

Elektrifizierung in der Fahrzeugtechnik

Übungen und Ergänzungen

■ 1 Einleitung

Tabelle 1 Gebräuchliche physikalische Größen in der Fahrzeugmechatronik

Physikalische Größe	gebräuchliche Formelzeichen	gebräuchliche Einheit	Einheit in SI-Basis-einheiten
Arbeit, Energie	$W, (E)$	J, kJ, kcal, W·s, kWh	$\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}$
Beschleunigung	a	m/s ²	m/s ²
Dielektrizität	ϵ_0, ϵ_r	A·s/(V·m)	$\frac{\text{A}^2 \cdot \text{s}^4}{\text{kg} \cdot \text{m}^3}$
Druck	p	bar, Pa, N/m ²	$\frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}^2}$
elektrische Erregung, Ladungsdichte, Flussdichte	D	C/m ²	A·s/m ²
elektrische Feldstärke	E	V/m	$\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{A} \cdot \text{s}^3}$
elektrischer Strom	I	A, mA, μA	A
Energiedichte	W	J/m ³	$\frac{\text{kg}}{\text{s}^2 \cdot \text{m}}$
Fläche	A	m ² , mm ²	m ²
Frequenz	F	Hz, kHz, MHz	1/s
Geschwindigkeit	v, \dot{x}	km/h, m/s	m/s
Impuls	p	kg·m/s	kg·m/s
Induktion, magnetische Flussdichte	B	T, G, V·s/m ²	$\frac{\text{kg}}{\text{A} \cdot \text{s}^2}$
Induktivität	L	H, mH, μH , $\Omega \cdot \text{s}$	$\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{A}^2 \cdot \text{s}^2}$

<i>Physikalische Größe</i>	<i>gebräuchliche Formelzeichen</i>	<i>gebräuchliche Einheit</i>	<i>Einheit in SI-Basis-einheiten</i>
Kapazität	C	F, μF , nF, s/ Ω	$\frac{\text{A}^2 \cdot \text{s}^4}{\text{kg} \cdot \text{m}^2}$
Kraft	F	N, kN, mN	$\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}$
Ladung	Q, q	C	A·s
Leistung	P	W, kW, PS	$\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^3}$
Leitwert	G, Y	S, mS	$\frac{\text{A}^2 \cdot \text{s}^3}{\text{kg} \cdot \text{m}^2}$
magnetische Feldstärke	H	A/m, G	A/m
magnetischer Fluss	Φ	V·s, Wb	$\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{A} \cdot \text{s}^2}$
Masse	m, M	kg, g, t	kg
Moment	M	N·m, mN·m	$\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}$
Permeabilität	μ_0, μ_r	V·s/(A·m)	$\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{A}^2 \cdot \text{s}^2}$
Spannung	U	V, mV, kV	$\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{A} \cdot \text{s}^3}$
Volumen	V	m ³ , l, cm ³	m ³
Volumenstrom	Q, \dot{V}	m ³ /s, l/min	m ³ /s
Wärmewiderstand	R	K/W	$\frac{\text{K} \cdot \text{s}^3}{\text{kg} \cdot \text{m}^2}$
Wärmekapazität	C	J/K	$\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{K} \cdot \text{s}^2}$
Weg, Position, Länge	x, y, z, s	m, mm, km, μm	m
Widerstand	R, X	Ω , m Ω , k Ω , M Ω	$\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{A}^2 \cdot \text{s}^3}$
Winkel	φ	rad, °	1
Winkelgeschwindigkeit	ω	rad/s, 1/s	1/s
Winkelbeschleunigung	α	rad/s ²	1/s ²
Zeit, Zeitkonstante	t, T	h, s, ms, μs	s

■ 2 Grundlagen der Elektrotechnik

Die Elektrotechnik hat sich aus der Elektrophysik im 19. Jahrhundert als eigenständige Disziplin entwickelt. Aufbauend auf den experimentellen Pioniertaten von Faraday, Oerstedt, Ohm und vielen anderen hat Maxwell¹ 1864 alle Phänomene des Elektromagnetismus in vier Feldgleichungen und drei Materialgleichungen zusammengefasst:

Tabelle 2 Maxwell'sche Gleichungen

Differenzialform	Integralform	Anschauliche Beschreibung
Feldgleichungen: $\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$	$\oint \vec{H} \, ds = \iint_A \left(\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) dA$	Durchflutungsgesetz des magnetischen Kreises
$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$	$\oint \vec{E} \, ds = -\frac{d}{dt} \iint_A \vec{B} dA$	Induktionsgesetz
Kontinuitätsgleichungen: $\operatorname{div} \left(\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) = 0$	$\iint_A \vec{D} dA = Q$	Elektrischer Hüllfluss = eingeschlossene Ladung
$\operatorname{div} \vec{B} = 0$	$\iint_A \vec{B} dA = 0$	Quellenfreiheit des magnetischen Feldes
$\vec{J} = \kappa \cdot \vec{E}$		Ohm'sches Gesetz
$\vec{D} = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \vec{E}$		Ladungsverschiebung im Dielektrikum
$\vec{B} = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \vec{H}$		Flussverstärkung in magnetischen Werkstoffen

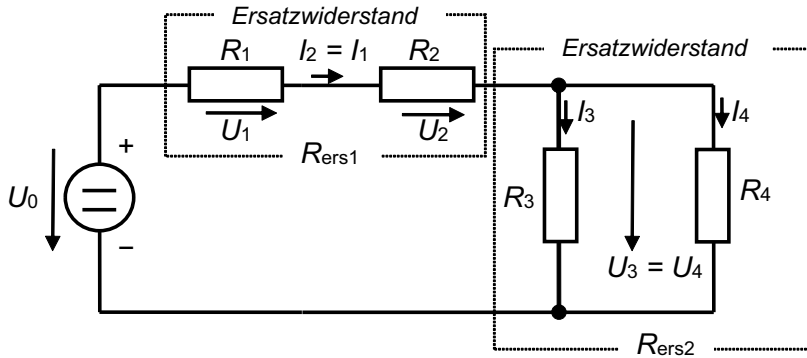
Diese Maxwell'schen Gleichungen sind eine Kulturleistung auf einer Stufe mit den Newton-Euler'schen Axiomen in der Mechanik und den Hauptsätzen der Thermodynamik. Die analytisch anspruchsvollen Grundlagenvorlesungen zur Elektrotechnik und zur Theorie der Felder und Wellen an der Universität gehen bis heute von diesen Feldgleichungen aus.

Ende des 19. Jahrhunderts und zu Beginn des 20. Jahrhunderts haben praktische Elektroingenieure wie Siemens, Brown, Boveri u. v. a. m. sowie anwendungsnäher arbeitende Hochschullehrer wie Kirchhoff, Küpfmüller und Bader durch Diskretisierung der eigentlich kontinuierlichen elektromagnetischen Phänomene aus den Maxwell'schen Gleichungen ein effektives und mächtiges Ingenieurwerkzeug zur Analyse von Gleich-, Wechsel- und Drehstromnetzwerken entwickelt. Dieses Ingenieurwerkzeug wird in Kapitel 2 in der für Hochschulen für angewandte Wissenschaften typischen analytischen Tiefe anschaulich behandelt.

¹⁾ James Clerk Maxwell (1831 – 1879), schottischer Physiker

Übung 2.1 Netzwerkanalyse „zu Fuß“

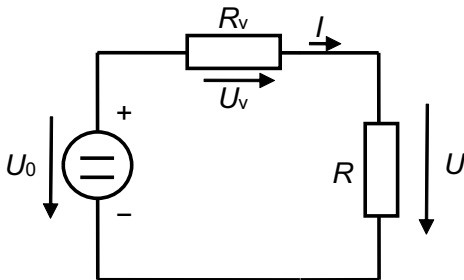
Gegeben sei ein Netzwerk mit $U_0 = 12\text{ V}$, $R_1 = 1\ \Omega$, $R_2 = 2\ \Omega$, $R_3 = 1,5\ \Omega$, $R_4 = 3\ \Omega$:



Ermitteln Sie im oben abgebildeten Netzwerk die Ströme und Spannungen an den Widerständen $R_{1,2,3,4}$.

Lösungshinweise: Ersatzwiderstände bilden $R_{ers1} = R_1 + R_2 = 3\ \Omega$, $R_{ers2} = R_3 || R_4 = 1\ \Omega$,
 Spannungsteiler $U_3 = U_4 = U_0 \cdot R_{ers2} / (R_{ers1} + R_{ers2}) = 3\text{ V}$,
 Zweigströme $I_3 = U_3 / R_3 = 2\text{ A}$, $I_4 = U_4 / R_4 = 1\text{ A}$,
 KR $I_1 = I_2 = I_3 + I_4 = 3\text{ A}$, Ohm $U_1 = I_1 \cdot R_1 = 3\text{ V}$, $U_2 = I_2 \cdot R_2 = 6\text{ V}$,
 Kontrolle: $U_0 = U_{3,4} + U_1 + U_2$

Übung 2.2 Glühbirchen mit Vorwiderstand



Eine Glühbirne (Nenndaten: $U = 6\text{ V}$, $P = 3\text{ W}$) soll an einer Spannungsquelle mit $U_0 = 12\text{ V}$ betrieben werden. Welchen Vorwiderstand R_v muss man dazu in Reihe schalten? (*Lösungshinweis:* $R_v = 12\ \Omega$)

Übung 2.3 Modellbau-Akku

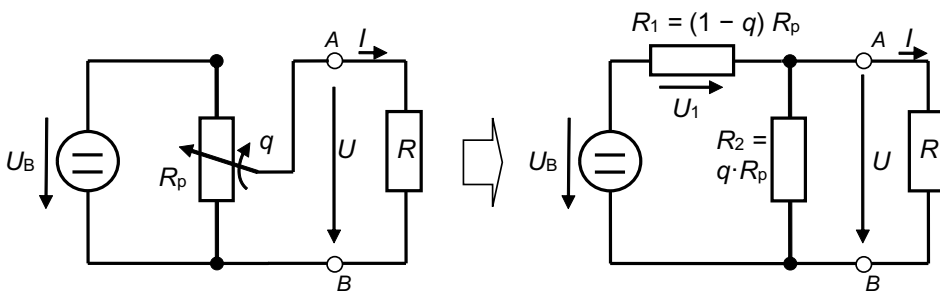
Welche maximale Leistung kann ein 600-mAh-NiMH-Akku ($U_0 = 8,4 \text{ V}$, $R_i = 200 \text{ m}\Omega$) an einen Motor abgeben? Welchen Laststrom liefert der Akku dabei und wie lange kann der Akku so betrieben werden?

Lösungshinweise: $P_{\max} = 88,2 \text{ W}$, $I_{\max} = 21 \text{ A}$, $t \approx 100 \text{ s}$, falls er nicht zu warm wird.

Übung 2.4 Autoradio-Endstufe

Die Endstufe eines Autoradios kann bei Vollaussteuerung (maximale Lautstärke) als Spannungsquelle mit der Leerlaufspannung $U_0 = 8,5 \text{ V}$ und dem Innenwiderstand $R_i = 2 \Omega$ modelliert werden. Welche Abgabeleistung und welcher Laststrom ist bei Lautsprechern mit $R = 4 \Omega$ bzw. $R = 8 \Omega$ zu erwarten?

