische Veranschaulichung*

Für eine Investition (Kapitaleinsatz 100.000,-- €) mit den erwarteten Rückflüssen von Bild 6 werden mit den beiden Versuchszinssätzen p_{kI} = 10 % und p_{kII} = 20 % die beiden Kapitalwerte C_{0I} = + 13.583,-- € und C_{0II} = - 10.672,-- € errechnet.

Die grafische Methode des internen Zinsfußes nach Beipiel 1 des Lehrbuches (Kap. 5.2.3.3 interne Zinsfuß-Methode) ergibt p_i = 15,5 %.

Jahr	Rückfluss	Abzinsungs-faktor	Rückfluss	Abzinsungs-faktor	Rückfluss
	(Zeitwert) (€/Jahr)	$\frac{1}{q_I^t} = \frac{1}{1{,}1^t}$	(Barwert für $p_{k\,I}$ = 10%) (€/Jahr)	$\frac{1}{q_{II}^t} = \frac{1}{1{,}2^t}$	(Barwert für $p_{k\,II}$ = 20%) (€/Jahr)
1	25.000	0,9091	22.727	0,8333	20.832
2	30.000	0,8264	24.792	06944	20.832
3	40.000	0,7515	30.052	0,5787	23.148
4	30.000	0,6830	20.490	0,4823	14.469
5	25.000	0,6209	15.522	0,4019	10.047
Rückfluss 150.000			113.583		89.328
		˙/. Kapitaleinsatz KE 100.000		˙/. Kapitaleinsatz KE 100.000	
		C_{0I} (10 %) =	+ 13.583	C_{0II} (20%) =	- 10.672

$$p_i = 10 - \left(13.583 * \frac{20-10}{-10.672-13.583}\right) = 15{,}5\%$$

Bild 6: Beispiel 2 zur internen Zinsfuß-Methode

Zur Veranschaulichung ist die Vorgehensweise bei der internen Zinsfuß-Methode anhand dieses Beispiels in Bild 7 dargestellt.