Lösungshinweise: $P = 8 \text{ W}/5,7 \text{ W}$, $I = 1,41/0,94 \text{ A}$.

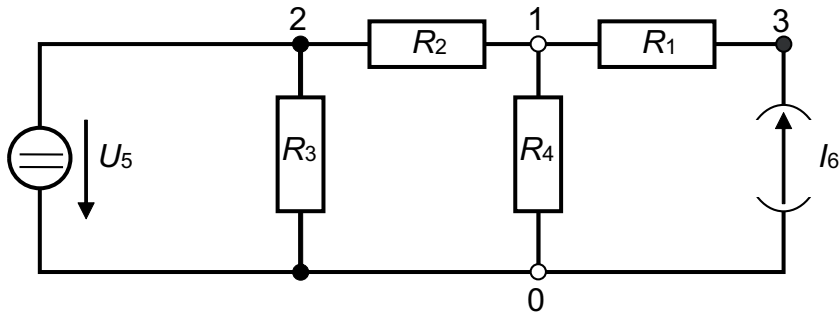
Übung 2.5 Ersatzspannungsquelle am belasteten Spannungsteiler

Mit einem Potenziometer (Gesamtwiderstand R_p , Teilungsfaktor $q \in \{0 \dots 1\}$) kann ein Spannungsteiler realisiert werden, der einen Verbraucher R mit einer einstellbaren Speisepannung $U < U_B$ versorgt. Allerdings definiert der Teilungsfaktor nur für sehr hohe Lastwiderstände ($R \rightarrow \infty$) die Ausgangsspannung $U = q \cdot U_B$. Geben Sie für den belasteten Spannungsteiler die Ersatzspannungsquelle mit $U_0(U_B, R_p, q)$ und $R_i(R_p, q)$ an den Klemmen A und B an.

In welchem Verhältnis muss der Potenziometerwiderstand R_p zum Verbraucher R stehen, damit Leistungsanpassung möglich wird? Was bedeutet das für die an der Quelle U_B aufgenommene Leistung P_B ?

Lösungshinweise: $U_0 = q \cdot U_B$, $R_i = q \cdot (1 - q) \cdot R_p$; $R_p > 4 R$; $P_B \gg P \rightarrow$ nur für kleine Leistungen sinnvoll!

Übung 2.6 Superposition am Netzwerk mit zwei Quellen



a) Für das oben gezeigte Netzwerk mit zwei Quellen soll der Strom I_4 durch den Widerstand R_4 mithilfe des Überlagerungssatzes ermittelt werden. Geben Sie die Ersatzspannungsquelle des Netzwerkes an den Klemmen 1 und 0 an.

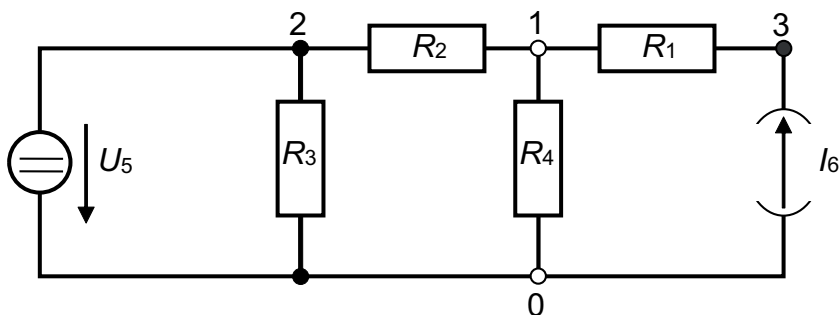
Lösungshinweis: $I_4 = (U_5 + R_2 \cdot I_6) / (R_2 + R_4)$; $U_0 = R_4 \cdot I_4$; $R_i = (R_2 \cdot R_4) / (R_2 + R_4)$.

b) Wie verändert sich der Strom I_4 aus obigem Netzwerk, wenn man die Stromquelle zwischen Knoten 3 und 0 durch eine zweite Spannungsquelle ersetzt, die dieselbe Spannung wie U_5 einspeist? Welchen Innenwiderstand hat die Ersatzspannungsquelle an den Knoten 1 und 0 jetzt?

Lösungshinweis: $I_4 = U_5 \cdot (R_2 + R_1) / (R_4 \cdot R_2 + R_4 \cdot R_1 + R_1 \cdot R_2)$;

$R_i = R_2 \cdot R_1 \cdot R_4 / (R_4 \cdot R_2 + R_4 \cdot R_1 + R_1 \cdot R_2)$, also $R_{1,2,4}$ parallel.

Übung 2.7 Knotenpotenzialverfahren am Netzwerk mit zwei Quellen



Für das oben gezeigte Netzwerk mit zwei Quellen soll der Strom I_4 durch den Widerstand R_4 mithilfe des KPV ermittelt werden.

Lösungshinweis

$$\begin{bmatrix} G_1 + G_2 + G_4 & -G_2 & -G_1 \\ -G_2 & G_2 + G_3 & 0 \\ -G_1 & 0 & G_1 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} U_{10} \\ U_{20} = U_5 \\ U_{30} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \text{unbestimmt} \\ I_6 \end{pmatrix}$$

$U_4 = U_{10}$, $I_4 = U_4/R_4$, Ergebnis siehe Übung 2.6.

Übung 2.8 Netzwerk mit einer gesteuerten Quelle

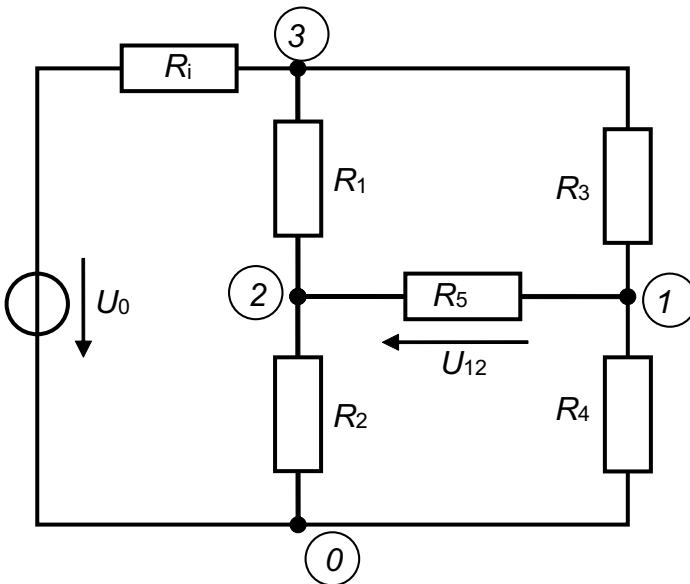
Welches Ergebnis bekommen Sie im Netzwerk gemäß Übung 2.7 für I_4 , wenn die Spannungsquelle U_5 von der Spannung zwischen Knoten 1 und 3 gesteuert wird, d.h. $U_5 = \alpha \cdot (U_{30} - U_{10})$?

Lösungshinweis: Bader-Schema umgeformt

$$\begin{bmatrix} G_1 + (1 + \alpha) \cdot G_2 + G_4 - (G_1 + \alpha \cdot G_2) & \\ -G_1 & G_1 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} U_{10} \\ U_{30} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ I_6 \end{pmatrix}$$

$$\rightarrow I_4 = I_6 \cdot \frac{G_4 \cdot (G_1 + \alpha G_2)}{G_1 \cdot (G_4 + G_2)}$$

Übung 2.9 Wheatstone-Brücke



Geben Sie für das nebenstehende Netzwerk das Gleichungssystem (Bader-Schema mit Leitwertmatrix G , Knotenpotenzialvektor U und Quellenvektor I) zur Ermittlung der Knotenpotenzialspannungen $U_{10,20,30}$ an.

Wie vereinfacht sich das Gleichungssystem, wenn der Innenwiderstand R_1 vernachlässigt werden kann ($R_1 = 0$)?

Wie müssen Sie den Widerstand R_4 (R_1, R_2, R_3) wählen, damit die Brückenspannung U_{12} verschwindet?

Lösungshinweise:

$$\begin{bmatrix} G_3 + G_5 + G_4 & -G_5 & -G_3 \\ -G_5 & G_2 + G_1 + G_5 & -G_1 \\ -G_3 & -G_1 & G_1 + G_3 + G_i \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} U_{10} \\ U_{20} \\ U_{30} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ G_i \cdot U_0 \end{pmatrix}$$

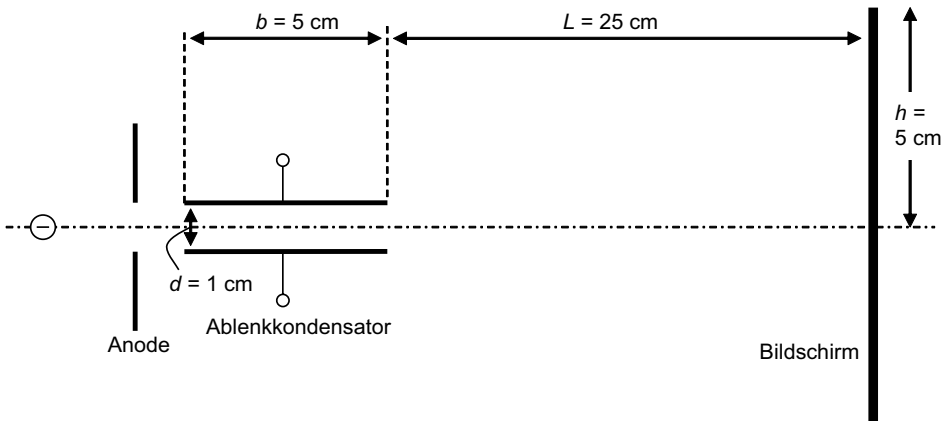
mit $U_{30} = U_0$ folgt:

$$\begin{bmatrix} G_3 + G_5 + G_4 & -G_5 \\ -G_5 & G_2 + G_1 + G_5 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} U_{10} \\ U_{20} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G_3 \cdot U_0 \\ G_1 \cdot U_0 \end{pmatrix}$$

$$U_{12} = U_{10} - U_{20} = 0 \text{ für } R_4 = R_2 \cdot R_3 / R_1$$

Übung 2.10 Elektrisches Feld - Braun'sche Röhre

Die unten stehende Abbildung zeigt den prinzipiellen Aufbau einer Braun'schen Röhre, auf deren Basis früher Oszilloskope und heute noch Röhrenbildschirme an Fernsehgeräten aufgebaut sind. Dabei wird in einer evakuierten Glasröhre ein Elektron ($m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg, $q = e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ A·s) mit vernachlässigbar kleiner Anfangsenergie $W_0 = 0$ eV aus einem Glühdraht freigesetzt und gegen eine Anode mit $U = 1000$ V beschleunigt. Nach Durchtritt durch die Anode wird das Elektron durch das (als homogen betrachtete) Feld eines Plattenkondensators abgelenkt und trifft dann auf einen Bildschirm.



- a) Welche Energie W_1 und welche Eintrittsgeschwindigkeit v_1 hat das Elektron bei Eintritt in den Ablenkkondensator?
- b) Welche Spannung U_{ab} benötigt man am Ablenkkondensator, um das Elektron so weit abzu lenken, dass der äußerste Bildschirmrand erreicht wird?

Lösungshinweise: a) $W_1 = U \cdot e = 1/2 \cdot m \cdot v_1^2 \rightarrow v_1 = 1,88 \cdot 10^7$ m/s ($\ll c$ wg. Relativität)
 b) $U_{ab} = 72,5$ V, Ablenkung im Kondensator und hinterher addieren!

Übung 2.11 Folienkondensator

Der in Bild 2.30a dargestellte Plattenkondensator kann so aufgebaut werden, dass man einen Streifen Polyethylen-Folie ($\epsilon_r = 2$, Dicke $d = 50 \mu\text{m}$) zwischen zwei Streifen Alufolie legt. Die Streifen haben eine Breite von $b = 2 \text{ cm}$ und eine Länge von $L = 1 \text{ m}$. Zunächst sei der Folienkondensator flach auf einem Holztisch ausgebreitet.

- Welche Feldstärke herrscht in dem Kondensator bei $U = 12 \text{ V}$ Spannung und welcher elektrische Fluss (Ladung) folgt daraus auf den Kondensatorplatten?
- Wie verändern sich diese Werte, wenn man den Kondensator zu einem 2 cm langen Zylinder wickelt (zusätzliche baugleiche Trennfolie auf einem Alustreifen erforderlich, da sonst Kurzschluss)?

Lösungshinweise: a) $E = U/d = 240 \text{ V/mm}$,

$$Q = A \cdot D = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot E \cdot b \cdot L = 85 \cdot 10^{-9} \text{ A} \cdot \text{s} = 85 \text{ nC.}$$

b) Feldstärke bleibt gleich, Fläche/Ladung/Fluss verdoppelt sich.

Übung 2.12 Reihenschaltung von Kondensatoren

Die Reihenschaltung von Kondensatoren wird dann eingesetzt, wenn man die Spannungsfestigkeit eines Kondensators erhöhen will. Zeigen Sie an einem Beispiel mit zwei Kondensatoren, dass man dazu versuchen sollte, immer baugleiche Kapazitäten in Reihe zu schalten.

Lösungshinweis: $U_1/U_2 = C_2/C_1$, d. h., nur für gleiche Kapazitäten liegt an beiden Kondensatoren jeweils die halbe Gesamtspannung an.

Übung 2.13 Power-Cap für ein Hybridfahrzeug

Für ein Hybridfahrzeug ($m = 1500 \text{ kg}$) mit einer Betriebsspannung des Antriebs von $U = 300 \text{ V}$ soll ein elektrischer Energiespeicher (sog. Power-Caps) entworfen werden, der die kinetische Energie eines Bremsvorganges von 80 km/h auf 30 km/h zwischenspeichern kann. Der Rekuperationswirkungsgrad (elektrische Ladeleistung zu mechanischer Bremsleistung) betrage dabei $\eta = 80\%$. Dabei soll die Betriebsspannung nur um maximal 10% überschritten werden. Welche Kapazität muss dieser Speicherkondensator haben?

Lösungshinweis: $W_C = 1/2 \cdot C \cdot ((1,1 \cdot U)^2 - U^2) \cdot \eta = 1/2 \cdot m \cdot (v_1^2 - v_2^2) \cdot \eta \rightarrow C \approx 27 \text{ F}$

Übung 2.14 Ringkern mit Luftspalt und permanentmagnetischer Erregung

Wie müsste ein NdFeB-Permanentmagnet ($B_R = 1,1 \text{ T}$) mit gleichem Querschnitt ($A_{\text{PM}} = 2 \text{ cm}^2$) wie der Ferritkern in Bild 2.39/Beispiel 2.12 aussehen, mit dem ohne Wicklung eine Luftspaltinduktion von $B_\delta = 0,2 \text{ T}$ erreicht werden kann? Hat man eine Chance, das auch mit billigeren Ferritmagneten ($B_R = 0,30 \text{ T}$) zu erreichen?

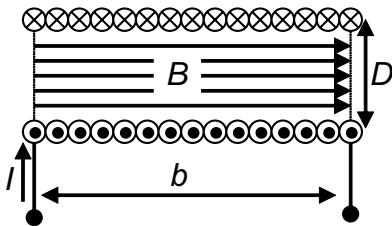
Lösungshinweis:
$$h_{\text{PM}} = \mu_0 \cdot \frac{(R_{\text{mFe}} + R_{\text{m}\delta}) \cdot B_{\delta} \cdot A_{\delta}}{B_{\text{R}} - \frac{B_{\delta} \cdot A_{\delta}}{A_{\text{PM}}}} \approx 1 \text{ mm; ja, mit 1 cm dickem Magneten.}$$

Übung 2.15 Elektrische Erregung für den Tauchspulmotor

Wie müsste eine Wicklung aussehen, die dieselbe Luftspaltinduktion beim Tauchspulmotor in Bild 2.41 erreichen lässt, wenn man die Magnete durch baugleiche Weicheisenplatten ersetzt? Welchen Nachteil hätte diese Erregung?

Lösungshinweis: $\theta \approx 3000 \text{ A}$, Erwärmung und erforderlicher Bauraum.

Übung 2.16 Lange, dünne Luftspule



Gegeben sei die skizzierte Luftspule, deren Durchmesser $D = 1 \text{ cm}$ wesentlich kleiner als deren Länge $b = 5 \text{ cm}$ ist. Bei dieser langen, dünnen Spule kann das schwache äußere Magnetfeld gegenüber dem sehr starken und homogenen inneren Magnetfeld mit guter Näherung vernachlässigt werden. Die Spule besitzt $w = 200$ Windungen.

Ermitteln Sie für einen Spulenstrom von $I = 1 \text{ A}$ die Induktion im Inneren der Spule und schätzen Sie ihre Induktivität L ab.

Lösungshinweise: $B = \mu_0 \cdot H = \mu_0 \cdot w \cdot I / b \approx 5 \text{ mT}$; $L = w^2 / R_{\text{m}} = \mu_0 \cdot w^2 \cdot \pi \cdot D^2 / (4 \cdot b) \approx 80 \mu\text{H}$

Übung 2.17 Tauchspulmotor

Der Tauchspulmotor in Beispiel 2.13 ist $c = 6 \text{ cm}$ tief und hat $w = 120$ Windungen auf seiner Spule. Die Spule hat einen ohmschen Widerstand von $R = 2 \Omega$ und wiegt mit Schlitten $m = 1 \text{ kg}$. Die Luftspaltinduktion beträgt $B_{\delta} = 0,7 \text{ T}$. Der Luftspalt ist mit ca. 5 mm wesentlich kleiner als die Ausdehnung der Magnete, weshalb ein homogenes Luftspaltfeld angenommen werden darf. Zudem sei die Reibung der Spulenführung vernachlässigbar klein.

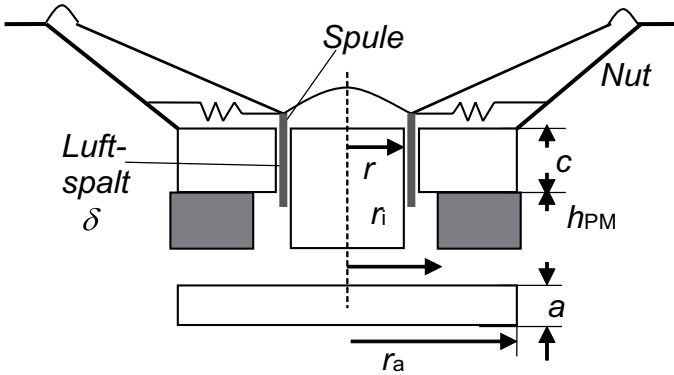
- a) Der Motor werde schlagartig an eine Speisespannung von $U_0 = 12 \text{ V}$ gelegt. Beschreiben Sie qualitativ seine Bewegung und ermitteln Sie die Endgeschwindigkeit der Spule.

Lösungshinweis: Anfangsbeschleunigung 72 m/s^2 , Endgeschwindigkeit 1 m/s .

- b) In der um 90° gedrehten Anordnung fällt die Spule durch den Einfluss der Erdanziehung. Welche Geschwindigkeit wird bei kurzgeschlossener Spule erreicht?

Lösungshinweis: Endgeschwindigkeit $0,14 \text{ m/s}$.

Übung 2.18 Lautsprecher



Für nebenstehend abgebildete konzentrische Lautsprechergeometrie gilt:

Zapfenradius	$r = 20 \text{ mm,}$
Luftspalt	$\delta = 2 \text{ mm,}$
Jochhöhe	$c = 20 \text{ mm,}$
Außendurchmesser	$r_a = 50 \text{ mm,}$
Innendurchmesser	$r_i = 30 \text{ mm.}$

Für die Wicklung gilt:

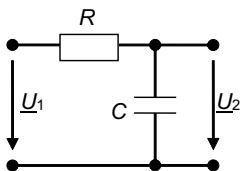
Windungszahl $w = 90$, Drahtdurchmesser $d_{Cu} = 0,2 \text{ mm}$, Widerstand $R = 7,5 \Omega$.

Bemessen Sie für hochpermeables Eisen ($\mu_r \rightarrow \infty, B_{max} < 1,4 \text{ T}$) die erforderliche Höhe h_{PM} des Ringmagneten, um eine Kraftkonstante $K_F = F/I = 8 \text{ N/A}$ (bei Lautsprechern BxI-Faktor genannt) zu erreichen. Als Magnetwerkstoffe stehen SmCo mit $B_R = 1,1 \text{ T}$ und Ferritmagnete mit $B_R = 0,3 \text{ T}$ zur Auswahl.

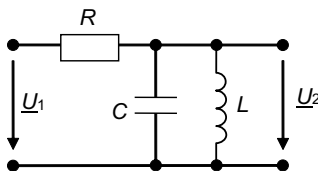
Bemessen Sie zudem die Rückschlussplattendicke a .

Lösungshinweis: $B_\delta = 0,7 \text{ T, } h_{PM} \approx 2 \text{ mm, } a > c/2$, mit Ferrit nicht machbar.

Übung 2.19 Wechselstromnetzwerke



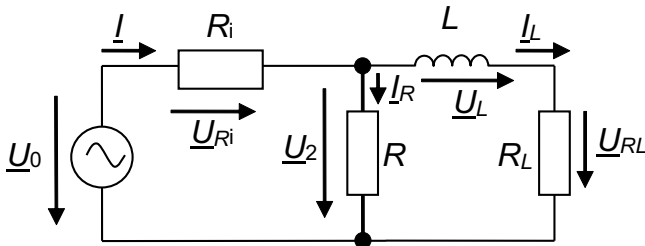
RC-Glied als Tiefpass



LC-Glied als Bandpass

- Zeichnen Sie zu den oben dargestellten Filtern die qualitativen Zeigerdiagramme in der komplexen U - I -Ebene.
- Leiten Sie anhand dieser Zeigerdiagramme die Grenzfrequenz des Tiefpasses und die Resonanzfrequenz des Bandpasses her.
- Wie verändern sich die Verhältnisse, wenn anstelle der idealen Induktivität eine reale Induktivität (Reihenschaltung von L mit einem Spulenwiderstand R_l) beim Bandpass betrachtet wird?
- Leiten Sie mithilfe der komplexen Rechnung die Übertragungsfunktionen $G(\omega) = \underline{U}_2/\underline{U}_1$ der oben dargestellten Schaltungen her und stellen Sie den Betrags- und Phasenfrequenzgang dieser Schaltungen dar (Bode-Diagramme).