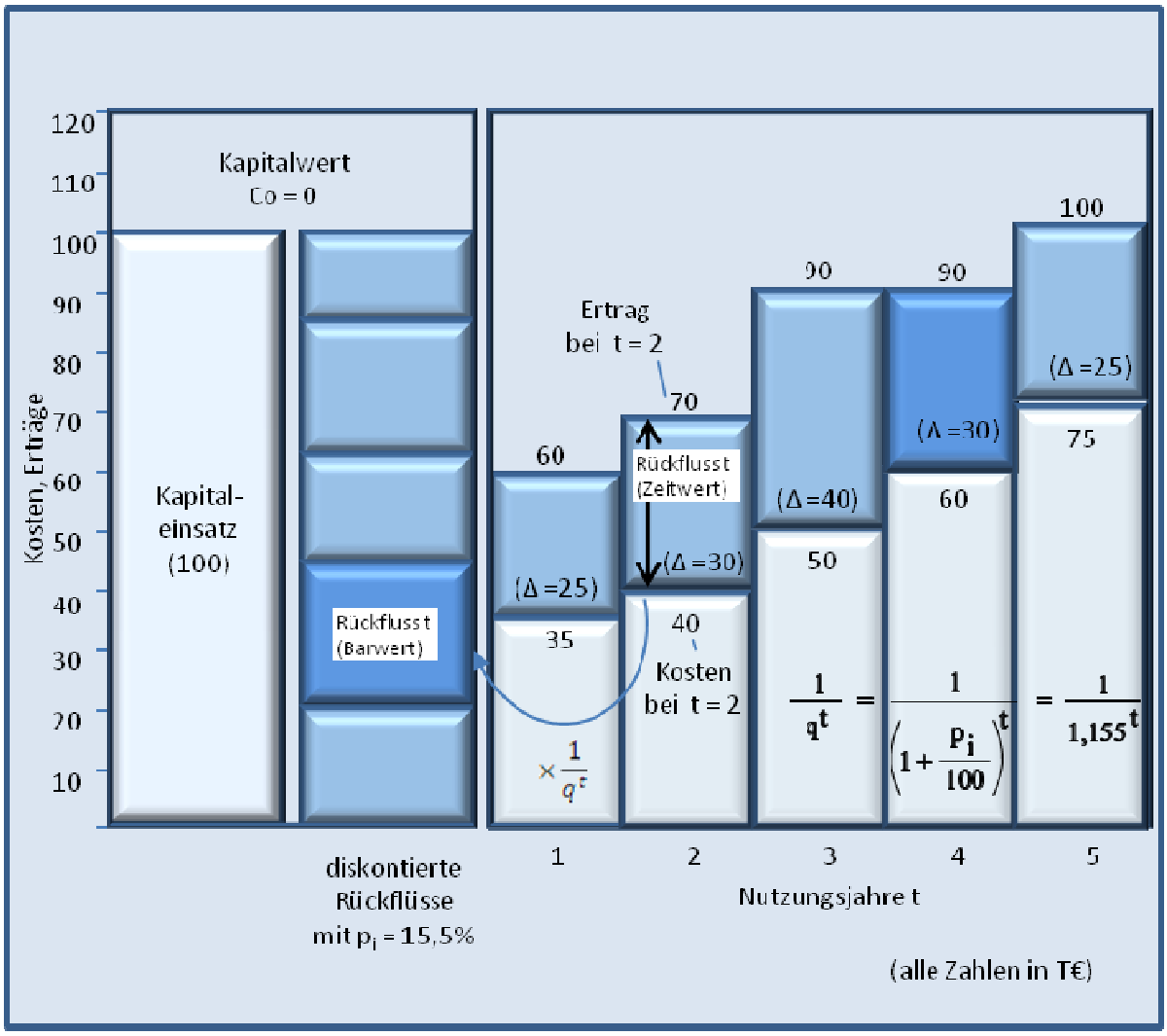

Bild 7: Bestimmung des internen Zinsfußes (p_i = 15,5 %)

Beispiel 5: *Interne Zinsfuß-Berechnung bei konstanten Rückflüssen*

Sofern bei einer Investition von **jährlich konstanten Rückflüssen r** ausgegangen werden kann, so vereinfacht sich die Bestimmung des internen Zinsfußes erheblich. Für diesen Fall lautet die Kapitalwertgleichung:

$$C_0 = r * \frac{q^n - 1}{q^n * (q-1)} - KE = r * a_n - KE$$

$$\text{für } C_0 = 0 \text{ gilt: } \frac{KE}{r} = a_n$$

Somit kann mithilfe des Quotienten KE/r = a_n in den Tabellen für die Rentenbarwertfaktoren bzw. mit Hilfe des Quotienten r/KE = $1/a_n$ in den Tabellen für die Wiedergewinnungsfaktoren näherungsweise der zugrunde liegende (interne) Zinssatz abgelesen werden.

Bei einem Kapitaleinsatz von 200.000,-- € und jährlichen Rückflüssen von 45.000,-- € über 8 Jahre Nutzungsdauer erhält man so näherungsweise einen internen Zinsfuß von 15 %.

Beispiel 6: *Annuitätenmethode bei Investitionsvorhaben mit Restwerten*

Für den Fall, dass ein Restwert (Liquidationserlös) nach Ablauf der Nutzungsdauer erwartet wird, muss die Annuitätsberechnung gegenüber dem Beispiel im Lehrbuch (Kap. 5.2.3.4 Annuitätenmethode) etwas abgewandelt werden.

Der Barwert des Restwertes bzw. Liquidationserlöses L ergibt sich unter Berücksichtigung des festgelegten kalkulatorischen Zinsfußes zu

$$L_0 = L * 1/q^n$$

Damit beträgt die Annuität des Kapitaldienstes

$$A(KE) = \left(KE - \frac{L}{q^n}\right) * \frac{1}{a_n}$$

Wäre beim vorhergehenden Beispiel 1 im letzten Nutzungsjahr noch ein Liquidationserlös in Höhe von 20.000,-- € zu erwarten, so erhöht sich der durchschnittliche jährliche Gewinn um

$$\frac{L}{q^n * a_n} = \frac{20.000}{1{,}6105 * 3{,}7907} = 3.276\,€$$

zu 6.859 €

Beispiel 7: *Annuitätenmethode bei Rationalisierungsinvestition*

Durch den Kauf einer rationelleren Zuführungseinrichtung kann eine Arbeitskraft mit Lohnkosten in Höhe von 50.000,-- € pro Jahr eingespart werden. Es stellt sich die Frage, welcher Kapitaleinsatz dafür unter wirtschaftlichen Gesichtspunkten

nicht überschritten werden darf, wenn folgende Daten für die Rationalisierungsinvestition gelten:

- zusätzliche Betriebskosten (€/Jahr) 10.000
- Nutzungsdauer (Jahre) 5
- kalkulatorischer Zinssatz 10 %

Die jährliche Kosteneinsparung (Rückfluss r) der Investition beträgt damit 40.000,-- €. Mit der Formel

$$A = r - \varnothing KD$$
$$= r - KE * \frac{1}{a_n}$$

lässt sich für den Grenzfall des höchsten zulässigen Kapitaleinsatzes (d.h. $A \geq 0$) folgende Beziehung aufstellen:

$$KE \leq r * a_n$$
$$\leq 40.000 * 3{,}7907$$
$$\leq 151.630\ €$$

Dieses Ergebnis kann so interpretiert werden, dass - allein unter Berücksichtigung der vorliegenden wirtschaftlichen Daten - der Ersatz einer Arbeitskraft erst bei einem Kapitaleinsatz von weniger als ca. 150.000,-- € gerechtfertigt ist.