Übung 2.20 Wechselstromnetzwerk

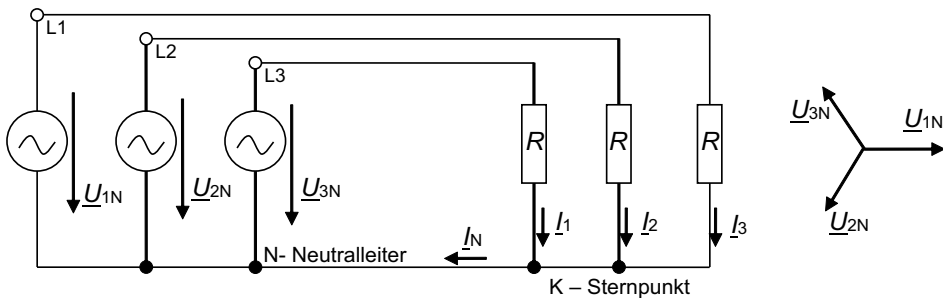


Leiten Sie mithilfe der komplexen Rechnung die Übertragungsfunktionen $G(\omega) = \underline{U}_2/\underline{U}_1$ der nachfolgend dargestellten Schaltung her und stellen Sie den Betrags- und Phasenfrequenzgang dieser Schaltung dar (Bode-Diagramm).

Lösungshinweis:
$$G(\omega) = \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_0} = \frac{R \cdot R_L + j \cdot \omega \cdot L \cdot R}{R \cdot R_L + R_i \cdot R_L + R \cdot R_i + j \cdot \omega \cdot L \cdot (R + R_i)}$$

Probe:
$$G(\omega \rightarrow \infty) = \frac{R}{R + R_i}, \quad G(\omega \rightarrow 0) = \frac{R \parallel R_L}{R \parallel R_L + R_i}$$

Übung 2.21 Unsymmetrischer Verbraucher am Dreileiternetz



Ein Verbraucher in Sternschaltung besitze keinen Neutralleiter (keine Leitung zwischen Sternpunkt K und Knoten N), seine drei Strangadmittanzen sind komplex und zudem unsymmetrisch ($\underline{G}_1 \neq \underline{G}_2 \neq \underline{G}_3$). Die Speisespannungen $\underline{U}_{1,2,3}$ sind dagegen symmetrisch mit

dem Effektivwert U_S . Geben Sie die komplexe Spannung $\underline{U}_{KN}(U_S, \underline{G}_1, \underline{G}_2, \underline{G}_3)$ zwischen K und N an und zeigen Sie, dass diese tatsächlich für $(\underline{G}_1 = \underline{G}_2 = \underline{G}_3)$ verschwindet.

Lösungshinweis: Knotenpotenzialverfahren mit idealen Spannungsquellen einsetzen,
 $\underline{U}_{KN} = U_S \cdot (\underline{G}_1 + \underline{G}_2 \cdot e^{j120^\circ} + \underline{G}_3 \cdot e^{-j120^\circ}) / (\underline{G}_1 + \underline{G}_2 + \underline{G}_3)$.

Übung 2.22 Unsymmetrischer Verbraucher am Vierleiternetz

Der Verbraucher in Sternschaltung in Übung 2.21 besitze einen Neutralleiter (Leitung zwischen Sternpunkt K und Knoten N), seine drei Strangadmittanzen sind komplex und zudem unsymmetrisch ($\underline{G}_1 \neq \underline{G}_2 \neq \underline{G}_3$). Die Speisespannungen $\underline{U}_{1,2,3}$ sind dagegen symmetrisch mit dem Effektivwert U_S . Geben Sie den komplexen Strom $\underline{I}_N(U_S, \underline{G}_1, \underline{G}_2, \underline{G}_3)$ zwischen K und N an und zeigen Sie, dass dieser tatsächlich für $(\underline{G}_1 = \underline{G}_2 = \underline{G}_3)$ verschwindet.

Lösungshinweis: $\underline{I}_N = I_1 + I_2 + I_3 = U_S \cdot (\underline{G}_1 + \underline{G}_2 \cdot e^{j120^\circ} + \underline{G}_3 \cdot e^{-j120^\circ})$

Übung 2.23 Fallender Tauchspulmotor

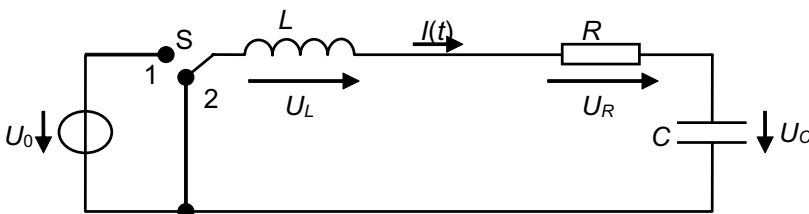
Leiten Sie den Zeitverlauf der Fallgeschwindigkeit $v(t)$ für den Tauchspulmotor gemäß Übung 2.17b her.

Lösungshinweis:
$$v(t) = -\frac{m \cdot R \cdot g}{\underbrace{K_s \cdot K_F}_{v_{\text{end}}}} \cdot (1 - e^{-at}) \quad \text{mit } a = \frac{K_s \cdot K_F}{R \cdot m}$$

Übung 2.24 Tauchspulmotor mit Kondensatorspeisung

Der ruhende Tauchspulmotor in Übung 2.17 wird zum Zeitpunkt $t = 0$ an einen mit $U_C(0) = U_0$ geladenen Kondensator geschaltet. Leiten Sie den Zeitverlauf der Geschwindigkeit $v(t)$ her, wenn die Reibung vernachlässigbar klein ist.

Lösungshinweis:
$$v(t) = -\frac{K_F \cdot U_0}{\underbrace{m \cdot R \cdot a'}_{v_{\text{end}}}} \cdot (1 - e^{-at}) \quad \text{mit } a' = \left(\frac{1}{R \cdot C} + \frac{K_s \cdot K_F}{R \cdot m} \right)$$



Übung 2.25 Ein-Ausschaltvorgang am RLC -Glied

Anfangsbedingungen:

$$I(0) = 0, U_C(0) = 0$$

Bauteildaten:

$$U_0 = 10 \text{ V}, R = 8 \Omega,$$

$$L = 2,5 \text{ mH}, C = 1 \text{ mF}$$

Das oben abgebildete RLC -Glied wird zum Zeitpunkt $t = 0$ von Schalterstellung 2 in Schalterstellung 1 und nach $T = 10 \text{ ms}$ wieder in Schalterstellung 2 zurückgeschaltet.

Skizzieren Sie den Verlauf von $I(t)$ und $U_C(t)$ für $0 < t < 30 \text{ ms}$ als exakte Lösung sowie als Näherung mit $L/R = RC$.

Lösungshinweis:

$$I(t) = \frac{U_0 - U_C(0)}{L} \cdot \frac{(e^{p_1 t} - e^{p_2 t}) + I(0) \cdot (p_1 e^{p_1 t} - p_2 e^{p_2 t})}{p_1 - p_2}$$

$$\text{mit } p_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}}$$

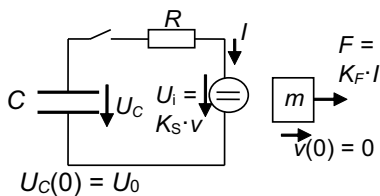
ω_0

Anfangsbedingungen bei $t = T$: $I(T) \approx 0,37 \text{ A}, U_C(T) \approx 7,1 \text{ V}$

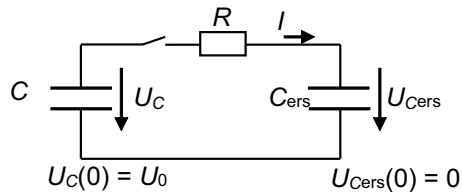
■ 3 Grundlagen der Modellbildung

Übung 3.1 Ersatzkapazität des Tauchspulmotors

Physikalisches Modell:



Ersatzschaltbild:

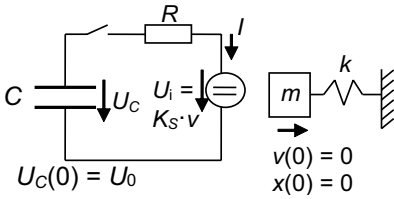


Der ruhende Tauchspulmotor mit Kondensatorspeisung in Übung 2.24 soll anstatt durch ein mechatronisches physikalisches Modell durch ein rein elektrisches Ersatzschaltbild analog zu Bild 2.33 beschrieben werden. Leiten Sie die dazu erforderliche Ersatzkapazität C_{ers} her. Wie hängen die Spannung an der Ersatzkapazität und die Geschwindigkeit v des Tauchspulmotors zusammen?

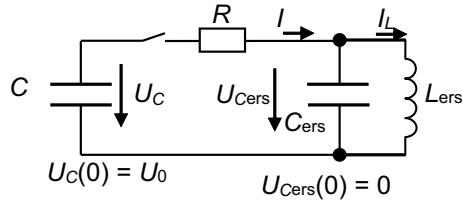
Lösungshinweis: $C_{\text{ers}} = \frac{m}{K_s \cdot K_F}$ $v = \frac{U_{\text{Cers}} = U_i}{K_s}$

Übung 3.2 Ersatzinduktivität des Tauchspulmotors mit Feder

Physikalisches Modell:



Ersatzschaltbild:

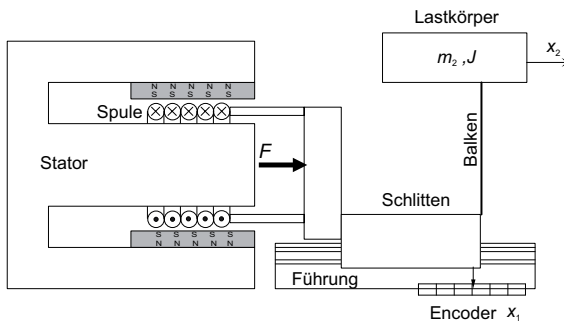


Der ruhende Tauchspulmotor mit Feder k in Beispiel 3.1 soll anstatt durch ein mechatrisches physikalisches Modell durch ein rein elektrisches Ersatzschaltbild analog zu Übung 3.1 beschrieben werden. Leiten Sie zur Ersatzkapazität C_{ers} die dazu erforderliche parallele Ersatzinduktivität L_{ers} her. Wie hängen der Strom I_L durch die Ersatzinduktivität und die Position x des Tauchspulmotors zusammen?

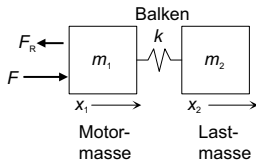
Lösungshinweis: $L_{\text{ers}} = \frac{K_s \cdot K_F}{k}$ $x = \frac{I_L \cdot K_F}{k}$

■ 4 Simulation mechatronischer Systeme

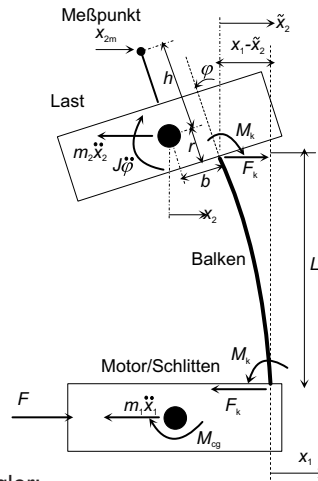
Übung 4.1 Tauchspulmotor mit elastischer Last (Demo)



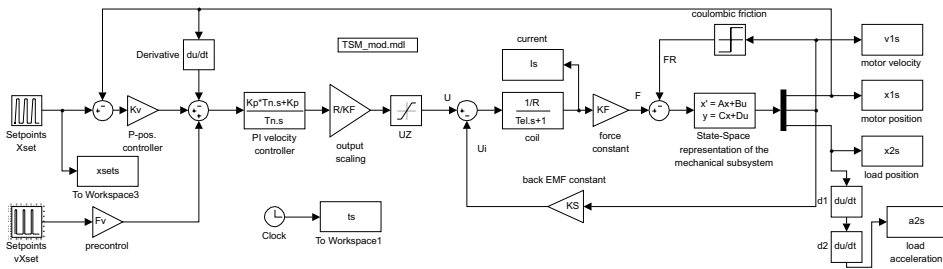
Zweimassenschwinger:



Verfeinertes mechanisches Teilmodell:



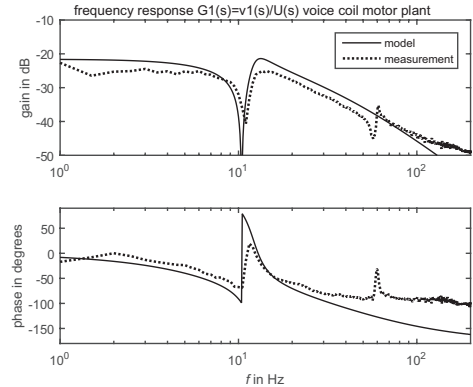
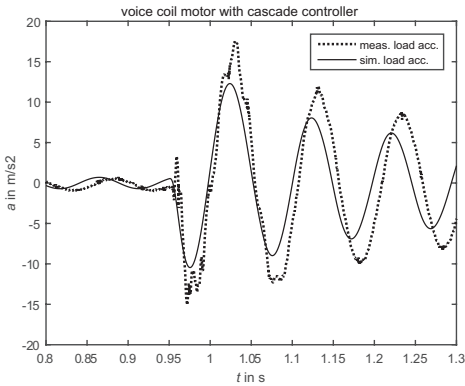
Simulink-Implementierung mit P/PI-Lageregler:



Der Tauchspulmotor wird mit einer über einen Biegebalken ($k = 2400 \text{ N/m}$) gekoppelten Lastmasse ($m_2 = 0,6 \text{ kg}$) erweitert. Geht man zunächst von einem Zweimassenschwinger als mechanisches Teilmodell aus, so kann man alternativ zur im Abschnitt 6.6.4 gezeigten Implementierung mit Basisblöcken in Simulink auch ein Zustandsraummodell gemäß (3.31) vorsehen.

Diese Zustandsraumdarstellung kann elegant in das Simulink-Modell des Tauchspulmotors in Beispiel 4.3 integriert und um den P/PI-Regler ergänzt werden [1].

Vergleich von Messung und Simulation für den Zweimassenschwinger-Modellansatz:



In [1] sind Rampen- und Sprungantwort des lagegeregelten Antriebs dargestellt. Die mit dem Zweimassenmodell simulierte Motorposition passt sehr gut zum gemessenen Verlauf, wohingegen die auf der Lastmasse gemessene Beschleunigung vor allem in der Vergrößerung sichtbare Abweichungen zwischen Simulation und Messung zeigt.

Dies wird auch durch den Vergleich mit dem gemessenen Antriebsfrequenzgang deutlich. Die zweite bei ca. 60 Hz gemessene Resonanz ist beim einfachen hier betrachteten physikalischen Modell nicht berücksichtigt. Hier liegt gemäß Abschnitt 4.2 eine noch gute Übereinstimmung zwischen Simulation und Messung vor.

Frequenzgänge von Eingangsgröße j nach Ausgangsgröße i , die sehr gut zur Modellvalidierung herangezogen werden können, sind mit

$$G_{ij}(s) = \frac{y_i(s)}{\tau_j(s)} = c_i^T \cdot [s \cdot E - A]^{-1} \cdot b_j$$

aus der Zustandsraumdarstellung abzuleiten. Dabei ist c_i die zur Ausgangsgröße i gehörende Zeilenvektor der Ausgangsmatrix C^T und b_j die zur Eingangsgröße j gehörende Spaltenvektor von B .

Tabelle 3 zeigt die Modellparameter des verfeinerten physikalische Modells des Tauchspulmotors mit drei DOF, bei dem die Lastmasse zusätzlich mit Trägheit und exzentrischem Messpunkt berücksichtigt ist.

Tabelle 3 Modellparameter des verfeinerten Modells

Modellparameter	Wert
E-Modul von Aluminium	$E = 70 \cdot 10^9 \text{ N/m}^2$
Lastmassenträgheit	$J_2 = 39 \cdot 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
axiales Trägheitsmoment	$I_a = 1,5 \cdot 10^{-11} \text{ m}^4$
Balkenlänge	$L_k = 0,095 \text{ m}$
Abstand zwischen Balkenflansch und Lastschwerpunkt in x	$b = 0,018 \text{ m}$
Abstand zwischen Balkenflansch und Lastschwerpunkt in y	$r = 0,015 \text{ m}$
Abstand zwischen Messpunkt und Lastschwerpunkt in y	$h = 0,030 \text{ m}$

Die Balkenkraft und das Balkenmoment sind gegeben durch [2]:

$$F_k = \frac{12 \cdot E \cdot I_a}{L_k^3} \cdot (x_1 - \tilde{x}_2) - \frac{6 \cdot E \cdot I_a}{L_k^2} \cdot \varphi$$

$$M_k = -\frac{6 \cdot E \cdot I_a}{L_k^2} \cdot (x_1 - \tilde{x}_2) + \frac{4 \cdot E \cdot I_a}{L_k} \cdot \varphi$$

mit der Balkenflanschposition $\tilde{x}_2 = x_2 + r \cdot \varphi$.

Die Führungen fesseln alle Freiheitsgrade des Schlittens bis auf die Translation x_1 . Für die Bewegungsgleichungen folgt aus den Gleichgewichtsbedingungen:

$$m_1 \cdot \ddot{x}_1 = F - F_k$$

$$m_2 \cdot \ddot{x}_2 = F_k$$

$$(J_2 + m_2 \cdot b^2) \cdot \ddot{\varphi} = F_k \cdot r - M_k$$

Mit der Balkenflanschposition ergeben sich die Bewegungsgleichungen in Matrixform zu:

$$\begin{pmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & J_2 + m_2 \cdot b^2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{\varphi} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{12 \cdot E \cdot I_a}{L_k^3} & -\frac{12 \cdot E \cdot I_a}{L_k^3} & -\frac{12 \cdot E \cdot r \cdot I_a}{L_k^3} - \frac{6 \cdot E \cdot I_a}{L_k^2} \\ \frac{12 \cdot E \cdot I_a}{L_k^3} & \frac{12 \cdot E \cdot I_a}{L_k^3} & \frac{12 \cdot E \cdot r \cdot I_a}{L_k^3} + \frac{6 \cdot E \cdot I_a}{L_k^2} \\ -\frac{12 \cdot E \cdot r \cdot I_a}{L_k^3} - \frac{6 \cdot E \cdot I_a}{L_k^2} & \frac{12 \cdot E \cdot r \cdot I_a}{L_k^3} + \frac{6 \cdot E \cdot I_a}{L_k^2} & \frac{6 \cdot E \cdot r \cdot I_a}{L_k^2} + \frac{4 \cdot E \cdot I_a}{L_k} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \varphi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Hier ist die analytische Lösung des Eigenwertproblems bereits sehr aufwendig. Die Anwendung des eig-Befehls in MATLAB ergibt folgende numerische Lösung für die Eigenwerte:

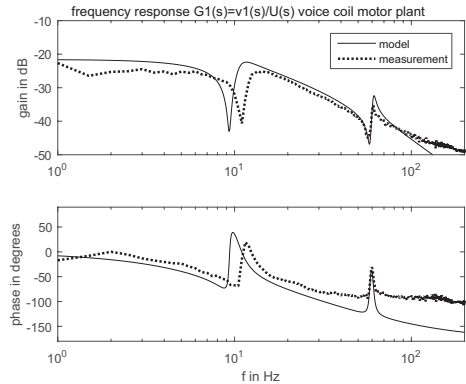
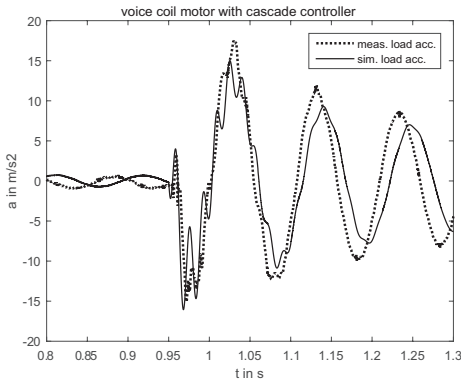
$$\omega_1 = 0, \omega_2 = 72 \text{ rad/s} (f_1 = 11,5 \text{ Hz}), \omega_3 = 376 \text{ rad/s} (f_2 = 59,8 \text{ Hz})$$

$$\text{und die massennormierte Modalmatrix } Z_n = \begin{pmatrix} -0,793 & 0,488 & 0,292 \\ -0,793 & -0,899 & -0,537 \\ 0 & 20,429 & -43,028 \end{pmatrix}$$

Der zweite Eigenwert entspricht etwa der Eigenfrequenz ω_0 des vereinfachten physikalischen Modells, während der dritte Eigenwert einen zusätzlichen Rotationsmode der Lastträgerheit um deren z -Achse beschreibt.

Eigenwerte und massennormierte Modalmatrix erlauben die Erweiterung der modalen Zustandsraumdarstellung in (3.31) von vier auf sechs Zustände. Diese verfeinerte Zustandsraumdarstellung kann ohne weitere Modifikationen in das Simulink-Modell implementiert werden.

Vergleich von Messung und Simulation für den verfeinerten mechanischen Modellansatz:



Die mit dem verfeinerten Modell simulierte Lastposition passt nun besser zum gemessenen Verlauf (gute bis sehr gute Übereinstimmung gemäß Abschnitt 4.2), was besonders mit der auf der Lastmasse gemessenen Beschleunigung gezeigt werden kann. Auch die zweite bei ca. 60 Hz gemessene Resonanz ist beim verfeinerten physikalischen Modell im Frequenzgang sichtbar.

■ 5 Elektrische Antriebstechnik

Übung 5.1 Elektroroller

Ein Elektroroller soll mit 48-V-Bordnetzkomponenten aus dem Pkw-Bereich elektrifiziert werden. Eine als permanentmagnetisch erregter BLDC-Motor betriebene Lichtmaschine treibt über ein Kettengetriebe das Hinterrad an. Der BLDC-Motor wird von einem 48-V-Akku über einen B6-Steller gespeist (2-Quadranten-Steller, keine Drehrichtungsumkehr, Maximalstrombegrenzung, vernachlässigbare Verluste). Die Reibung der Motorlager sei gegenüber der Rollreibung des Rollers sowie gegenüber den Kettengetriebeverlusten vernachlässigbar. Die Motorträgheit ist weit geringer als die Fahrzeugträgheit.

Vom Roller und der Antriebskette sind folgende Daten bekannt:

Akkunennspannung

$$U_0 = 48 \text{ V,}$$

Widerstand

R - aus Kennlinie zu bestimmen,

maximal zulässiger Strom (elektronisch begrenzt)

$$|I_{\max}| = 250 \text{ A,}$$

Motorkonstante

$$K_S = K_M = 0,1 \text{ V}\cdot\text{s}/\text{rad} = 0,1 \text{ N}\cdot\text{m}/\text{A,}$$

Gesamtmasse (Roller, Fahrer)

$$m = 250 \text{ kg,}$$

Radradius (schlupffrei abrollendes Rad)

$$r = 0,15 \text{ m,}$$

Kettengetriebeübersetzung

$$\ddot{u} = \omega_{\text{Motor}}/\omega_{\text{Rad}} - \text{zu bestimmen,}$$

mittl. Getriebewirkungsgrad (Kettengetriebe)

$$\eta_G = 0,95,$$

thermischer Widerstand (Wicklung - Motorflansch)	$R_{th} = 0,1 \text{ K/W}$,
thermische Zeitkonstante	$T_{th} = 5 \text{ min}$,
Kühlmitteltemperatur	$\vartheta_0 = 50 \text{ }^\circ\text{C}$.

Die geschwindigkeitsabhängige Zugkraft am Fahrzeug beträgt:

$$F_L(v) = 25 \text{ N} + 2500 \text{ N} \cdot p + 0,4 \text{ N} \cdot \text{s}^2 / \text{m}^2 \cdot v^2$$

mit p Steigung.

Der Hersteller der 48-V-Lichtmaschine hat keine Kennlinie $M(\omega)$ herausgegeben, gibt aber auf Nachfrage drei gemessene charakteristische Betriebspunkte bei $U = U_0$ an:

Leerlauf: $M = 0 \text{ N}\cdot\text{m}$, $\omega_0 = 480 \text{ rad/s}$,

Maximalmoment: $M_{\max} = 25 \text{ N}\cdot\text{m}$ abgebar bis $\omega_{M\max} = 320 \text{ rad/s}$,

Nennbetrieb (Wasserkühlung): $M_N = 10 \text{ N}\cdot\text{m}$, $\omega_N = 416 \text{ rad/s}$.

a) Bestimmen Sie die Drehmoment-Drehzahl-Kennlinie $M(\omega)$ des BLDC-Motors für $U = U_0$ und zeichnen Sie diese in ein maßstäbliches Diagramm ein.

Lösungshinweis: s. u.

b) Ermitteln Sie aus der Kennlinie den wirksamen Gesamtwiderstand R von Motorwicklung, Akku, Zuleitungen und Leistungselektronik.

Lösungshinweis: $R = (U_0 - K_S \cdot \omega_{M\max}) / I_{\max} = 64 \text{ m}\Omega$.

c) Legen Sie die Getriebeübersetzung \ddot{u} so aus, dass der Roller bei Maximalsteigung p_{\max} gerade noch 40 km/h fahren kann, d. h. da gerade im $AP_2(M_{\max}, \omega_{M\max})$ betrieben wird. Wie groß ist diese Maximalsteigung p_{\max} ? Bestimmen Sie die mechanische Abgabeleistung P_2 , die elektrische Aufnahmeleistung P_{el2} sowie den Wirkungsgrad η_2 . Kann der Antrieb so eine Steigung über 4 km aushalten?

Lösungshinweis: $\ddot{u} = 4,32$, $p_{\max} = 24\%$, $P_2 = 8 \text{ kW}$, $P_{el2} = 12 \text{ kW}$, $\eta_2 = 67\%$;
nein, max. ca. 1 km , bis 70 K Temperaturerhöhung erreicht ist.

d) Welcher Arbeitspunkt $AP_1(M_1, \omega_1)$ stellt sich bei ebener Fahrt ($p = 0\%$ Steigung) ein? Wie schnell fährt der Roller hier (bauartbedingte Höchstgeschwindigkeit)? Bestimmen Sie die elektrische Aufnahmeleistung P_{el1} und die mechanische Abgabeleistung P_1 sowie den Wirkungsgrad η_1 . Kann der Antrieb so dauerhaft betrieben werden?

Lösungshinweis: $v_1 = 56,5 \text{ km/h}$, $P_1 = 2,08 \text{ kW}$, $P_{el1} = 2,21 \text{ kW}$, $\eta_1 = 94\%$,
ja, Dauerbetrieb möglich, da $M < M_N$.

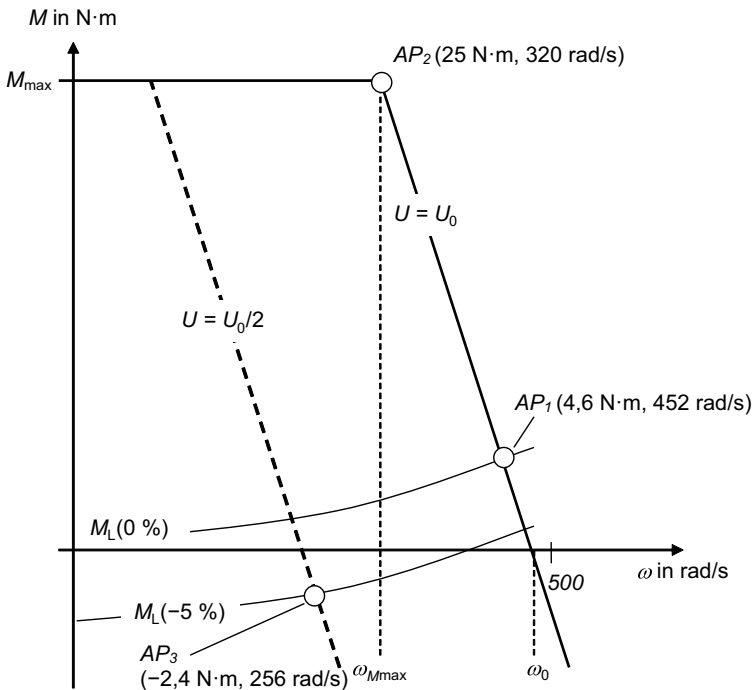
e) Welcher Arbeitspunkt $AP_3(M_3, \omega_3)$ stellt sich bei Gefällefahrt ($p = -5\%$ Steigung) ein, wenn die Spannung auf $U = U_0/2 = 24 \text{ V}$ abgesenkt wird? Wie schnell fährt der Roller

bergab? Bestimmen Sie die elektrische Abgabeleistung $P_{\text{el}3}$ an den Akku und die mechanische Bremsleistung P_3 an der Motorwelle sowie den Rekuperationswirkungsgrad η_3 .

Lösungshinweis: $v_3 = 32 \text{ km/h}$, $P_3 = -614 \text{ W}$, $P_{\text{el}3} = -576 \text{ W}$, $\eta_3 = 94 \%$.

f) Skizzieren Sie den Verlauf der Geschwindigkeit $v(t)$, wenn der Roller in der Ebene zum Zeitpunkt $t = 0$ losfährt. Nach welcher Zeit kann davon ausgegangen werden, dass der Roller seine Endgeschwindigkeit erreicht hat?

Lösungshinweis: ca. 4...5 s.



Übung 5.2 Parallelhybrid-Lkw

Der dieselgetriebene Antriebsstrang an einem 40-t-Lkw soll nachträglich hybridisiert werden. Dazu werden die 24-V-Lichtmaschine und der Starterantrieb durch eine 400-V-Synchronmaschine zwischen Motor und Getriebe ersetzt. So kann einerseits Bremsenergie rekuperiert werden und andererseits merklich elektrische Antriebsleistung („Boost“-Betrieb) zugespeist werden. Die dann kleiner ausgeführte 24-V-Blei-Säure-Batterie ($Q_{\text{pb}} = 2 \text{ kWh}$) wird über einen als verlustfrei angenommenen DC/DC-Wandler geladen.

Dieser wassergekühlte Starter-Generator wird als permanentmagnetisch erregte Synchronmaschine betrieben und von einem 400-V-Li-Akku ($Q_{\text{Li}} = 2 \text{ kWh}$) über einen B6-Umrichter gespeist (2-Quadranten-Steller mit Sinus-PWM, keine Drehrichtungsumkehr, Maximalstrombegrenzung, Feldschwächung mit Maximalleistung, vernachlässigbare Verluste).

Die Reibung im Starter-Generator sei hier vernachlässigbar, nicht jedoch die Ummagnetisierungsverluste.

Von den Komponenten und der Antriebskette sind folgende Daten bekannt:

Li-Akkunennspannung	$U_0 = 425 \text{ V}$,
Li-Akku-Innenwiderstand	$R_i = 50 \text{ m}\Omega$,
maximal zulässiger Strom (elektronisch begrenzt)	$ I_{\max} = 500 \text{ A}$,
Motorkonstante (ohne Feldschwächung)	$K_S = K_M = 1,2 \text{ V}\cdot\text{s}/\text{rad} = 1,2 \text{ N}\cdot\text{m}/\text{A}$,
Starter-Generator-Wicklungswiderstand (bei 80°C)	$R = 20 \text{ m}\Omega$,
maximale Starter-Generator-Drehzahl	$\omega_{\max} = 300 \text{ rad/s}$,
Nenn-Drehzahl	$\omega_N = 200 \text{ rad/s}$,
Polpaarzahl	$p = 16$,
thermischer Widerstand (Wicklung - Kühlwasser)	$R_{\text{th}} = 0,005 \text{ K/W}$,
thermische Zeitkonstante	$T_{\text{th}} = 120 \text{ s}$,
Kühlmitteltemperatur	$\vartheta_0 = 60^\circ\text{C}$,
Nennleistung DC/DC-Wandler:	$P_{\text{DCDC}} = 2 \text{ kW}$.

Außer den Verlusten am Innenwiderstand des Li-Akkus seien die Lade-Entlade-Verluste vernachlässigbar klein.

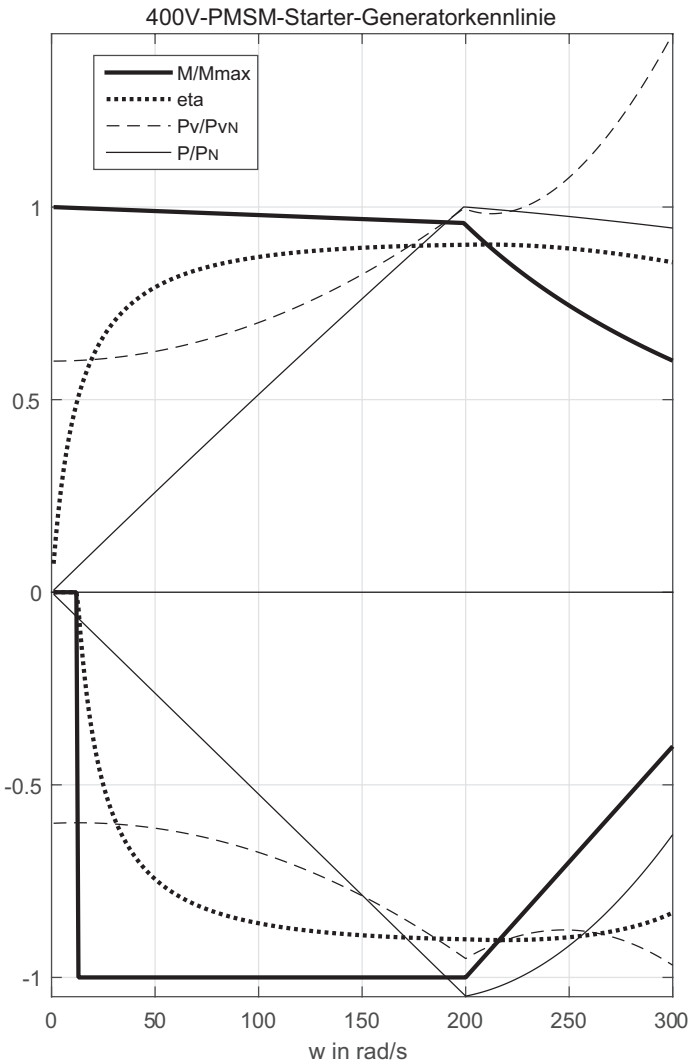
Der Hersteller des 400-V-Starter-Generators hat keine Kennlinie $M(\omega)$ herausgegeben, gibt aber auf Nachfrage gemessene charakteristischen Betriebspunkte bei Speisung mit $U = 400 \text{ V}$ an:

Das maximale Motormoment beträgt $M_{\max} = 600 \text{ N}\cdot\text{m}$ im Stillstand. Die Feldschwächung im Motorbetrieb beginnt bei $\omega_{M\max} = 200 \text{ rad/s}$, hier wird der Nennpunkt $\omega_N = \omega_{M\max}$ mit $M_N = 572 \text{ N}\cdot\text{m}$ definiert, der bei Wasserkühlung dauerhaft thermisch stabil ist. Bei Maximaldrehzahl $\omega_{\max} = 300 \text{ rad/s}$ wird nur noch ein Motormoment von ca. $360 \text{ N}\cdot\text{m}$ erzeugt.

Dagegen kann von ca. 15 rad/s bis ω_N ein maximales Bremsmoment von $M_{\max} = 600 \text{ N}\cdot\text{m}$ angefordert werden.

Für die Analyse kann davon ausgegangen werden, dass die im Nennbetrieb anfallenden ohmschen Wicklungsverluste P_{Vel} 1,5-mal so groß wie die hier anfallenden Ummagnetisierungsverluste P_{VumN} sind. Die Ummagnetisierungsverluste sind näherungsweise proportional zum Quadrat der Drehzahl: $P_{\text{Vum}} = P_{\text{VumN}} \cdot (\omega/\omega_N)^2$.

Daraus ergibt sich die umseitig dargestellte Motor- und Generatorkennlinie (der Wirkungsgrad sowie die auf die Verluste im Nennpunkt bezogenen Verluste im Generatorbetrieb sind der Übersichtlichkeit halber negativ aufgetragen):

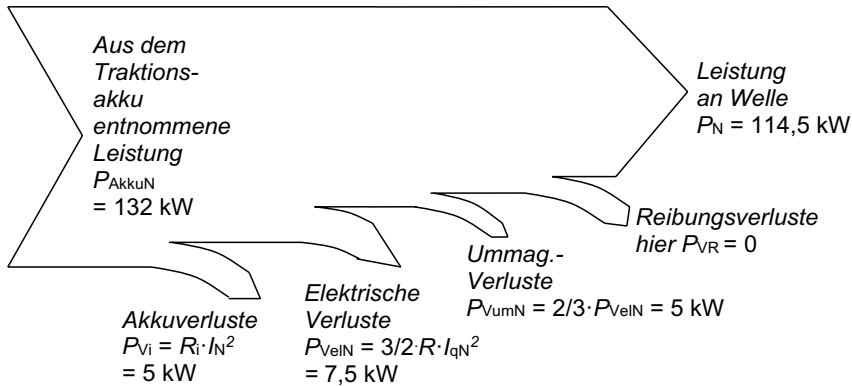


a) Zunächst sei der Starter-Generator bei Nenn Drehzahl ω_N betrachtet. Zeichnen Sie die Nennpunkte für Motor- und Generatorbetrieb in die umseitig abgebildete Motorkennlinie und bestimmen Sie die an der Benzinmotorwelle eingespeiste Antriebsleistung P_{BoostN} (Boost-Betrieb) und die in den 400-V-Li-Akku eingespeiste rekuperierte Bremsleistung P_{rekN} .

Lösungshinweis: $P_{\text{BoostN}} = 114,5 \text{ kW}$, $P_{\text{rekN}} = 105 \text{ kW}$.

b) Ermitteln Sie die für die Boostleistung P_{BoostN} an der Dieselmotorwelle erforderliche Leistungsentnahme P_{AkkuN} im Li-Akku und zeichnen Sie den Leistungsfluss mit den wesentlichen Verlusten (bitte Zahlenwerte für die Verlustleistungsanteile eintragen).

Lösungshinweis:



c) Zeigen Sie, dass die elektrische Maschine in den in a) angezeichneten Betriebspunkten bei Nenndrehzahl thermisch stabil ist.

Lösungshinweis: Verluste $P_{\text{VN}} = P_{\text{VeIN}} + P_{\text{VumN}} = 12,5 \text{ kW}$, $\Delta\vartheta = R_{\text{th}} \cdot P_{\text{VN}} = 62,5 \text{ K}$,

$I_{\text{qGN}} < I_{\text{qMN}}$ daher auch im Generatorbetrieb thermisch stabil (ca. $120 \text{ }^\circ\text{C}$ - muss dafür ausgelegt sein).

d) Schätzen Sie die mögliche Kraftstoffeinsparung in zwei Stunden (entspricht ca. 100 km Stadt-/Überlandfahrt) ab, wenn man die beim Bremsen rekuperierte Energie nicht „verboostet“, sondern dazu nutzt, die vom DC/DC-Wandler in das 12-V-Bordnetz eingespeiste elektrische Leistung zu decken. Dazu soll vereinfachend angenommen werden, dass der Dieselmotor bei mittleren Drehzahlen, d.h. $\omega = \omega_{\text{N}}$, betrieben wird und der spezifische Verbrauch an der Dieselmotorwelle ca. $0,25 \text{ l/kWh}$ beträgt.

Lösungshinweis: ca. $1 \text{ l}/(100 \text{ km})$.

e) Ermitteln Sie den Wirkungsgrad zwischen der bei Rekuperation bei Nenndrehzahl ω_{N} an der Dieselmotorwelle dem Fahrzeug in einer Sekunde entzogenen Bremsarbeit W_{BremsN} und der mit dieser rekuperierten Bremsenergie im Li-Akku an der Motorwelle „boostbaren“ Motorenergie. Welche Schlüsse ziehen Sie daraus für das Kraftstoffeinsparpotenzial, wenn Sie von der in Aufgabenteil d) rekuperierten Bremsenergie ausgehen?

Lösungshinweis: $\eta_{\text{ges}} = \eta_{\text{rekN}} \cdot \eta_{\text{BoostN}} = 75\%$ - Einsparung nur ca. $0,75 \text{ l}/(100 \text{ km})$
 - besser das Bordnetz aus Rekuperation speisen als boosten.

f) Kann die elektrische Maschine dauerhaft bei der Höchstdrehzahl des Dieselmotors ohne Motor- oder Generatorleistungsanforderung betrieben werden?

Lösungshinweis: Verluste $P_{\text{Vum max}} = P_{\text{VumN}} \cdot (\omega_{\text{max}}/\omega_{\text{N}})^2 = 11,25 \text{ kW} < P_{\text{VN}}$, geht thermisch gerade noch.

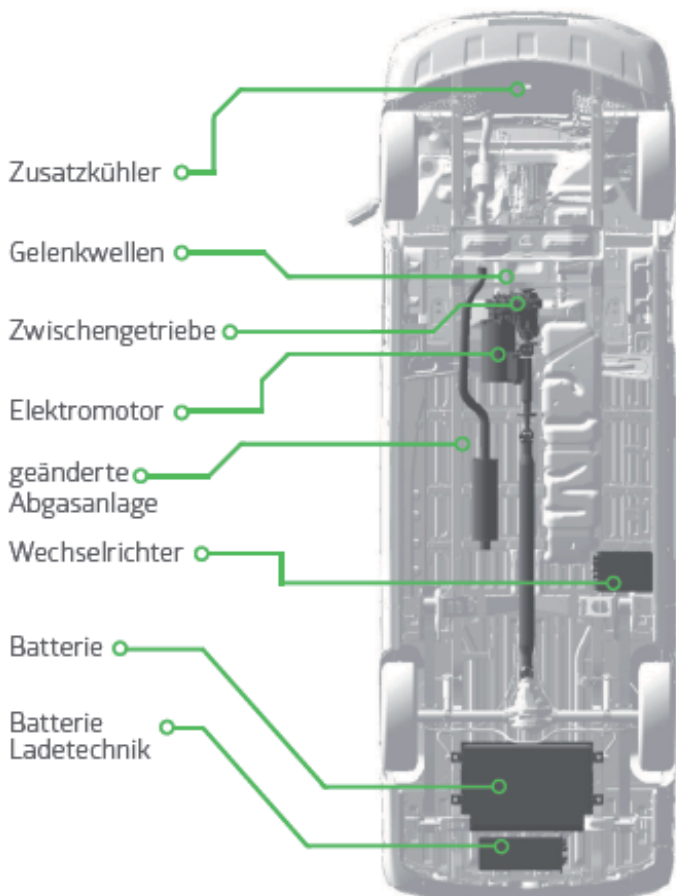
g) Wie groß muss der Li-Akku sein, um mit einer Effektivgeschwindigkeit von 45 km/h von Esslingen aus das Stadtgebiet Stuttgart bei Feinstaubalarm für ca. 30 km zu durchfahren? (Reibkoeffizient $f_R = 1\%$, Querspanfläche $A = 8 \text{ m}^2$, Steigungen vernachlässigbar.)

Lösungshinweis: $W_{\text{akku}} = 41 \text{ kWh gem. (7.15)}$.

■ 6 Ansteuerung elektrischer Antriebe

Übung 6.1 Geschwindigkeitsregler am Parallelhybrid-Transporter

Der 3,5-t-Transporter eines Paket-Verteilers wurde zu einem Hybridfahrzeug erweitert, um damit innerhalb geschlossener Besiedlungsgebiete mindestens 20 km rein elektrisch fahren zu können. Das Fahrzeug besitzt einen Hinterradantrieb mit vorn liegendem Dieselmotor und (nahezu stufenlosem) Automatikgetriebe.



(Quelle: ELNA-Projekt)

Die Daten des Ausgangsfahrzeugs sind nachfolgend aufgelistet:

Masse	$m = 3500 \text{ kg}$ (voll beladen),
Nennleistung Dieselmotor	$P_{\max} = 100 \text{ kW}$,
Zugkraft ($v < v_{F\max}$)	$F_{\max} = 15.000 \text{ N}$,
mittl. Getriebewirkungsgrad	$\eta_G = 0,9$ (Dieselmotorwelle - Straße),
Drehmassenzuschlag	$\lambda_m = 1,3$ (im 3. Gang),
Querspanntfläche	$A = 5 \text{ m}^2$,
Luftdichte	$\rho = 1,3 \text{ kg/m}^3$,
Luftwiderstandsbeiwert	$c_W = 0,36$,
Rollreibung	$F_R = 400 \text{ N}$.

Der elektrische Antrieb wirkt über ein einstufiges Getriebe und eine Doppelkupplung parallel auf den Automatikgetriebeausgang (Wirkungsgrad Elektromotorwelle - Straße ebenfalls $\eta_G = 0,9$). Der mittlere Antriebswirkungsgrad (Motor, Leistungselektronik) liegt bei $\eta_M = 0,87$, der Lade-/Entlade-Wirkungsgrad des Traktionsakkus betrage $\eta_{\text{Akku}} = 0,9$. Der Bordnetzverbrauch sei vernachlässigbar.

Der vorgesehene Elektroantrieb habe folgende Eckdaten:

Nennleistung	$P_N = 60 \text{ kW}$ (PMSM),
Maximalmoment	$M_{\max} = 200 \text{ N}\cdot\text{m}$,
Maximaldrehzahl	$\omega_{\max} = 600 \text{ rad/s}$,
Getriebeübersetzung	$\ddot{u} = 6$ ($\omega_M/\omega_{\text{Rad}}$),
Radradius	$r = 0,35 \text{ m}$,
Traktionsakku	V, 60 Ah.

Der Transporter soll mit einem PI-Geschwindigkeitsregler (Tempomat) versehen werden. Das Gaspedal ist somit nicht mehr mit der ursprünglichen Stellgröße (Motormoment M) verbunden sondern gibt nun den Geschwindigkeitssollwert v_{soll} zwischen 0 und 150 km/h vor.

Die Reglereinstellungen des Tempomats sind: $K_p = 3000 \text{ N}\cdot\text{s/m}$, $T_n = 2 \text{ s}$.

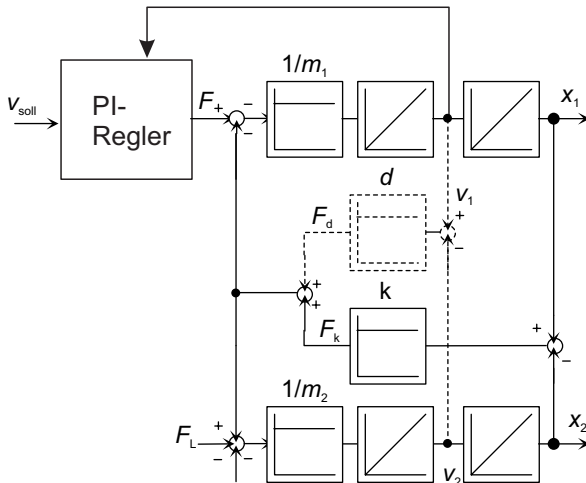
Die Momentenerzeugung im Dieselmotor kann mit guter Näherung durch ein Verzögerungsglied erster Ordnung mit der Ersatzzeitkonstante $T = 400 \text{ ms}$ nachgebildet werden. Das Fahrzeug soll hier nur im dritten Gang (Drehmassenzuschlag $\lambda_m = 1,3$) betrachtet werden.

Der Kontakt Reifen/Straße sei als ideal angesehen (vernachlässigbarer Schlupf) und kann wie ein Reibradantrieb oder ein Zahnstange-Ritzel-Antrieb modelliert werden. Die Antriebskette Motor - Getriebe - Rad - Straße ist als elastisch anzusehen (Federkonstante k , Dämpfung vernachlässigt).

a) Modellieren Sie das geschwindigkeitsgeregelter Fahrzeug als Zweimassen-Feder-System mit verzögerter Stellgrößengenerierung und PI-Geschwindigkeitsregler. Die Masse m des Fahrzeugs sei die Lastträgheit m_2 , welche mit der Federkonstante k an die antriebsseitige Trägheit gekoppelt ist. Die antriebsseitige Trägheit m_1 ist mit dem Drehmassenzuschlag (d.h. $(\lambda_m - 1)m = 0,3m$) zu berücksichtigen.

Skizzieren Sie das Blockschaltbild (DIN-Blöcke oder Simulink) zu diesem Modell und geben Sie alle Modellparameter (bis auf k) an.

Lösungshinweis:



b) Das Gespann fährt mit 45 km/h in der Ebene. Zum Zeitpunkt $t = 0$ ändert sich die Steigung der Straße von 0 auf 5%. Um welche Geschwindigkeitsdifferenz Δv (in km/h) wird der Lkw zunächst langsamer und wie lange dauert es etwa, bis er auch auf der Steigung wieder 45 km/h fährt?

Lösungshinweis: $\Delta v = m \cdot g \cdot p / K_p = 2 \text{ km/h}$, ausgeregelt nach ca. 6...8 s.

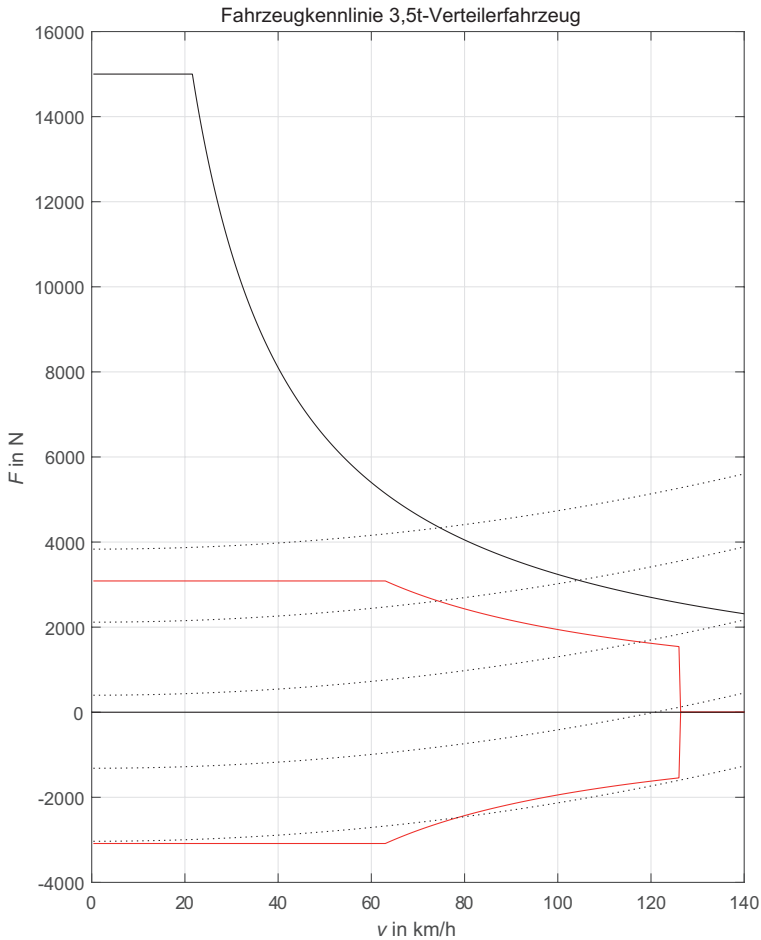
c) Welche Faktoren begrenzen die Regelgüte des Tempomats? Wie steif muss man die Kopplung k zwischen Anhänger und Lkw realisieren, um einen stabilen PI-Tempomat bei den oben gegebenen Einstellungen zu gewährleisten?

Lösungshinweis: Ersatzzeitkonstante T mit $K_p < (m_1 + m_2)/2 T = 5688 \text{ N}\cdot\text{s}/\text{m}$.
Eigenfrequenz ω_0 mit $K_p < (m_1 + m_2) \cdot \omega_0 \cdot \lambda^{0,75}$, hier $\lambda = 0,23$,
d. h. $\omega_0 > 2,6 \text{ rad/s}$ bzw. $f_0 > 0,4 \text{ Hz}$ oder $k > 7100 \text{ N}/\text{m}$.

■ 7 Elektrifizierte Fahrzeugantriebe

Übung 7.1 Parallelhybrid-Transporter

Der parallel hybridisierte 3,5-t-Transporter aus Übung 6.1 soll hinsichtlich Längsdynamik, Energiebedarf und Reichweite analysiert werden:



a) Ermitteln Sie aus den E-Motor-, Fahrzeug- und Getriebedaten die Eckpunkte der Fahrzeugkennlinie $F(v)$ für rein elektrischen Betrieb und tragen Sie diese maßstäblich das oben stehende Diagramm ein.

Lösungshinweis: $\omega_{M_{\max}} = P_N / M_{\max}$, $v_{F_{\max}} = 63 \text{ km/h}$, $v_{\max} = 126 \text{ km/h gem. (7.10)}$,
 $F_{\max} = 3086 \text{ N}$, $F_{v_{\max}} = 1543 \text{ N gem. (7.9)}$.

b) Im oben stehenden Diagramm sind die Fahrzeugkennlinie des Dieselantriebs sowie die Zugkraftkennlinie für 0% Steigung bereits eingetragen. Welche Höchstgeschwindigkeit erreicht das Gespann mit dem Verbrennungsmotor bei ebener Fahrt?

Lösungshinweis: abgelesen $v_{\max} = 140 \text{ km/h}$.

c) Welche Höchstgeschwindigkeit erreicht das Gespann rein elektrisch bei ebener Fahrt?

Lösungshinweis: $v_{\max} = 115 \text{ km/h}$.

d) Das Fahrzeug fährt 20 km auf ebener Strecke mit einer effektiven Geschwindigkeit von 45 km/h. Reicht dafür die vorgesehene Akkukapazität aus?

Lösungshinweis: $W_{\text{akku}} = 18 \text{ kWh}$, $W_{20\text{km}} = 4,6 \text{ kWh}$ gem (7.15), reicht für 78 km.

e) Der Transporter fährt verbrennungsmotorgetrieben über 5 km eine Steigung von 5 % einen Berg mit 45 km/h hinauf und anschließend über 5 km ein Gefälle von 5 % mit 45 km/h wieder hinab. Der Elektroantrieb bleibt ausgeschaltet. Der mittlere Kraftstoffbedarf des Dieselmotors liegt bei 0,3 l je an der Motorwelle abgegebener kWh. Schätzen Sie den Kraftstoffverbrauch für diese 10 km ab und rechnen Sie diesen Verbrauch in l/(100 km) um.

Lösungshinweis: $W_{10\text{km}} = 5,76 \text{ kWh}$ gem. (7.15), ca. 17,3 l/(100 km).

f) Welche Kraftstoffeinsparung wird mit der Hybridisierung bei dem Zyklus gemäß Aufgabenteil e) erreicht?

Lösungshinweis: ca. 3,75 l/(100 km) bei Verboosten der rek. Energie

g) Welchen zusätzlichen Nutzen bringt die Hybridisierung des Transporters? Welche Nachteile erwarten Sie?

Lösungshinweis: + Zukünftig Einfahrt in emissionsfreie Innenstädte möglich,
 – Kosten von ca. 15 k€ nur durch Kraftstoff nicht amortisierbar,
 – Nutzlast ca. 250 kg geringer.

■ 8 Literatur

- [1] Zirn, O.; Vetter, C.; Saueremann, K.H. (2011): Automatisierungstechnik im Maschineningenieurwesen. Papierflieger-Verlag, ISBN 978-3-86948-142-5.
- [2] Knaebel, M.; Jäger, M.; Mastel, R. (2006): Technische Schwingungslehre. Teubner, Stuttgart, 2006.